LAPORAN PENELITIAN PENGAJARAN
HIBAH PENGAJARAN A2
Tahun Anggaran 2007

Meningkatkan Keberhasilan Perkuliahan PRO dengan Pembelajaran Berdasarkan Teori APOS di Jurusan Matematika FMIPA UNP

Oleh:

Dra. Minora Longgom Nasution, M.Pd
Drs. Hendra Syarifuddin, M.Si
Dra. Jazwinarti

Dibiayai oleh: PHK A-2
Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi
Departemen Pendidikan Nasional
Dengan Surat Perjanjian Pelaksanaan
Nomor: 13/PHK A-2/MAT/2007 tanggal 4 Juni 2007

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG
2008

LEMBARAN IDENTITAS DAN PENGESAHAN
LAPORAN HIBAH PENGAJARAN A2

1.	Judul Penelitian	Meningkatkan Keberhasilan Perkuliahan PRO dengan Pembelajaran Berdasarkan Teori APOS di Jurusan Matematika FMIPA UNP
2.	Ketua Penelitian	
	a. Nama Lengkap dan Gelar	Dra. Minora Longgom Nasution, M.Pd
	b. NIP/Jabatan Fungsional	131 860 069
	c. Fakultas/Jurusan	FMIPA /Matematika
	d. Institut/Universitas	Universitas Negeri Padang
	e. Lokasi penelitian	Jurusan matematika FMIPA UNP
	f. Alamat Surat	Jurusan matematika FMIPA UNP
	g. No.Tel	(0751) 482106
	h. E-mail	-
	Nama Anggota Peneliti	1.Drs. Hendra Syarifuddin, M.Si 2.Dra. Jazwinarti
3.	Lama Penelitian	10(sepuluh)) bulan
4.	Biaya Yang Diperlukan	
5.	a. Sumber dari PHK A2	Rp 20.000.000,- (dua puluh juta rupiah)
	b. Sumber Lain, sebutkan	-
	Jumlah	Rp 20.000.000,- (dua puluh juta rupiah)

Padang, Desember 2007

1. Mengetahui PHK A2

Drs. Syafriandi, M.Si
NIP. 131 956 328

Ketua Peneliti

Dra. Minora Longgom Nst, M.Pd
NIP. 131 860 069

3. Dekan FMIPA
Universitas Negeri Padang

Drs. H. Asrul, M.A
NIP. 130 526 481

2. Ketua Jurusan Matematika
FMIPA UNP Padang

Drs. Lutfian Almash, M.S
NIP. 130 517 805

LEMBARAN IDENTITAS DAN PENGESAHAN
LAPORAN HIBAH PENGAJARAN A2

1.	Judul Penelitian	Meningkatkan Keberhasilan Perkuliahan PRO dengan Pembelajaran Berdasarkan Teori APOS di Jurusan Matematika FMIPA UNP
2.	Ketua Penelitian	
	a. Nama Lengkap dan Gelar	Dra. Minora Longgom Nasution, M.Pd
	b. NIP/Jabatan Fungsional	131 860 069
	c. Fakultas/Jurusan	FMIPA /Matematika
	d. Institut/Universitas	Universitas Negeri Padang
	e. Lokasi penelitian	Jurusan matematika FMIPA UNP
	f. Alamat Surat	Jurusan matematika FMIPA UNP
	g. No.Tel	(0751) 482106
	h. E-mail	-
	Nama Anggota Peneliti	1. Drs. Hendra Syarifuddin, M.Si 2. Dra. Jazwinarti
3.	Lama Penelitian	10(sepuluh)) bulan
4.	Biaya Yang Diperlukan	
5.	a. Sumber dari PHK A2	Rp 20.000.000,- (dua puluh juta rupiah)
	b. Sumber Lain, sebutkan	-
	Jumlah	Rp 20.000.000,- (dua puluh juta rupiah)

Padang, Desember 2007

Laporan Hibah Pengajaran ini telah diperiksa oleh Reviewer.

1. Drs. Amali Putra, M.Pd
   NIP. 131 460 565
2. Drs. Syukri S, M.Pd
   NIP. 130 685 718
3. Dra. Helendra, MS
   NIP. 131 668 036

1. ....
2. ....
3. ....

Menyetujui :
Ketua Lembaga Penelitian
Universitas Negeri Padang

Prof. Dr. H. Anas Yasin, M.A
NIP. 130 365 634

ABSTRAK

Meningkatkan Keberhasilan Perkuliahan PRO dengan Pembelajaran Berdasarkan Teori APOS di Jurusan Matematika FMIPA UNP

Minora Longgom Nasution, Hendra Syarifuddin, Jazwinarti

Pengantar Riset Operasi (PRO) adalah mata kuliah yang banyak mengupas tentang konsep-konsep dasar matematika, khususnya dalam Matematika Terapan. Mata kuliah ini memberikan bekal bagi mahasiswa untuk dapat memahami konsep-konsep matematika dan menggunakannya untuk memecahkan berbagai persoalan nyata. Selama ini pembelajaran berlangsung satu arah, dari dosen ke mahasiswa. Dampaknya, sebagian besar mahasiswa bersifat pasif dalam mengikuti perkuliahan. Untuk menumbuhkan kreatifitas, intuisi dan pengalaman bagi mahasiswa dapat dikembangkan melalui strategi yang tepat yang dapat dipilih oleh dosen. Teori APOS yang dikembangkan oleh Dubinsky, dkk merupakan suatu pendekatan pembelajaran yang mengintegrasikan penggunaan komputer, belajar dalam kelompok kecil (kooperatif) dan memperhatikan konstruksi mental yang dilakukan oleh mahasiswa dalam memahami suatu konsep matematika. Untuk menerapkan teori APOS dibuat rancangan pembelajaran dengan membuat modul elektronik dalam bentuk *hypertext*, di mana modul elektronik ini memuat materi PRO, contoh-contoh penerapan, bahan diskusi kelas dan latihan. Mahasiswa belajar melalui modul elektronik secara individu membahas teori dan mengerjakan latihan. Pada diskusi kelas dilakukan pembelajaran *cooperative learning* tipe STAD. Alat pengumpul data digunakan format observasi, tes hasil belajar, catatan lapangan dan analisis dokumen. Hasil pengamatan terhadap jalannya praktek pembelajaran di laboratorium, dan aktivitas diskusi kelas terjadi peningkatan antar pertemuan. Hal ini menunjukkan respon mahasiswa terhadap tindakan yang diberikan selama pembelajaran sangat positif.

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I. PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Pengantar Riset Operasi (PRO) adalah mata kuliah yang banyak mengupas tentang konsep-konsep dasar matematika, khususnya dalam Matematika Terapan. Topik-topik yang dibahas adalah; Pemrograman Linear (Formulasi dan Solusi grafik), Metode Simpleks (Primal dan Dual), Analisis Sensitifitas, Masalah Transportasi, dan Masalah Penugasan. Jadi dapat dikatakan bahwa mata kuliah ini memberikan bekal bagi mahasiswa untuk dapat memahami konsep-konsep matematika dan menggunakannya untuk memecahkan berbagai persoalan nyata.

Mata kuliah PRO pada Jurusan Matematika mempunyai bobot tiga satuan kredit semester (3 SKS), pelaksanaannya dalam seminggu diatur dengan alokasi waktu sebagai berikut; 100 menit kuliah teori, dan 100 menit responsi. Selama ini pada kuliah teori, kegiatan utama dosen adalah menyajikan materi, memberikan contoh-contoh penerapan, dan di akhir perkuliahan dosen memberikan tugas terstruktur. Pada kegiatan responsi, dosen mengumpulkan tugas, membahas soal-soal pada tugas (jika ada mahasiswa yang bertanya), memberikan soal-soal latihan, dan membimbing mahasiswa berlatih, dengan proses seperti itu dapat dikatakan bahwa pembelajaran berlangsung satu arah, dari dosen ke mahasiswa. Dampaknya, sebagian besar mahasiswa bersifat pasif dalam mengikuti perkuliahan, mereka tidak mampu/berani untuk mengkomunikasikan gagasan-gagasan yang mereka miliki, hanya satu atau dua orang mahasiswa saja yang berani bertanya atau mengemukakan pendapat dalam satu kali pertemuan. Mahasiswa tidak berpartisifasi secara aktif dalam perkuliahan. Dari evaluasi diri yang dilakukan, rendahnya respon mahasiswa di kelas disebabkan oleh: Pertama, ditinjau dari segi mahasiswa; 1) mahasiswa tidak mempunyai wawasan yang cukup tentang materi yang dibahas, 2) mahasiswa merasa apa yang dibahas merupakan hal yang betul-betul baru, 3) mahasiswa beranggapan bahwa dosen adalah sumber (referensi) utama dalam perkuliahan. Kedua, ditinjau dari segi dosen; 1) pilihan strategi pembelajaran yang kurang tepat, pembelajaran yang kami lakukan berlangsung satu arah (*teachers centered*), 2) kami (dosen) belum mengakomodasi mahasiswa untuk belajar dari berbagai sumber baik cetak maupun elektronik.

Dari kedua sebab di atas berimplikasi pada pembelajaran yang dilaksanakan menjadi kurang bermakna, dan tidak jarang suatu konsep hanya dipahami sebagai hafalan (bukan sebagai pengertian). Akibatnya, konsep tersebut mudah dilupakan dan bahkan sering suatu konsep matematika dipahamani secara keliru oleh mahasiswa. Semua ini pada akhirnya menyebabkan mahasiswa tidak dapat menerapkan dengan baik konsep-konsep dan teorema-teorema yang telah dipelajarinya dalam menyelesaikan berbagai permasalahan.

Mestinya, belajar matematika di perguruan tinggi haruslah melibatkan kemampuan kognitif tingkat tinggi seperti kemampuan analisis, sintesis, dan evaluasi. Jika kemampuan kognitif tingkat tinggi mereka bekerja dengan baik, maka jelas mereka akan dapat mengkomunikasikan ide-ide matematika dengan benar. Menurut Solow (1990), untuk dapat mengkomunikasikan ide-ide matematika dengan baik, mahasiswa dituntut untuk memiliki *kreativitas*, *intuisi*, dan *pengalaman*. Memiliki intuisi berarti memiliki kemampuan untuk membuat konjektur yang merupakan bagian yang sangat penting dalam proses penalaran matematika. Sedangkan memiliki kreativitas berarti memiliki kemampuan untuk menyatakan persoalan dalam berbagai model yang operasional.

Jadi dapat dikatakan bahwa pembelajaran PRO yang kami lakoni selama ini belum secara optimal menumbuhkan kreativitas, intuisi, dan pengalaman yang memadai bagi mahasiswa. Kreativitas, intuisi, dan pengalaman dapat dikembangkan melalui strategi pembelajaran yang tepat yang dapat dipilih oleh dosen.

Teori APOS yang dikembangkan oleh Dubinsky dkk (Arnawa, 2006) merupakan suatu pendekatan pembelajaran yang dikhususkan untuk pembelajaran matematika di tingkat perguruan tinggi, yang mengintegrasikan penggunaan komputer, belajar dalam kelompok kecil (kooperatif), dan memperhatikan konstruksi-konstruksi mental yang dilakukan oleh mahasiswa dalam memahami suatu konsep matematika. Konstruksi-konstruksi mental tersebut adalah: aksi (*action*), proses (*process*), objek (*object*), dan skema (*schema*) yang disingkat dengan *APOS*.

Arnawa (2006) mengemukakan bahwa tahapan pembelajaran dalam teori APOS meliputi: (i) aktivitas di laboratorium komputer, (ii) diskusi kelas (dengan model pembelajaran kooperatif) , dan (iii) latihan. Melalui aktivitas laboratorium, mahasiswa dapat mereduksi konsep-konsep yang abstrak menjadi lebih konkrit, kegiatan di laboratorium dimaksudkan untuk memberikan intuisi kepada mahasiswa tentang konsep-konsep matematika. Kegiatan diskusi kelas memberi kesempatan kepada mahasiswa untuk mengajukan berbagai cara atau strategi yang mungkin saja lebih efisien dari yang ditemukan oleh mahasiswa lainnya, adu pendapat dalam diskusi kelas akan merupakan latihan yang sangat berharga dalam usaha meningkatkan kemampuan mahasiswa dalam bernalar secara deduktif. Jadi, diskusi kelas dapat menumbuhkan kreativitas pada diri mahasiswa. Kegiatan latihan, dimaksudkan untuk memberikan kesempatan kepada mahasiswa untuk menerapkan konsep-konsep yang sudah dikuasai mahasiswa dalam menyelesaikan beberapa persoalan dalam matematika. Dengan kegiatan ini mahasiswa akan memperoleh banyak pengalaman tentang bagaimana liku-liku penerapan konsep dalam menyelesaikan suatu persoalan. Dengan demikian, pembelajaran dengan teori APOS memberikan peluang kepada mahasiswa untuk *berkreativitas*, memperoleh *intuisi*, dan memperoleh *pengalaman* dalam bermatematika.

Dari uraian di atas, maka kami sebagai dosen PRO pada Jurusan Matematika FMIPA UNP padang tertarik untuk berkolaborasi secara aktif melakukan upaya peningkatan kualitas pembelajaran PRO melalui suatu penelitian tindakan kelas (*colaborative action research*) yang berjudul "Meningkatkan Keberhasilan Perkuliahan PRO dengan Pembelajaran Berdasarkan Teori APOS di Jurusan Matematika FMIPA UNP."

B. Identifikasi Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah dapat diidentifikasi masalah sebagai berikut :

- pembelajaran bersifat satu arah
- kurang beraninya mahasiswa mengkomunikasikan gagasan-gagasan
- kurangnya partisipasi aktif mahasiswa dalam perkuliahan

C Rumusan Masalah

Masalah dalam penelitian ini dirumuskan sebagai berikut: Apakah dengan pembelajaran berdasarkan teori APOS dapat meningkatkan keberhasilan mahasiswa dalam perkuliahan PRO di Jurusan Matematika FMIPA UNP Padang?

D.Definisi Operasional

Keberhasilan perkuliahan maksudnya adalah: (i) berhasil dalam hasil belajar dan (ii) berhasil dalam proses belajar. Keberhasilan dalam hasil belajar dapat dilihat dari prestasi mahasiswa yang semakin meningkat dalam penguasaan materi. Keberhasilan dalam proses pembelajaran dapat dilihat melalui sikap dan aktifitas yang ditunjukkan mahasiswa selama mereka memperoleh pembelajaran.

E.Tujuan Penelitian

Secara umum, penelitian ini bertujuan untuk membuktikan bahwa penggunaan pembelajaran berdasarkan teori APOS dapat meningkatkan keberhasilan perkuliahan PRO di Jurusan Matematika FMIPA UNP Padang. Secara khusus, penelitian ini bertujuan untuk memperoleh deskripsi yang lengkap tentang prestasi belajar, sikap, dan aktifitas mahasiswa dalam mengikuti pembelajaran PRO dengan menggunakan pembelajaran berdasarkan teori APOS.

F.Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian ini dapat dilihat dari aspek teoritis maupun praktis. Dari aspek teoritis, penelitian ini dapat memberikan sumbangan untuk pengembangan proses belajar mengajar PRO. Melalui penelitian ini mahasiswa diarahkan mampu untuk mengkonstruksi pengetahuan, hal ini akan berdampak pada peningkatan rasa percaya diri mahasiswa dan peningkatan kemampuan mahasiswa berkomunikasi secara matematis. Bagi dosen, ini merupakan suatu terobosan baru untuk mengubah paradigma pembelajaran yang berorientasi kepada dosen (satu arah). Hasil penelitian ini dapat dijadikan sebagai acuan bagi dosen mata kuliah lain pada Jurusan Matematika FMIPA UNP untuk meningkatkan kualitas pembelajaran yang mereka lakukan. Dari aspek praktis, penelitian ini dapat memberikan sumbangan dalam melakukan sinkronisasi kegiatan penelitian perguruan tinggi dengan upaya peningkatan kualitas pendidikan secara umum.

BAB II. KAJIAN PUSTAKA

A. Pembelajaran Berdasarkan Teori APOS

Teori APOS yang dikembangkan oleh Dubinsky dkk merupakan hasil elaborasi dari teori perkembangan kognitif yang diperkenalkan oleh Piaget. Dubinsky memperluas ide ini untuk menjelaskan perkembangan berpikir matematika tingkat tinggi pada mahasiswa. Teori APOS mengasumsikan bahwa pengetahuan matematika yang dimiliki oleh seseorang merupakan hasil interaksi dengan orang lain dan hasil konstruksi-konstruksi mental yang dibuat orang tersebut dalam menghadapi persoalan-persoalan matematika. Konstruksi-konstruksi mental tersebut adalah: *aksi*, *proses*, *objek*, dan *skema*, yang disingkat dengan APOS. Sering sejumlah konstruksi merupakan rekonstruksi dari sesuatu yang sudah ada, tetapi rekonstruksinya tidak persis sama seperti yang sudah ada sebelumnya. Teori APOS sangat baik digunakan untuk memahami pembelajaran mahasiswa dalam berbagai topik matematika di perguruan tinggi (Arnawa, 2006).

Selanjutnya, Arnawa (2006) mengilustrasikan teori APOS dengan penjelasan berikut: *Action* **(Aksi)** adalah suatu transformasi yang dirasakan terjadi dalam pikiran mahasiswa sebagai akibat stimulus dari luar, Stimulus itu misalnya berupa melaksanakan tahapan-tahapan instruksi untuk suatu operasi, ketika suatu *aksi* diulang-ulang dan mahasiswa melakukan refleksi padanya, maka *aksi* diinteriorisasi menjadi *process* **(proses),** yaitu konstruksi internal yang dibuat dengan melakukan aksi yang sama, tetapi sekarang tidak diarahkan oleh stimulus dari luar. Mahasiswa yang sudah mengkonstruksi *proses* suatu konsep dapat menguraikan atau bahkan membalikkan langkah-langkah pengkonstruksian tersebut. *Object* **(objek)** dikonstruksi dari **proses** ketika mahasiswa berefleksi pada operasi yang diterapkan pada **proses** untuk suatu konsep tertentu, menjadi sadar terhadap **proses** sebagai sebuah totalitas dan benar-benar dapat mengkonstruksi transformasi itu, maka mahasiswa tersebut meng-encapsulasi **proses** sebagai **objek.** Dalam kasus ini dikatakan bahwa *proses* telah di-encapsulasi menjadi *objek.*

Kumpulan dari ***aksi***, ***proses***, ***objek***, dan ***skema*** lainnya yang terhubung secara padu dan diorganisasi secara terstruktur dalam pikiran mahasiswa disebut *schema* (**skema**). **Skema** ini yang dapat diandalkan dalam menghadapi persoalan dalam bidang matematika. Perbedaan antara skema dengan konstruksi-konstruksi mental lainnya adalah seperti perbedaan dalam bidang biologi antara organ dengan sel. Keduanya adalah objek, tetapi organ (*skema*) memberikan keperluan-keperluan agar sel (*objek*, *proses*, *aksi*) berfungsi sebagaimana mestinya, *Skema* dari seorang mahasiswa adalah keseluruhan pengetahuan yang ia hubungkan secara sadar maupun tidak sadar dengan konsep matematika tertentu. Seorang individu dapat mempunyai *skema* untuk fungsi, *skema* untuk turunan, dan lain-lain. *Skema* sendiri dapat diperlakukan sebagai *objek* dan termuat dalam organisasi *skema* pada tingkatan yang lebih tinggi. Sebagai contoh, fungsi-fungsi dapat dinyatakan sebagai himpunan, operasi pada himpunan tersebut dapat didefinisikan, dan sifat-sifat dari operasinya dapat diperiksa. Semua ini dapat diorganisasi untuk membentuk skema "ruang fungsi" yang kemudian dapat diterapkan kepada konsep-konsep seperti "ruang dual, ruang pemetaan linear, aljabar fungsi, dan lain-lain".

Nurlaelah (2003) dan Arnawa (2006) mengemukalan bahwa pembelajaran berdasarkan teori APOS dapat diimplementasikan menggunakan tahapan pembelajaran *Activities, Classroom Discussion,* dan *Exercise*. Berikut adalah penjelasan tentang tahapan tersebut.

Activities, bertujuan untuk mengenalkan mahasiswa pada suatu situasi atau informasi yang baru (konsep-konsep yang baru). Hal ini dapat dilakukan dengan menugaskan mahasiswa untuk mempelajari materi dan mengerjakan latihan yang dirancang secara elektronis. Tugas ini dilaksanakan oleh mahasiswa di laboratorium komputer. Tugas-tugas yang dirancang bertujuan untuk membentuk konstruksi mental/pengetahuan mahasiswa. Tujuan utama dari tugas ini adalah mahasiswa mendapat pengalaman untuk menemukan sesuatu, tidak hanya sekedar untuk mendapat jawaban yang benar.

Class discussion; Mahasiswa bertemu di kelas dan bekerja dalam kelompok. Pertemuan di kelas bertujuan untuk memberikan kesempatan kepada mahasiswa untuk mengemukakan temuan-temuan yang mereka peroleh di laboratorium. Berbagai masalah yang muncul dari setiap kelompok selama berada di laboratorium dikemukakan pada pertemuan kelas ini. Keuntungan yang diharapkan dari diskusi kelas ini adalah terjadinya pertukaran informasi yang saling melengkapi sehingga mahasiswa mempunyai pemahaman yang sama terhadap suatu konsep. Sementara itu dosen berperan sebagai fasilitator dalam mengarahkan diskusi mahasiswa menuju ke arah konsep yang benar.

Exercises bertujuan untuk memantapkan konsep yang telah diperoleh. **Mereka** diberi tugas tambahan berupa soal-soal latihan yang akan mereka kerjakan di kelas, dan soal-soal latihan untuk mereka kerjakan di rumah sebagai PR.

B.Penggunaan Komputer dalam Pembelajaran (Aktivitas Laboratorium)

Lugo dan Herman (2002) mengemukakan bahwa guru dapat merancang pembelajaran yang efisien dan efektif dengan memanfaatkan teknologi komputer. Komputer sebagai media dalam pembelajaran dapat digunakan untuk merespon tiga hal utama, yaitu; rendahnya perhatian dan motivasi siswa, menurunnya daya ingat siswa, dan sukarnya siswa menghubungkan pengetahuan dari satu disiplin ke disiplin yang lain.

Menurut Ayers (1988), dalam memahami suatu konsep matematika, mahasiswa melakukan konstruksi-konstruksi mental. Konstruksi-konstruksi mental ini dapat dibantu melalui aktivitas yang menggunakan komputer. Dalam mengkonstruksi pengetahuannya, dosen dapat membantu mahasiswa melalui pendekatan pembelajaran yang didisain untuk menstimulasi terjadinya konstruksi-konstruksi mental yang diharapkan. Menurut Dubinsky & Tall (1991), ini dapat dilakukan melalui: (i) penyediaan perangkat pembelajaran dengan komputer (modul elektronik) sehingga mahasiswa dapat mengelaborasi dan melakukan refleksi pada aktivitas komputer, (ii) membuat program-program komputer dalam bahasa pemrograman yang sesuai, sehingga kegiatan pemrograman ini berjalan beriringan dengan usaha mahasiswa untuk membuat konstruksi mental *proses*.

Komputer juga dapat membuat konsep-konsep matematika menjadi lebih bermakna bagi mahasiswa, karena melalui aktivitas komputer (mengeksplorasi contoh dan bukan contoh yang berhubungan dengan konsep-konsep yang sedang dipelajari) mahasiswa dapat melihat konsep-konsep matematika yang abstrak dari sisi konkritnya, sehingga mahasiswa dapat dibantu memahami konsep-konsep abstrak tersebut. Ketika suatu ide yang abstrak dimunculkan di komputer, maka itu akan menjadi konkrit dalam pikiran mahasiswa. Semua ini dapat dilakukan melalui penyediaan tugas-tugas pemrograman sehingga konstruksi-konstruksi mental yang dibuat "ampuh" dalam meningkatkan pengetahuan dan pemahaman matematika. Lebih dari itu, melalui pemrograman komputer mahasiswa dapat melakukan refleksi (bagaimana komputer melakukan itu) dan proses apa yang dilibatkannya (Dubinsky & Tall, 1991: 235).

Menurut Shute & Grendell (1994), melalui pengalaman (aktivitas laboratorium/doing math) pengetahuan akan bertahan lama dalam pikiran mahasiswa, karena pengalaman dapat membantu mengembangkan struktur kognitif. Disamping itu, pembelajaran yang menggunakan komputer sangat dinikmati oleh mahasiswa dan membangkitkan motivasi mahasiswa.

Jadi pada penelitian ini, pada tahap "aktifitas di lab komputer" dosen merancang pembelajaran agar mahasiswa belajar dengan menggunakan komputer. Pada setiap komputer disediakan modul elektronik. Modul ini berisi uraian materi, contoh penerapan, dan soal-soal latihan. Mereka mempelajari isi modul dan menyelesaikan soal-soal yang ada secara individual.

C. Pembelajaran Kooperatif (Kegiatan Diskusi Kelas)

Dalam sebuah kelas sekurangnya terdapat tiga kelompok siswa, yaitu kelompok siswa cepat, kelompok siswa sedang, dan kelompok siswa lambat. Kelompok siswa yang lambat selalu tertinggal dalam belajar, mereka mempunyai kemungkinan yang lebih besar untuk mengalami kegagalan (Sudirman, 1987).

Upaya untuk membantu siswa-siswa yang lambat dapat dilaksanakan melalui pembelajaran kooperatif. Pembelajaran kooperatif merupakan model pembelajaran yang menekankan adanya kerjasama antar siswa dalam kelompok untuk mencapai tujuan belajar. Menurut Purwanti (2003) interaksi antar teman sebaya membantu siswa meningkatkan pemahaman terhadap suatu konsep. Siswa lebih mudah menjelaskan konsep atau ide kepada siswa lain dengan menggunakan bahasa yang sederhana dan mudah dipahami, sehingga siswa belajar lebih efektif untuk memperoleh hasil belajar yang optimal. Beberapa ahli berpendapat bahwa pembelajaran kooperatif terbukti unggul dalam membantu siswa memahami konsep-konsep yang sulit. Hal ini karena adanya peran siswa sebagai *tutor sebaya* (siswa sebagai sumber belajar bagi teman sebayanya).

Menurut Corebima (2002) pada dasarnya model pembelajaran kooperatif dikembangkan untuk mencapai paling tidak tiga tujuan pembelajaran yaitu hasil belajar, penerimaan terhadap keragaman, dan pengembangan keterampilan sosial. Sementara itu Putra (2003) mengemukakan bahwa model pembelajaran kooperatif mempunyai beberapa kelebihan dalam mengembangkan potensi siswa, diantaranya: adanya hubungan saling menguntungkan antar anggota kelompok, berkembangnya semangat kerjasama, dan adanya semangat kompetisi yang sehat antar anggota kelompok dan antar kelompok. Oleh sebab itu penerapan model ini dapat mengembangkan potensi siswa secara efektif.

Lie (2002) menyatakan bahwa tidak semua kerja kelompok bisa dianggap pembelajaran kooperatif. Menurutnya pada model pembelajaran kooperatif terdapat lima unsur yang harus diterapkan, yaitu: (1) saling ketergantungan positif (2) tanggung jawab perseorangan (3) tatap muka (4) komunikasi antar anggota (5) evaluasi proses kelompok.

Dalam pembelajaran kooperatif setiap anggota kelompok saling bekerja sama menyelesaikan tugas untuk mencapai tujuan bersama. Adanya kerjasama kelompok menunjukkan bahwa keberhasilan kelompok ditentukan oleh hasil belajar bersama dalam kelompok. Sehingga dalam satu kelompok terjadi ketergantungan positif. Selain itu setiap anggota kelompok bertanggung jawab terhadap keberhasilan kelompoknya. Sebab dengan memahami dan melaksanakan tanggung jawab perseorangan, maka setiap anggota kelompok berkesempatan memberikan kontribusi begi kesuksesan kelompoknya.

Bagaimana cara mengelompokan mahasiswa? Dengan mengacu kepada: (i) *learning to live together in peace and harmony*, yaitu bahwa mahasiswa yang mempunyai kemampuan lebih harus membantu mahasiswa yang kemampuannya sedang atau rendah, (ii) bahwa setiap anggota kelompok harus mempunyai kesempatan yang sama untuk berkontribusi dalam proses pembelajaran, artinya bahwa tidak boleh ada mahasiswa yang mendominasi kelompok (Tobin dalam

Arnawa, 2004), (iii) bahwa dalam belajar matematika kelompoknya jangan terlalu heterogen (Weld, 1999). Maka pada penelitian ini direncanakan suatu kelompok akan terdiri dari 4 sampai 5 orang dan diusahakan agar kemampuan mahasiswa dalam suatu kelompok tidak terlalu heterogen. Untuk kelompok yang terdiri dari 5 orang, komposisi anggotanya adalah: 2 orang berasal dari mahasiswa dengan kemampuan tinggi, 1 orang dari mahasiswa dengan kemampuan sedang, dan 2 orang dari mahasiswa dengan kemampuan rendah. Sedangkan untuk kelompok yang terdiri dari 4 orang, komposisi anggotanya adalah: 1 orang berasal dari mahasiswa dengan kemampuan tinggi, 2 orang berasal dari mahasiswa dengan kemampuan sedang, dan 1 orang berasal dari mahasiswa dengan kemampuan rendah. Karena diskusi kelompok berdasarkan keberagaman kemampuan anggotanya, maka model aktivitas kelompok yang cocok untuk digunakan adalah model STAD (Student Teams Achievement Division), yaitu anggota kelompok saling membantu satu sama lain untuk memahami bahan pelajaran, misalnya melalui diskusi.

Menurut Slavin (1994) melalui STAD heterogenitas atau keragaman siswa dapat dikelompokkan menurut kemampuan akademik. Setiap kelompok terdiri atas 4-5 siswa. Selanjutnya Slavin menjelaskan pelaksanaan pembelajaran kooperatif tipe STAD mempunyai 5 komponen utama yaitu (1) penyajian kelas (2) belajar kelompok (3) tes/kuis/latihan (4) skor kemajuan individu dan (5) penghargaan kelompok.

D. Kerangka Konseptual.

Proses pembelajaran matematika satu arah berimplikasi pada pembelajaran kurang bermakna, yang mengakibatkan konsep matematika hanya dipahami sebagai hafalan. Akibatnya konsep tersebut mudah dilupakan dan mahasiswa tidak dapat menerapkan dengan baik konsep-konsep dan teorema-teorema yang dipelajarinya dalam menyelelesaikan berbagai masalah yang ada. Teori APOS merupakan suatu pendekatan pembelajaran mengintegrasikan penggunaan komputer, belajar berkelompok dan latihan serta memperhatikan konstruksi mental yang dilakukan mahasiswa dalam memahami konsep matematika.

Konstruksi mental tersebut adalah aksi, proses, objek dan skema yang dapat dilihat melalui aktivitas dilabortorium komputer, diskusi kelas dan latihan. Aktivitas dilaboratorium mengaktifkan mahasiswa belajar dengan mereduksi konsep abstrak menjadi konkrit. Aktivitas diskusi kelas dilakukan dengan belajar berkelompok dengan anggota kelompok 4 atau 5 orang, sehingga ide ataupun konsep yang diperoleh dalam aktivitas laboratorium dapat membantu mahasiswa meningkatkan pemahaman terhadap konsep. Aktivitas lanjutan adalah latihan untuk melatih mahasiswa dalam menyelesaikan berbagai permasalaham matematika.

E. Hipotesis

Berdasarkan kajian teori diatas maka diajukan hipotesis dalam penelitian adalah: Penerapan pembelajaran berdasarkan teori APOS dapat meningkatkan keberhasilan mahasiswa dalam perkuliahan PRO di Jurusan Matematika FMIPA UNP Padang.

BAB III. METODE PENELITIAN

A. Rancangan Penelitian

Jenis penelitian yang dilakukan untuk meningkatkan kualitas perkuliahan Pengantar Riset Operasi {PRO} ini adalah penelitian tindakan kelas (PTK). Menurut Suyanto (1997) penelitian tindakan kelas sebagai bentuk penelitian yang bersifat reflektif dengan melakukan tindakan-tindakan tertentu agar dapat memperbaiki dan atau meningkatkan praktek-praktek pembelajaran di kelas secara lebih profesional. Selanjutnya Suyanto (1997) menyatakan bahwa tujuan melakukan penelitian tindakan kelas adalah untuk perbaikan dan peningkatan layanan profesional dosen dalam menangani proses belajar mengajar. Disain penelitian yang digunakan adalah disain model spiral (siklus). Secara umum setiap siklus perbaikan mutu dengan PTK terdiri dari:

a. Perencanaan, yaitu: membuat rencana tindakan untuk melakukan perbaikan mutu atau pemecahan masalah.
b. Tindakan, yaitu: mengimplementasikan tindakan tersebut sesuai dengan rencana.
c. Observasi, yaitu: melakukan pengamatan terhadap efek dari tindakan yang diberikan.
d. Refleksi, yaitu: merefleksikan hasil tindakan tersebut, sebagai dasar perencanaan berikutnya.

B. Lokasi dan Waktu Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan di Jurusan Matematika FMIPA UNP Padang pada semester Juli-Desember 2007.

C. Subjek Penelitian

Subyek penelitian ini adalah dosen dan mahasiswa pada mata kuliah Pengantar Riset Operasi (PRO) di Program Studi Pendidikan Matematika semester Juli-Desember tahun 2007.

D. Prosedur Penelitian

Berikut ini dijelaskan prosedur pelaksanaan penelitian, sesuai dengan empat tahap pelaksanaan PTK (Perencanaan, Tindakan, Observasi, dan Refleksi):

a. Perencanaan/ Persiapan

Pada tahap ini dipersiapkan segala sesuatu yang akan dibutuhkan dalam pelaksanaan penelitian, diantaranya:

- Mengkaji kurikulum Riset Operasi dan buku ajar untuk mempersiapkan bahan ajar atau satuan acara perkuliahan.
- Membuat rumusan tentang strategi pelaksanaan penelitian agar penelitian terarah dan terkendali.
- Membuat modul elektronik dalam bentuk *hipertext*. Modul elektronik ini memuat materi PRO, contoh-contoh penerapan, dan latihan.
- Menginstalasi modul elektronik pada semua komputer yang ada pada Laboratorium Komputasi dan Statistika Jurusan Matematika FMIPA UNP. Lab ini memiliki fasilitas 30 unit komputer.
- Membuat lembaran observasi, yang berguna untuk memantau situasi kelas selama berlangsungnya perkuliahan.
- Merancang alat evaluasi (Tes).
- Mengumpulkan data awal prestasi mahasiswa, berupa indeks prestasi semester
- Mengelompokan mahasiswa, berdasarkan acuan pembelajaran kooperatif tipe STAD.

b. Tindakan

Tindakan dalam penelitian ini adalah pembelajaran PRO berdasarkan teori APOS yang diimplementasikan dengan tahapan pembelajaran *Activities, Classroom Discussion,* dan *Excercise*. Kegiatan perkuliahan dalam seminggu dilaksanakan dua kali (masing-masing selama 100 menit). Pada pertemuan 100 menit pertama diisi dengan kegiatan aktifitas laboratorium, mahasiswa belajar secara individual menggunakan modul elektronik, mereka membahas teori, dan mengerjakan latihan. Tujuan dari kegiatan aktifitas lab ini adalah agar mahasiswa mendapatkan pengalaman dari **aksi** dan **proses** yang mereka lakukan.

Pada pertemuan 100 menit berikutnya diisi dengan kegiatan diskusi kelas, mahasiswa belajar di ruang kelas dengan model pembelajaran *cooperative* *learning* tipe STAD. Materi yang mereka bahas/diskusikan pada pertemuan ini adalah materi/latihan yang mereka pelajari pada pertemuan 100 menit sebelumnya ditambah dengan soal-soal latihan yang baru. Diskusi kelompok berlangsung selama lebih kurang 75 menit, 25 menit digunakan dosen di awal dan di akhir diskusi kelompok untuk memberikan ulasan, dan 5 menit untuk administrasi kelas dan pemberian tugas rumah (PR) untuk dikerjakan oleh mahasiswa secara individual. Tujuan dari kegiatan diskusi kelas ini adalah agar **aksi** dan **proses** yang telah dilakukan dapat menjadi satu **objek** pengetahuan bagi mahasiswa, yang selanjutnya akan ter**skema** menjadi satu pemahaman yang utuh bagi mahasiswa.

c. **Observasi**

Observasi diartikan sebagai kegiatan mengenali, merekam, mendokumentasikan dan mengamati semua indikator, perubahan-perubahan yang terjadi (termasuk efek sampingan dari tindakan) dan hasil yang dicapai sebagai dampak dari tindakan yang sudah dilakukan. Aspek yang diamati adalah : 1) motivasi (aktivitas) mahasiswa selama mengikuti kegiatan laboratorium dan diskusi kelompok, dan 2) kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal tes (prestasi belajar mahasiswa).

Alat pengumpul data yang digunakan adalah: 1) **Format Observasi**, berfungsi untuk: a) mengetahui kesesuaian pelaksanaan penelitian dengan rencana yang telah disusun, b) mengamati aktifitas mahasiswa, dosen, dan interaksi dosen-mahasiswa, c) mengukur seberapa jauh tindakan yang diberikan berdampak pada keberhasilan pembelajaran. 2) **Tes Hasil Belajar**, diberikan pada akhir siklus, berguna untuk mengetahui tingkat penguasaan materi oleh mahasiswa. 3) **Catatan Lapangan**, merupakan catatan harian dosen/ pengamat yang ditulis bebas untuk mencatat hal-hal unik yang ditemukan dalam pembelajaran. 4) **Analisis Dokumen**, berguna untuk memantau pengerjaan latihan/ PR oleh mahasiswa.

Data yang terkumpul dari berbagai alat pengumpul data di atas akan diolah dengan teknik persentase dan disajikan dalam diagram batang/ garis untuk setiap kali pertemuan, sehingga dapat diketahui kecendrungannya dan sebagai observer adalah anggota peneliti. Selanjutnya, dianalisis untuk menjelaskan kenapa hal tersebut terjadi

d. Refleksi

Refleksi sangat penting untuk memahami proses dan hasil perubahan yang terjadi akibat adanya tindakan. Hakikat refleksi adalah upaya untuk mengkaji apa yang telah terjadi, yang telah dihasilkan atau yang tidak/belum tuntas pada siklus yang sedang berjalan. Kegiatan refleksi meliputi kegiatan (a) analisis, (b) sintesis, (c) interpretasi dan (d) eksplanasi atas semua informasi yang diperoleh.

Salah satu patokan dalam melakukan refleksi digunakan Nilai Mutu (NM) yang berlaku di UNP Padang. Untuk mendapatkan NM digunakan Nilai Angka (NA) yang berkisar dari 0 sampai 100. Berikut adalah adalah hubungan antara NA, NM, dan Sebutan Mutu (SM):

Tabel 1: Hubungan antara Nilai Akhir (NA), Nilai Mutu (NM) dan Sebutan Mutu (SM)

Nilai Angka (NA)	Nilai Mutu (NM)	Sebutan Mutu (SM)
81 s.d. 100	A	Sangat Baik
66 s.d 80	B	Baik
56 s.d. 65	C	Cukup
41 s.d. 55	D	Kurang
0 s.d. 40	E	Gagal

Sumber: (UNP, 2004).

Pada penelitian ini, seorang mahasiswa dikatakan tuntas belajar (secara individual) jika ia mendapatkan nilai angka lebih besar dari 65 atau jika ia mendapatkan nilai mutu A atau B. Pembelajaran dikatakan tuntas secara klasikal jika minimal 85% mahasiswa tuntas belajar secara individual.

E. Instrumen Penelitian

Alat pengumpul data yang digunakan dalam penelitian ini adalah lembaran observasi, catatan lapangan, dan tes hasil belajar. Observasi dilakukan untuk memperoleh data tentang motivasi (aktivitas) mahasiswa dalam perkuliahan, catatan lapangan untuk merekam hal-hal menarik yang terjadi selama penelitian, dan tes dilakukan untuk memperoleh data tentang kemampuan mahasiswa menyelesaikan soal-soal PRO.

F. Analisis Data

Data yang diperoleh dianalisis dengan teknik analisis deskriptif. Sebelum dianalisis data ditabulasi dan diinterpretasikan. Adapun data hasil observasi aktivitas mahasiswa dalam diskusi kelas disajikan dalam bentuk tabel frekuensi keaktifan mahasiswa, sedangkan hasil belajar mahasiswa disajikan dalam deskriksi statistik .

BAB IV. HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

A. Hasil Penelitian

1. Deskripsi Data Hasil Tes Akhir

Perencanaan dan Tindakan pada PTK ini telah dipaparkan pada prosedur penelitian Bab III. Tindakan dilaksanakan pada pembelajaran pokok bahasan Metode Simpleks yang berlangsung selama empat minggu perkuliahan. Di akhir siklus diadakan tes, hasil tes tersebut dapat dilihat pada lampiran ___ . Tabel-tabel berikut memperlihatkan deskripsi statistik, dan sebaran nilai mutu mahasiswa.

Tabel 2: Deskripsi Statistik Hasil Tes Akhir Siklus

Mean	75,47
Standard Deviation	14,29
Minimum	50
Maximum	100
Count	39

Berdasarkan tabel 2 diatas dari 39 orang mahasiwa yang mengikuti tes hasil belajar ternyata nilai tertinggi yang diperoleh mahasiswa adalah 100 dan nilai terendah adalah 50 dengan rata-rata 75,47dan simpangan bakunya 14,29. Jika dilihat dari sebaran nilai hasil tes maka diperoleh gambaran yang disajikan pada tabel berikut:

Tabel 3 : Sebaran Nilai Mutu Mahasiswa dari Hasil Tes Siklus.

No	Nilai Mutu	Jumlah Mahasiswa	Persentase
1	A	14	35,90
2	B	17	43,59
3	C	5	12,82
4	D	3	7,69
5	E	0	0,00

Dari tabel 3 di atas, jumlah mahasiswa yang tuntas belajar secara individual (yang memperoleh nilai mutu A dan B) sebanyak 31 orang (79,49%), sedangkam ketuntasan belajar secara klasikal belum tercapai.

2. Deskripsi Data Hasil Pengamatan Kelas

Hasil pengamatan terhadap aktivitas mahasiswa selama berlangsungnya pembelajaran pada siklus I adalah sebagai berikut:

Tabel 4: Frekuensi Aktivitas Positif Pada Kegiatan Aktivitas Laboratorium

Minggu	Aktivitas Positif Mahasiswa	Frekuensi/Jumlah Mhs
I	Kehadiran	38
	Membawa Buku Teks	18
	Mengajukan pertanyaan	5
	Serius Belajar	38
II	Kehadiran	39
	Membawa Buku Teks	22
	Mengajukan pertanyaan	6
	Serius Belajar	38
III	Kehadiran	38
	Membawa Buku Teks	17
	Mengajukan pertanyaan	6
	Serius Belajar	38
IV	Kehadiran	39
	Membawa Buku Teks	23
	Mengajukan pertanyaan	7
	Serius Belajar	39

Berdasarkan tabel 4 di atas bahwa mahasiswa yang membawa buku teks untuk referensi belajar mereka dengan judul dan pengarang yang berbeda terlihat meningkat dari pertemuan pertama dan seterusnya. Mahasiswa yang mengajukan pertanyaan juga terjadi peningkatan. Mahasiswa yang hadir dalam aktivitas laboratorium semuanya serius, hal ini terlihat saat mereka mempelajari materi ajar. Setelah aktivitas labor selesai, pembelajaran dilanjutkan dalam ruangan kelas. Hasil observasi kegiatan diskusi disajikan sebagai berikut :

Tabel 5: Frekuensi aktivitas positif pada kegiatan Diskusi Kelas

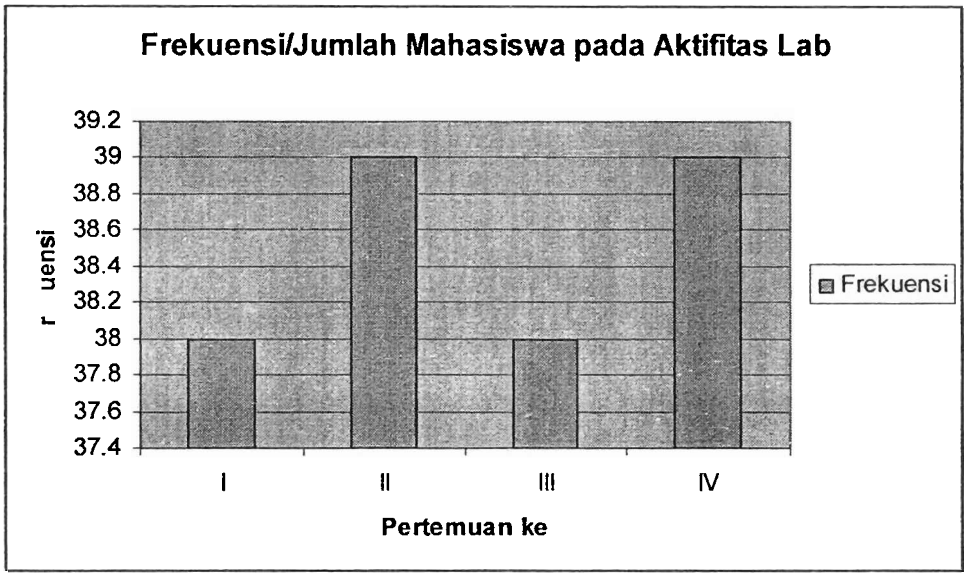
Kelompok	Aktivitas Positif Mahasiswa	Diskusi Kelas			
		I	II	III	IV
A	Kehadiran	5	5	4	5
	Membawa Buku Teks	2	1	1	2
	Mengajukan pertanyaan dalam kelompok	3	3	4	3
	Mengajukan pertanyaan secara klasikal	1	1	1	1
B	Kehadiran	5	5	5	5
	Membawa Buku Teks	2	3	2	4
	Mengajukan pertanyaan dalam kelompok	3	4	4	5
	Mengajukan pertanyaan secara klasikal	1	2	2	1
C	Kehadiran	5	5	5	5
	Membawa Buku Teks	2	2	0	3
	Mengajukan pertanyaan dalam kelompok	4	5	4	4
	Mengajukan pertanyaan secara klasikal	0	1	1	1
D	Kehadiran	5	5	5	5
	Membawa Buku Teks	2	4	3	4
	Mengajukan pertanyaan dalam kelompok	3	3	4	4
	Mengajukan pertanyaan secara klasikal	1	0	1	1
E	Kehadiran	5	5	5	5
	Membawa Buku Teks	2	4	4	4
	Mengajukan pertanyaan dalam kelompok	5	4	4	4
	Mengajukan pertanyaan secara klasikal	1	2	2	1
F	Kehadiran	4	5	5	5
	Membawa Buku Teks	3	5	4	4
	Mengajukan pertanyaan dalam kelompok	4	4	4	5
	Mengajukan pertanyaan secara klasikal	0	0	0	1
G	Kehadiran	5	5	5	5
	Membawa Buku Teks	3	2	2	2
	Mengajukan pertanyaan dalam kelompok	4	5	5	5
	Mengajukan pertanyaan secara klasikal	0	1	2	2
H	Kehadiran	4	4	4	4
	Membawa Buku Teks	1	1	1	2
	Mengajukan pertanyaan dalam kelompok	3	3	4	4
	Mengajukan pertanyaan secara klasikal	1	1	0	1

Dari tabel 5 di atas terlihat bahwa aktivitas mahasiswa dalam mengajukan pertanyaan dalam kelompoknya rata-rata meningkat dari pertemuan pertama hingga kepertemuan keempat, sedangkan pertanyaan secara klasikal yang ditujukan kepada pembimbing (dosen) mata kuliah ternyata sedikit. Hal ini disebabkan mahasiswa telah memahami materi pelajaran yang di temukannya dalam aktivitas dilabor maupun dalam diskusi kelas.

B. Pembahasan

Hasil tes pada akhir siklus memperlihatkan sebagian besar mahasiswa (31 dari 39 orang mahasiswa, 79,49%) memperoleh nilai mutu A dan B (mendapat skor di atas 65). Hasil ini lebih baik dari pencapaian pada semester sebelumnya, dimana untuk pokok bahasan yang sama jumlah mahasiswa yang memperoleh nilai mutu A dan B hanya 68,57%. Dilihat dari pencapain skor mahasiswa, praktek pembelajaran yang peneliti lakukan sekarang mempunyai dampak yang lebih baik dari praktek pembelajaran sebelumnya. Namun, jika mengacu kepada patokan ketuntasan belajar mahasiswa secara klasikal pencapaian ini belum memenuhi harapan. Untuk itu perlu dilakukan kajian pada praktek pembelajaran siklus yang sudah berjalan dan pembenahan pada praktek pembelajaran selanjutnya.

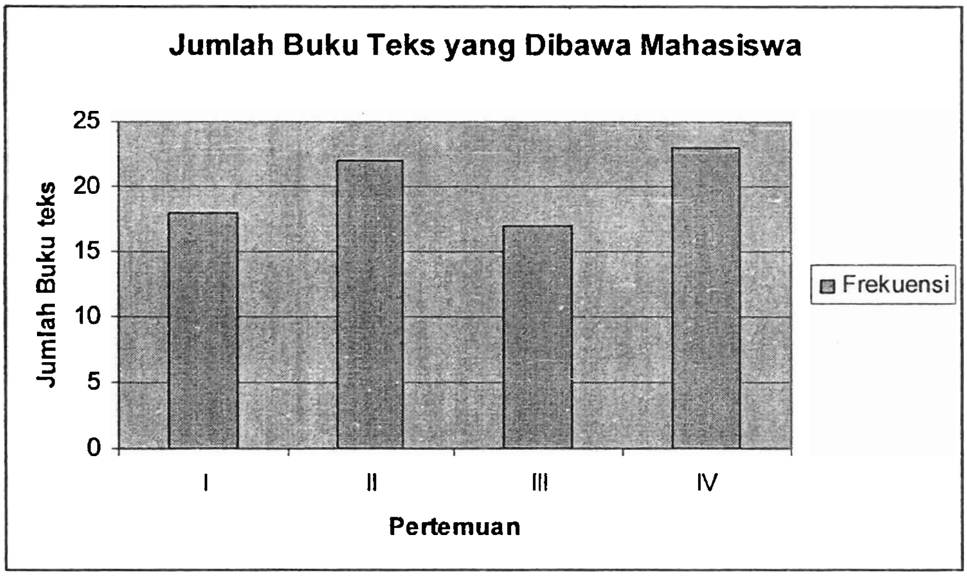
Hasil pengamatan terhadap jalannya praktek pembelajaran pada setiap aktivitas positif yang diamati mengalami peningkatan, hal ini dapat dilihat pada tampilan grafik setiap aspek yang diamati, sebagai berikut:



Gambar 1. Jumlah Kehadiran Mahasiswa

Dari grafik di atas nampak bahwa hampir seluruh mahasiswa hadir pada kegiatan perkuliahan, ini menunjukkan semangat mereka untuk belajar tinggi.

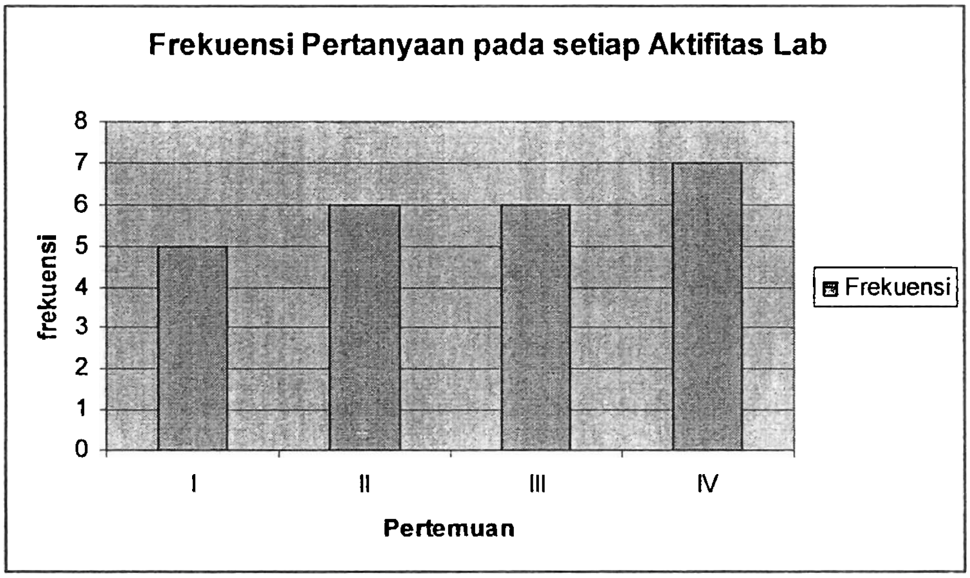
Grafik 2 berikut memperlihatkan jumlah mahasiswa yang membawa buku teks Riset Operasi. Pada aktivitas lab ini, buku teks menjadi salah satu sumber belajar penting bagi mahasiswa. Jika mahasiswa mengalami kesulitan memahami materi yang terdapat pada modul yang tersedia di komputer, mereka punya alternatif lain untuk mencari informasi, yaitu buku teks. Pada perkuliahan ini mahasiswa dibiasakan menelaah buku teks untuk membangun dan memantapkan pengetahuan mereka. Itulah sebabnya membawa buku teks menjadi hal yang penting dalam perkuliahan ini.



Gambar 2. Jumlah Mahasiswa Yang Membawa Buku Teks

Dari gambar 2 di atas terlihat sebagian besar mahasiswa membawa buku teks. Ini salah satu indikator yang menunjukkan bahwa mahasiswa punya semangat untuk belajar. Beberapa hal yang dilakukan dosen sehingga mahasiswa termotivasi untuk membawa buku teks, diantaranya adalah; 1) Jika mahasiswa mengalami kesulitan menelaah materi yang terdapat pada modul yang tersedia di komputer, dosen meminta mahasiswa untuk membaca materi yang serupa pada buku teks, 2) dosen selalu meminta mahasiswa untuk membaca, memahami, dan memahami teori-teori yang ada di buku baik pada kegiatan aktivitas lab, maupun pada kegiatan diskusi kelas, 2) dosen selalu tidak menuliskan di papan tulis soal-soal yang ada di buku. Dengan peran dosen seperti ini, mahasiswa memandang bahwa keberadaan buku teks menjadi sangat penting. Mereka merasa rugi kalau tidak membawa buku teks.

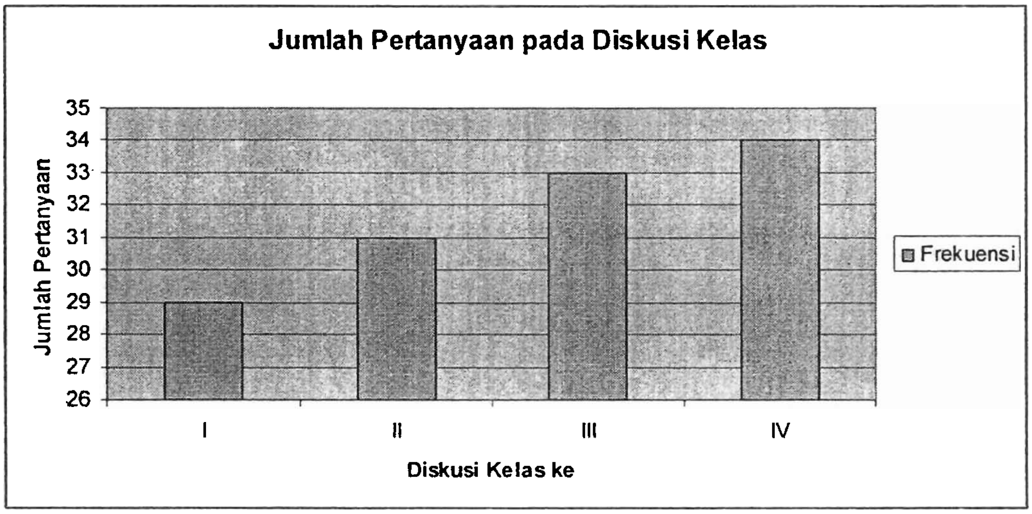
Gambar 3 memperlihatkan jumlah mahasiswa yang mengajukan pertanyaan secara klasikal. Aktivitas bertanya untuk menunjukan respon aktif mahasiswa dalam kelas. Pada kegiatan akvifitas lab mahasiswa dibebaskan untuk bertanya kapan saja, mereka bisa langsung mengajukan pertanyaan kepada teman di sekitar tempat duduk mereka atau kepada dosen, namun yang dicatat dalam pengamatan adalah pengajuan pertanyaan kepada dosen. Pada kegiatan diskusi kelas pertanyaan secara klasikal yang diajukan mahasiswa adalah pertanyaan yang belum tuntas mereka bahas di kelompok mereka. Yang diprioritaskan menjawab pertanyaan ini adalah mahasiswa yang paham dari kelompok lain, jika tidak tuntas baru dosen yang memberi penjelasan.



Gambar 3. Jumlah Pertanyaan Pada Setiap Aktifitas Laboratorium

Grafik di atas memperlihatkan jumlah pertanyaan yang diajukan mahasiswa, jumlah ini sudah cukup mengembirakan. Bila dibandingkan dengan kuliah-kuliah sebelumnya jarang sekali mahasiswa yang mau bertanya. Pada kuliah ini, keinginan mahasiswa untuk bertanya lebih dipicu oleh tugas-tugas yang diberikan dan keinginan mereka untuk bisa memahami materi dengan lebih baik.

Gambar 4 memperlihatkan jumlah pertanyaan yang muncul dalam kegiatan aktivitas diskusi kelompok. Kelas dibagi menjadi 8 kelompok, 7 kelompok terdiri dari 5 orang anggota dan satu kelompok terdiri dari 4 orang anggota. Kegiatan kelompok adalah membahas hal-hal yang ditanyakan oleh anggota kelompok.



Gambar 4. Jumlah Pertanyaan Dalam Kelompok

Jumlah pertanyaan pada grafik di atas adalah jumlah dari semua pertanyaan yang dibahas oleh 8 kelompok. Dari grafik di atas terlihat peningkatan jumlah pertanyaan yang dibahas selama empat kali kegiatan diskusi kelompok. Dari pengamatan yang dilakukan setiap anggota kelompok sangat aktif dan serius mambahas pertanyaan yang dikemukakan oleh anggota-anggotanya. Umumnya kelompok-kelompok dapat membahas pertanyaan-pertanyaan yang diajukan tersebut dengan tuntas. Pertanyaan-pertanyaan yang belum tuntas dibahas dalam kegiatan diskusi klasikal.

Selama pembelajaran PRO yang menggunakan teori APOS ini dilaksanakan, peneliti juga mengamati bagaimana jalannya pembelajaran yang dilakukan oleh mahasiswa. Dari hasil penganatan dapat disimpulkan bahwa pembelajaran yang berdasarakan teori APOS ini mampu memberikan nuansa baru yang sangat positif dalam perkuliahan Pengantar Riset Operasi (PRO). Dalam pembelajaran yang berlangsung mahasiswa aktif belajar teori dan menyelesaikan soal/latihan yang ditugaskan dosen, mahasiswa juga mendiskusikan hal-hal yang belum mereka pahami. Jadi pembelajaran yang berdasarkan teori APOS ini mampu meningkatkan kemampuan mahasiswa untuk belajar mandiri dan juga mampu untuk meningkatkan kemampuan mahasiswa untuk berkomunikasi.

Pada pembelajaran konvensional pembelajaran berlangsung satu arah, dosen lebih mendominasi jalannya pembelajaran, jarang mahasiswa yang berani untuk mengajukan pertanyaan. Pada pembelajaran yang berdasarkan teori APOS suasana kelas begitu hidup, semua mahasiswa bekerja. Pada kegiatan aktivitas lab, mahasiswa berupaya belajar mandiri. Mereka berjuang mengupas materi yang ada di komputer (modul elektronik) dan buku teks agar mereka dapat memahami membahasnya. Kecepatan belajar mahasiswa pada kegiatan aktivitas lab ini tidak sama, ada yang cepat, sedang, dan yang lambat. Untuk membantu mereka yang lambat, kegiatan aktivitas lab dilanjutkan dengan kegiatan diskusi kelas. Kegiatan diskusi kelas lebih diarahkan untuk membantu mereka yang lemah dalam kegiatan aktivitas lab.

Ketuntasan belajar secara klasikal berdasarkan nilai yang diperoleh mahasiswa dari hasil tes pada akhir siklus belum tercapai, baru 79,49%

mahasiswa yang tuntas belajar secara individual. Hal ini harus mendapat perhatian yang serius dari dosen, dosen harus berupaya untuk mencapai target ketuntasan belajar secara klasikal, walaupun pencapaian ini lebih baik dari pencapaian semester sebelumnya pada pokok bahasan yang sama.

Untuk mencapai target ketuntasan belajar tersebut diperlukan perbaikan dari tindakan yang telah dilakukan. Perbaikan yang akan dilakukan pada siklus selanjutnya adalah; pada akhir kegiatan aktivitas lab mahasiswa diberi kuis. Soal-soal pada kuis berhubungan dengan materi yang mereka bahas pada kuliah hari itu. Tindakan pemberian kuis ini dimaksudkan untuk makin meningkatkan kesungguhan mereka dalam belajar. Sebab pada siklus yang telah berjalan sebagian mahasiswa terlihat belum bersungguh-sungguh dalam belajar.

BAB V. SIMPULAN DAN SARAN

A. Simpulan

Berdasarkan hasil penelitian ternyata aktivitas mahasiswa menunjukkan aktivitas positif setelah diberikan pembelajaran berdasarkan dengan teori APOS Hasil tes pada akhir siklus memperlihatkan sebagian besar mahasiswa (31 dari 39 orang mahasiswa, 79,49%) memperoleh nilai mutu A dan B (mendapat skor di atas 65). Hasil ini lebih baik dari pencapaian pada semester sebelumnya, dimana untuk pokok bahasan yang sama jumlah mahasiswa yang memperoleh nilai mutu A dan B hanya 68,57%.

Hasil observasi terhadap jalannya pembelajaran menunjukan bahwa setiap aktifitas positif yang diamati mengalami peningkatan selama berlangsungnya siklus penelitian (gambar 1-4). Hasil pengamatan memperlihatkan bahwa respon mahasiswa terhadap tindakan yang diberikan selama pembelajaran sangat positif.

Jadi, berdasarkan hasil tes, dan observasi dapat disimpulkan bahwa Penerapan teori APOS dapat meningkatkan kualitas mahasiswa dalam pembelajaran Pengantar Riset Operasi (PRO) semester Juli-Desember 2007.

B. Saran

Berdasarkan hasil penelitian yang diperoleh, maka peneliti perlu menyarankan hal-hal sebagai berikut: 1) Untuk dosen peneliti dan dosen PRO lainnya, agar dalam pembelajaran PRO selanjutnya dapat menggunakan Teori APOS. 2) Dosen mata kuliah lain dapat juga mengadopsi cara yang telah diterapkan pada kuliah PRO ini, karena pada dasarnya Teori APOS dapat diterapkan untuk setiap pembelajaran matematika. 3) Dosen yang akan mengadopsi Teori APOS harus betul-betul merancang berbagai sumber belajar yang dapat diakses mahasiswa dengan mudah. Misalnya; diktat, modul, handout, dan lain-lain. 4) Pihak yang berwenang, seperti Dekan dan Ketua Jurusan harus memberikan fasilitas dan kemudahan bagi dosen yang ingin melaksanakan inovasi dalam pembelajaran.

DAFTAR PUSTAKA

Arnawa, I Made. (2005). *Meningkatkan Kemampuan Pembuktian Mahasiswa dalam Aljabar Abstrak menggunakan Teori APOS* (Disertasi). Bandung: UPI.

Ayers, T. et al. (1988). "Computer Experiences in Learning Composition of Functions". *Journal for Research in Mathematics Education.* 19 (3), 246-259.

Corebima,dkk. (2002). *Pelatihan Terintegrasi Berbasis Kompetensi-Pembelajaran Kooperatif.* Jakarta: Depdiknas.

Dubinsky,E. & Tall, D. (1991). "Advanched Mathematical Thinking and Computer". Dalam D. Tall (ed.). *Advanched Mathematics Thinking.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Dubinsky, E. et al. (1994). On Learning Fundamental Concepts of Group Theory. *Educational Studies in Mathematics*, 27(3), 267-305.

Ervynck, G. (1991). "Mathematical Creativity". Dalam D. Tall (ed.). *Advanched Mathematical Thingking.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Galovich. (1995). *Doing Mathematics.* San Diego: Saunders College.

Leron, U.& Dubinsky, E. (1995). "An Abstract Algebra Story". *American Mathematical monthly*, 102 (3), 227-242.

Lie, Anita. (2002). *Cooperative Learning.* Jakarta: PT. Gramedia Widia Sarana Indonesia.

Lugo, Gabriel G & Russel L. Herman. (2002). *Fostering Multimedia Instruction in Mathematics.* Wilmington: UNCW.

Nurlaelah, E dan Usdiyana, D. (2003). Inovasi Pembelajaran Struktur Aljabar I dengan Menggunakan Program ISETL Berdasarkan Teori APOS. Laporan Hibah Pembelajaran Due-Like Jurusan Pendidkan Matematika UPI: tidak diterbitkan.

Putra, Amali (2003). *Penerapan Model Pembelajaran "Student Team Achievement Devisions" Dalam Pembelajaran Fisika, Buletin Pembelajaran,* 26 (24), 313-324.

Purwanti, Carullina Wiedia. (2003). *Pembelajaran Kooperatif Model STAD dapat Meningkatkan Hasil Belajar MIPA.* Bandung: JICA.

Shute, V.J. & Grendell, L. A. (1994). "What Does the Computer Contribute to Learning?". *Computer and Education*, 23 (3), 177-186.

Slavin,R.E. (1995). *Cooperative Learning: Theory, Research, and Practise*. Boston: Allyn and Bacon.

Solow, D. (1990). *How to Read and Do Proofs*. Cleveland: John Wiley & Son.

Sumarmo, U. (2000). "Kecendrungan Pembelajaran Matematika pada Abad 21". Makalah pada Seminar di UNSWAGATI Tanggal 10 September 2000. Cirebon.

Sudirman. 1987. *Ilmu Pendidikan*. Bandung: Remaja Karya.

Suyanto. (1997). *Penelitian Tindakan Kelas*. Yogyakarta. DIKTI.

Weld, K. (1999). "Perfect Problems and Homogeneous Groups Enhance Cooperative Learning in Abstract Algebra". *PRIMUS*. 9 (4), 355-364.

Lampiran 1

UNIVERSITAS NEGERI PADANG
FAKULTAS MATEMATIKA DAN IPA
JURUSAN MATEMATIKA

Tes Akhir Siklus I

Mata Kuliah	:	Pengantar Riset Operasi
Hari/Tanggal	:	Rabu / 5 Desember 2007
Waktu	:	90 Menit
Dosen Penguji	:	Dra. Minora Longgom Nasution, M.Pd Drs. Hendra Syarifuddin, M.Si Dra. Jazwinarti

SOAL:

1. Untuk membuat kue A dibutuhkan tepung 300 gram dan mentega 100 gram. Untuk membuat kue B dibutuhkan tepung 200 gram dan mentega 100 gram. Seorang penjual makanan mempunyai tepung 9 kg dan mentega 3,5 ingin membuat kue tersebut untuk dijual. Ia mengharapkan mendapat laba Rp. 200,- untuk tiap kue A dan Rp. 100,- untuk tiap kue B. Berapa banyaknya kue A dan kue B yang harus dibuat agar penjual tersebut mendapat laba maksimum? Berapa laba maksimum tersebut?

2. Gunakan Metode Simpleks untuk menyelesaikan masalah berikut:

   Maksimumkan $5x_1+4x_2+3x_3$

   dengan kendala: $2x_1+3x_2+x_3 \leq 5$

   $4x_1+x_2+2x_3 \leq 11$

   $3x_1+4x_2+2x_3 \leq 8$

   $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

3. Gunakanlah tabel-tabel Simpleks untuk menyelesaikan masalah berikut:

   Maksimumkan $3x_1+2x_2+4x_3$

   dengan kendala $x_1+x_2+2x_3 \leq 4$

   $2x_1+\quad 3x_3 \leq 5$

   $2x_1+x_2+3x_3 \leq 7$

   $x_1, x_2, x_3 \geq 0.$

Lampiran 2.

LEMBARAN OBSERVASI

PENGAMATAN AKTIFITAS DISKUSI KELOMPOK

Hari / Tanggal : ________ / ________________

Tabel 1. Kehadiran dan Buku Teks pada Kelompok

Kelompok	**Jlh Anggota Hadir**	**Jlh Buku Teks**
I		
II		
III		
IV		
V		
VI		
VII		
VIII		
IX		
X		

Tabel 2. Keaktifan dan Keseriusan Kerja Kelompok

Kelompok	Keaktifan				Keseriusan			
	SA	A	KA	TA	SS	S	KS	TS
I								
II								
III								
IV								
V								
VI								
VII								
VIII								
IX								
X								

Tabel 3. Tanya Jawab Antar Kelompok

PENANYA			PENJAWAB		
Nama	Kel.	Pertanyaan	Nama	Kel.	Ketepatan Jawaban

LAPORAN DISKUSI KELOMPOK

Hari/Tanggal : __________ / ______________

Kelompok : ____

Topik Diskusi : ____

____

Tabel 1. Kehadiran Anggota Kelompok

No	**Nama**	**Hadir**	**Tidak Hadir**
1			
2			
3			
4			
5			
6			

Tabel 2. Pertanyaan dan Jawaban dalam Diskusi

No	Pertanyaan	Penanya	Kualitas Jawaban	
			Memuaskan	Tidak Memuaskan

Tabel 3. Keterselesaian Tugas Kelompok

No	Tugas	Ketuntasan	
		Tuntas	Tdk Tuntas
1	Menjawab Pertanyaan Anggota		
2	Membuat Rangkuman Materi		
3	Mengerjakan Soal		

Padang, ____________ 2007

Ketua Kelompok,

____

Lampiran 3.

Data Hasil Tes Akhir Siklus

No	Nilai 0-30	Nilai 0-100	Nilai Mutu
1	30	100.00	A
2	30	100.00	A
3	30	100.00	A
4	28	93.33	A
5	28	93.33	A
6	28	93.33	A
7	27	90.00	A
8	27	90.00	A
9	27	90.00	A
10	26	86.67	A
11	25	83.33	A
12	25	83.33	A
13	25	83.33	A
14	25	83.33	A
15	24	80.00	B
16	24	80.00	B
17	24	80.00	B
18	24	80.00	B
19	23	76.67	B
20	23	76.67	B
21	23	76.67	B
22	21	70.00	B
23	21	70.00	B
24	21	70.00	B
25	21	70.00	B
26	20	66.67	B
27	20	66.67	B
28	20	66.67	B
29	20	66.67	B
30	20	66.67	B
31	20	66.67	B
32	18	60.00	C
33	18	60.00	C
34	17	56.67	C
35	17	56.67	C
36	17	56.67	C
37	16	53.33	D
38	15	50.00	D
39	15	50.00	D

Lampiran 4

Curriculum Vitae

Ketua Peneliti :

Nama	:	Dra. Minora Longgom Nasution, M.Pd
Tempat / tanggal lahir	:	Medan/4 September 1962
NIP	:	131860069
Jabatan	:	Lektor
Pangkat / Gol.	:	Penata /IIIc
Pekerjaan	:	Dosen Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang, 1987 sampai sekarang

Pendidikan :

- SD, berijazah tahun 1974.
- SMP, berijazah tahun 1977.
- SMA, berijazah tahun 1981.
- S1 pada Jurusan Matematika USU Medan, berijazah tahun 1987.
- S2 pada Jurusan Teknologi Pendidikan, konsentrasi Pendidikan Matematika UNP, berijazah tahun 2007.

Karya Ilmiah :

- Pendekatan Integral secara Numeris (Makalah, 1999).
- Penyelesaian SPL dengan dekomposisi segitiga (Makalah, 1999).
- Peningkatan Kualitas Proses Pembelajaran Pengantar Stokastik melalui Paket Terpadu di jurusan Matematika FMIPA UNP (Penelitian, 2004).
- Metode Numerik sebagai Alat Pemecahan Masalah Matematika (Makalah, 2005).
- Pengembangan Perangkat Assesmen Berbasis Kelas untuk Pembelajaran Matematika di Kelas II SMP (Penelitian, 2006)
- Analisis Kesulitan Belajar Matematika Siswa, Studi Kasus di SMA Pertiwi 1 Padang (Tesis 2007).

Padang, 5 Mei 2007

Dra. Minora Longgom Nasution,
M.Pd
NIP. 131860069

CURRICULUM VITAE

Anggota Peneliti 1 :

Nama	:	Drs. Hendra Syarifuddin, M.Si
Tempat / tanggal lahir	:	Solok / 12 Desember 1967
NIP	:	132051381
Pangkat / Gol./Jabatan	:	Penata Tk. I / IIId/Lektor Kepala
Pekerjaan	:	Dosen Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang, 1993 sampai sekarang

Pendidikan :

- SDN 1 Paninggahan, berijazah tahun 1982
- SMPN Paninggahan, berijazah tahun 1985
- SMAN Singkarak, berijazah tahun 1988
- S1 pada Jurusan Pendidikan Matematika IKIP Padang, 1988 s.d. 1992
- S2 pada Jurusan Matematika Institut Teknologi Bandung (ITB), 1996 s.d. 1998

Karya Ilmiah :

1. Studi tentang Tugas Rumah yang Dibuat oleh Guru dan Tugas Rumah yang Bersumber dari Buku Teks (Penelitian 1996).
2. Kontrol Optimum pada Masalah Titik Ujung Bebas (Penelitian 1999).
3. Minimisasi Fungsi Bernilai Skalar (Penelitian 2001)
4. Upaya Peningkatan Mutu Perkuliahan Struktur Aljabar Melalui Pemberian Tugas Merangkum Bahan yang Akan Diajarkan (Penelitian 2001).
5. Peranan Pengajaran Tutorial Sebaya pada Kegiatan Kokurikuler terhadap Prestasi Belajar Matematika Siswa SMU Negeri se-Kota Padang (Penelitian 2002).

6. Upaya Meningkatkan Kualitan Perkuliahan Struktur Aljabar melalui Pemberian Lembaran Kerja Sistem Tutorial (Penelitian 2002)
7. Upaya Meningkatkan Mutu Perkuliahan Aljabar Linier Elementer dengan Menggunakan Pertanyaan Kognitif Tingkat Tinggi (Penelitian 2002).
8. Studi tentang Efektifitas Tindak Lanjut PR pada SLTPN se-Kecamatan Koto Tangah (Penelitian 2003).
9. Upaya Meningkatkan Kualitas Perkuliahan Program Linear dengan Menggunakan Komputer (Penelitian 2003).
10. Pengintegrasian Multimedia sebagai Upaya Meningkatkan Kualitas Perkuliahan Riset Operasi di FMIPA UNP Padang (Penelitian, 2004).
11. Upaya Meningkatkan Kualitas Pembelajaran Matematika Siswa SMP N 32 Padang Melalui Penggunaan Teknik Probing (Penelitian, 2004).
12. Pembelajaran Matematika Berbasis Teknologi Komputer (Makalah, 2005).

Padang, 5 Mei 2007

Drs. Hendra Syarifuddin, M.Si
NIP. 132051381

Curriculum Vitae

Anggota Peneliti 2:

Nama	:	Dra. Jazwinarti
Tempat / tanggal lahir	:	Padang/7 Januari 1957
NIP	:	130889359
Jabatan	:	Lektor
Pangkat / Gol.	:	Penata /IIIc
Pekerjaan	:	Dosen Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang, 1987 sampai sekarang

Pendidikan :

- SD, 1962 – 1968.
- SMP, 1969 – 1972.
- SMA, 1973 – 1975.
- S1 pada Jurusan Pendidikan Matematika IKIP Padang, 1976 s.d. 1982

Karya Ilmiah :

- Hubungan penilaian Tugas Rumah Terhadap Hasil Belajar Mahasiswa dalam Mata Kuliah Matematika Keuangan (Penelitian, 1989)
- Studi tentang Tugas Rumah yang Dibuat oleh Guru dan Tugas Rumah yang Bersumber dari Buku Teks (Penelitian 1996).
- Upaya Meningkatkan Kualitas Perkuliahan Program Linear dengan Menggunakan Komputer (Penelitian 2003).
- Basis dari Modul atas Daerah Ideal Utama (Penelitian 2003).

Padang, 5 Mei 2007

Dra. Jazwinarti
NIP. 130889359

PRODUK PENELITIAN

HIBAH PENGAJARAN A2
Tahun Anggaran 2007

Meningkatkan Keberhasilan Perkuliahan PRO dengan Pembelajaran Berdasarkan Teori APOS di Jurusan Matematika FMIPA UNP

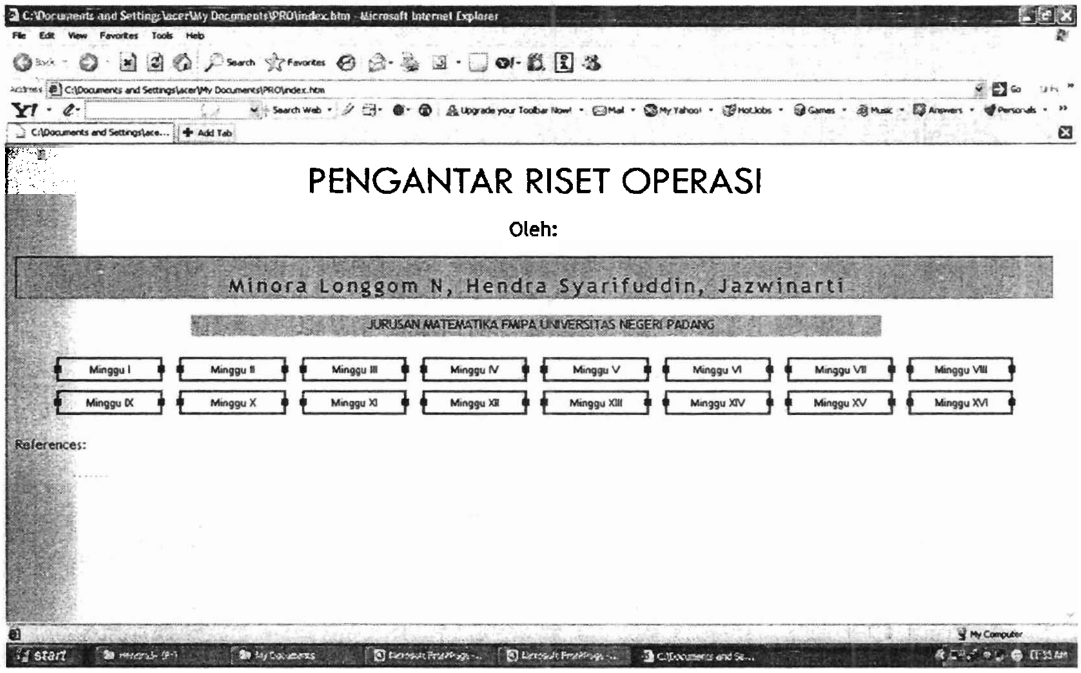
PRINT-OUT MODUL ELEKTRONIK
PENGANTAR RISET OPERASI

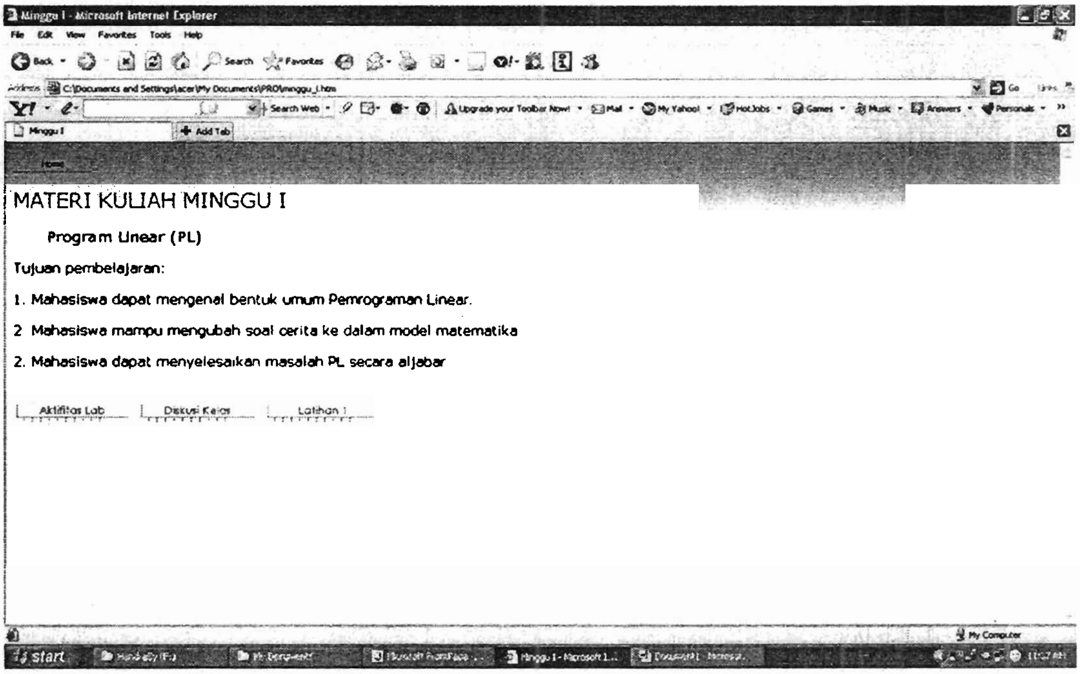
Oleh:

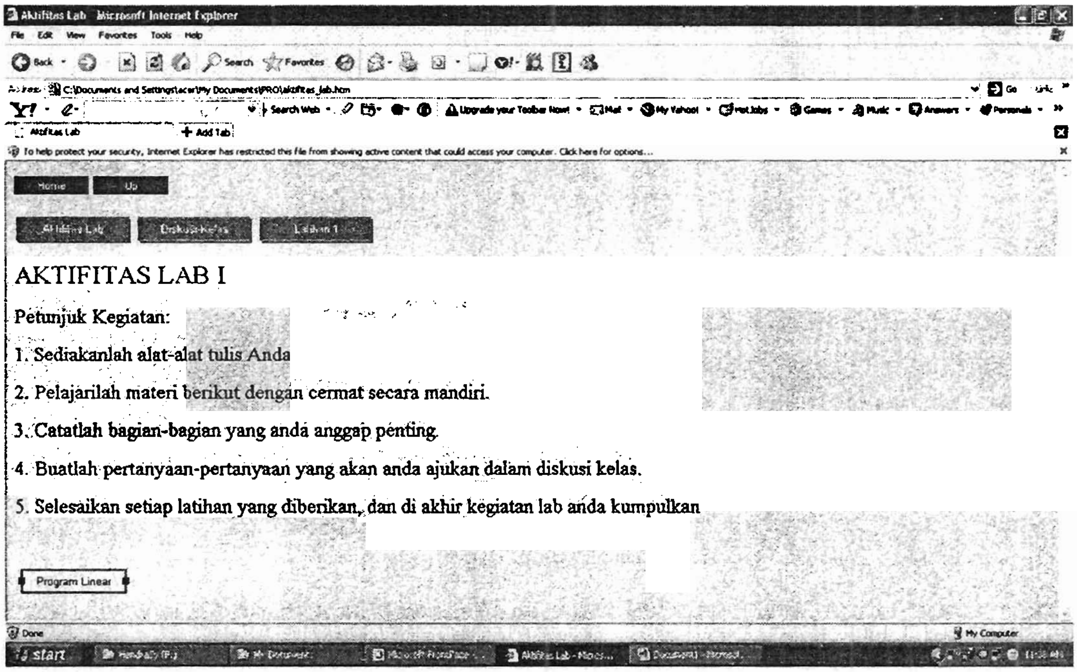
Dra. Minora Longgom Nasution, M.Pd
Drs. Hendra Syarifuddin, M.Si
Dra. Jazwinarti

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG
DESEMBER, 2007

Modul Elektronik Pengantar Riset Operasi







Aktifitas Lab - Microsoft Internet Explorer

Home | Up

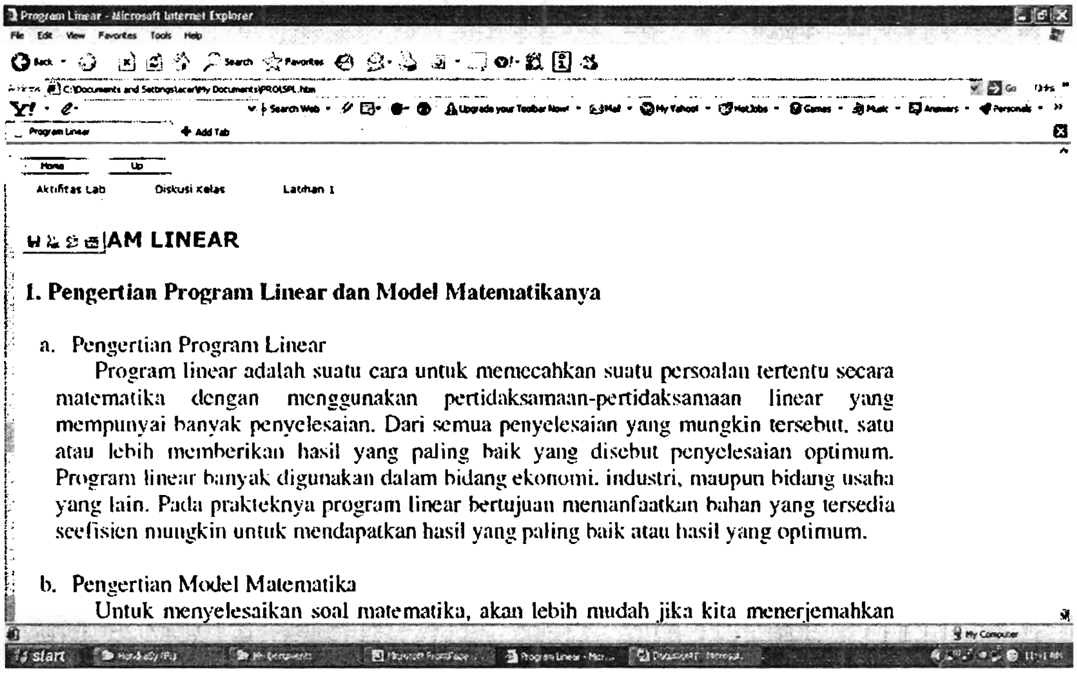
Aktifitas Lab | Diskusi Kelas | Latihan 1

AKTIFITAS LAB I

Petunjuk Kegiatan:

1. Sediakanlah alat-alat tulis Anda
2. Pelajarilah materi berikut dengan cermat secara mandiri.
3. Catatlah bagian-bagian yang anda anggap penting.
4. Buatlah pertanyaan-pertanyaan yang akan anda ajukan dalam diskusi kelas.
5. Selesaikan setiap latihan yang diberikan, dan di akhir kegiatan lab anda kumpulkan

Program Linear



Program Linear - Microsoft Internet Explorer

Home | Up

Aktifitas Lab | Diskusi Kelas | Latihan 1

[illegible]AM LINEAR

1. Pengertian Program Linear dan Model Matematikanya

a. Pengertian Program Linear

Program linear adalah suatu cara untuk memecahkan suatu persoalan tertentu secara matematika dengan menggunakan pertidaksamaan-pertidaksamaan linear yang mempunyai banyak penyelesaian. Dari semua penyelesaian yang mungkin tersebut, satu atau lebih memberikan hasil yang paling baik yang disebut penyelesaian optimum. Program linear banyak digunakan dalam bidang ekonomi, industri, maupun bidang usaha yang lain. Pada prakteknya program linear bertujuan memanfaatkan bahan yang tersedia seefisien mungkin untuk mendapatkan hasil yang paling baik atau hasil yang optimum.

b. Pengertian Model Matematika

Untuk menyelesaikan soal matematika, akan lebih mudah jika kita menerjemahkan

...itu lebih dahulu dari bahasa sehari-hari ke dalam bahasa matematika. Hal inilah yang disebut dengan membuat model matematika. Jadi, model matematika adalah hasil terjemahan persoalan dari bahasa sehari-hari ke dalam bahasa matematika.

2. Cara Menentukan Daerah Penyelesaian Suatu Pertidaksamaan Linear Dua Peubah

Sistem pertidaksamaan linear dua peubah tidak dapat dipisahkan dari persoalan program linear. Oleh karena itu, perlu diingat kembali cara menentukan daerah himpunan penyelesaian suatu sistem pertidaksamaan linear dua peubah.

contoh-contoh :

Tentukan daerah himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan $2x+3y \leq 18$; untuk x, y $\in$ R.

Jawab:

Untuk menentukan daerah himpunan penyelesaiannya dapat dilakukan langkah-langkah sebagai berikut:

a. Gambarlah garis $2x+3y = 18$ pada koordinat Cartesius.
Untuk mengambar garis lurus $2x+3y = 18$, dapat dilakukan langkah-langkah sebagai berikut:
i. Tentukan titik potong garis dengan sumbu X (y=0),
$2x = 18 \Rightarrow x = 9$. Jadi diperoleh titik (9, 0).
ii. Tentukan titik potong dengan sumbu Y (x=0),
$3y = 18 \Rightarrow y = 6$. Jadi diperoleh titik (0, 6).
iii. Hubungkan dua titik yang didapat.

Garis $2x+3y = 18$ melalui titik (0, 6) dan (9, 0). Garis ini membagi bidang koordinat menjadi dua bagian seperti gambar berikut:

"Ada gambarnya"
Coba anda sketsa sendiri gambarnya!

b. Setelah garis $2x+3y = 18$ tergambar, langkah selanjutnya yaitu menyelidiki daerah yang merupakan penyelesaian pertidaksamaan $2x+3y \leq 18$.

c. Untuk tujuan ini, pilih sebarang titik yang tidak terletak pada garis $2x+3y = 18$. Yang paling mudah, pilih titik (0, 0). Selanjutnya, absis dan ordinatnya disubstitusikan ke pertidaksamaan $2x+3y \le 18$, maka didapat $2.0+3.0 = 0 \le 18$. Ini berarti titik (0, 0) terletak pada daerah himpunan penyelesaian $2x+3y \le 18$. Jadi daerah penyelesaian pertidaksamaan $2x+3y \le 18$ adalah garis $2x+3y = 18$ dan daerah yang memuat (0, 0) atau daerah di bawah garis tersebut.

- **Tentukan daerah himpunan penyelesaian dari sistem pertidaksamaan $x \ge 0$, $y \ge 0$, $3x+2y \le 12$; untuk $x, y \in R$.**

Jawab:
Dalam sistem pertidaksamaan ini terdapat 3 pertidaksamaan, yaitu:
1. $x \ge 0$,
2. $y \ge 0$, dan
3. $3x+2y \le 12$.

Daerah himpunan penyelesaiannya ditentukan oleh ketiga pertidaksamaan tersebut.

Daerah himpunan penyelesaiannya ditentukan oleh ketiga pertidaksamaan tersebut.

1. $x \ge 0$.
   Tentukan garis $x = 0$ (sumbu Y), maka daerah penyelesaian dari $x \ge 0$ adalah daerah disebelah kanan sumbu Y dan sumbu Y sendiri.

3. $y \ge 0$
   Gambar garis $y = 0$ (sumbu X), maka daerah penyelesaian dari $y \ge 0$ adalah daerah di atas sumbu X dan sumbu X sendiri.

4. $3x+2y \le 12$
   Gambar garis $3x+2y = 12$.

x	y	(x, y)
0	6	(0, 6)
4	0	(4, 0)

Garis $3x+2y = 12$ melalui titik (0, 6) dan (4, 0). Untuk titik uji, ambil titik (0, 0), maka berlaku $3.0+2.0 = 0 \le 12$.
Ini berarti (0, 0) berada pada daerah penyelesaian pertidaksamaan $3x+2y \le 12$.

maka berlaku $3.0+2.0 = 0 \leq 12$.

Ini berarti (0, 0) berada pada daerah penyelesaian pertidaksamaan $3x+2y \leq 12$. Sehingga daerah penyelesaian pertidaksamaan $3x + 2y \leq 12$ adalah daerah di bawah garis $3x + 2y = 12$ dan garis $3x + 2y = 12$ sendiri.

Jadi, daerah penyelesaiannya adalah daerah yang diapit oleh ketiga garis $3x + 2y = 12$, $x = 0$, dan $y = 0$ dan ketiga garis itu sendiri.

Latihan:

1. Tentukan daerah himpunan penyelesaian dari $3x + 5y \leq 15$.
2. Tentukan daerah himpunan penyelesaian dari setiap pertidaksamaan berikut; $x \geq 0$, $y \geq 0$, $2x + y \leq 12$, $x + 2y \leq 12$.

3. Mengubah Soal Cerita Menjadi Model Matematika

Soal cerita akan mudah diselesaikan jika dibuat model matematikanya lebih dahulu. Untuk memudahkan membuat model matematikanya dapat digunakan langkah-langkah sebagai berikut:

a. Tulis ketentuan-ketentuan yang ke dalam sebuah tabel

Untuk memudahkan membuat model matematikanya dapat digunakan langkah-langkah sebagai berikut:

a. Tulis ketentuan-ketentuan yang ke dalam sebuah tabel.

b. Buatlah pemisalan untuk dua hal yang belum diketahui, dengan menggunakan huruf x dan y.

Selanjutnya, berdasar pada ketentuan-ketentuan yang ada pada soal, kita tentukan bentuk

$$ax + by$$

yang dimaksimumkan atau diminimumkan disebut bentuk obyektif, serta sistem pertidaksamaan linear dengan dua peubah yang merupakan syarat (kendala) yang harus dipenuhi.

Contoh 1:

Seorang ibu ingin membuat roti. Roti yang dibuat adalah roti jenis I dan jenis II. Roti jenis I membutuhkan 100 gram terigu dan 25 gram mentega. Sedang roti jenis II membutuhkan 50 gram terigu dan 50 gram mentega. Ibu tersebut hanya mempunyai persediaan 2,5 kg terigu dan 1 kg mentega. Ia menginginkan dapat membuat roti jenis I dan jenis II itu sebanyak mungkin. Buatlah model matematika dari persoalan tersebut.

Program Linear - Microsoft Internet Explorer

Jawab:

a. Ketentuan dalam soal di atas dapat disajikan dalam tabel berikut:

Tabel I

Jenis Roti	Terigu (gram)	Mentega (gram)
I	100	25
II	50	50
Persediaan	2500	1000

[illegible]kan banyaknya roti jenis I adalah x,
dan banyaknya roti jenis II adalah y.

Tabel di atas dapat dilengkapi menjadi tabel berikut:

Tabel II.

Jenis Roti	Banyaknya	Bahan (gram)	
		Terigu	Mentega
I	x	100x	25x

Program Linear - Microsoft Internet Explorer

Jawab:

a. Ketentuan dalam soal di atas dapat disajikan dalam tabel berikut:

Tabel I

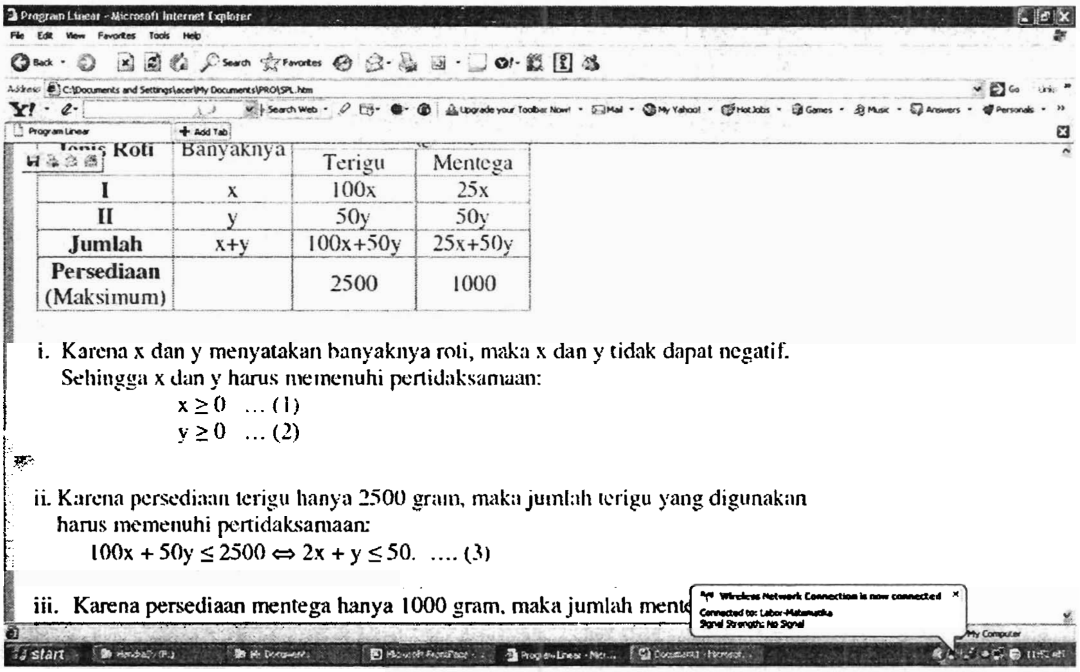
Jenis Roti	Terigu (gram)	Mentega (gram)
I	100	25
II	50	50
Persediaan	2500	1000

[illegible]kan banyaknya roti jenis I adalah x,
dan banyaknya roti jenis II adalah y.

Tabel di atas dapat dilengkapi menjadi tabel berikut:

Tabel II.

Jenis Roti	Banyaknya	Bahan (gram)	
		Terigu	Mentega
I	x	100x	25x



Jenis Roti	Banyaknya	Terigu	Mentega
I	x	100x	25x
II	y	50y	50y
Jumlah	x+y	100x+50y	25x+50y
Persediaan (Maksimum)		2500	1000

i. Karena x dan y menyatakan banyaknya roti, maka x dan y tidak dapat negatif. Sehingga x dan y harus memenuhi pertidaksamaan:

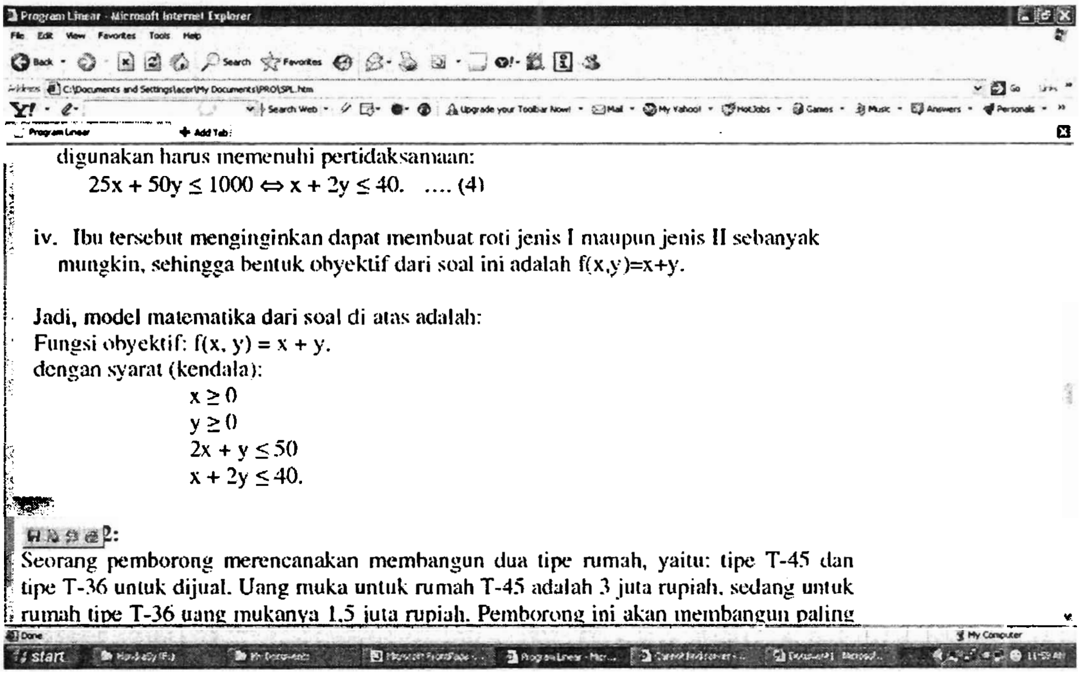
$x \geq 0$ ... (1)

$y \geq 0$ ... (2)

ii. Karena persediaan terigu hanya 2500 gram, maka jumlah terigu yang digunakan harus memenuhi pertidaksamaan:

$100x + 50y \leq 2500 \Leftrightarrow 2x + y \leq 50$. .... (3)

iii. Karena persediaan mentega hanya 1000 gram, maka jumlah ment



digunakan harus memenuhi pertidaksamaan:

$25x + 50y \leq 1000 \Leftrightarrow x + 2y \leq 40$. .... (4)

iv. Ibu tersebut menginginkan dapat membuat roti jenis I maupun jenis II sebanyak mungkin, sehingga bentuk obyektif dari soal ini adalah f(x,y)=x+y.

Jadi, model matematika dari soal di atas adalah:
Fungsi obyektif: f(x, y) = x + y.
dengan syarat (kendala):

$x \geq 0$

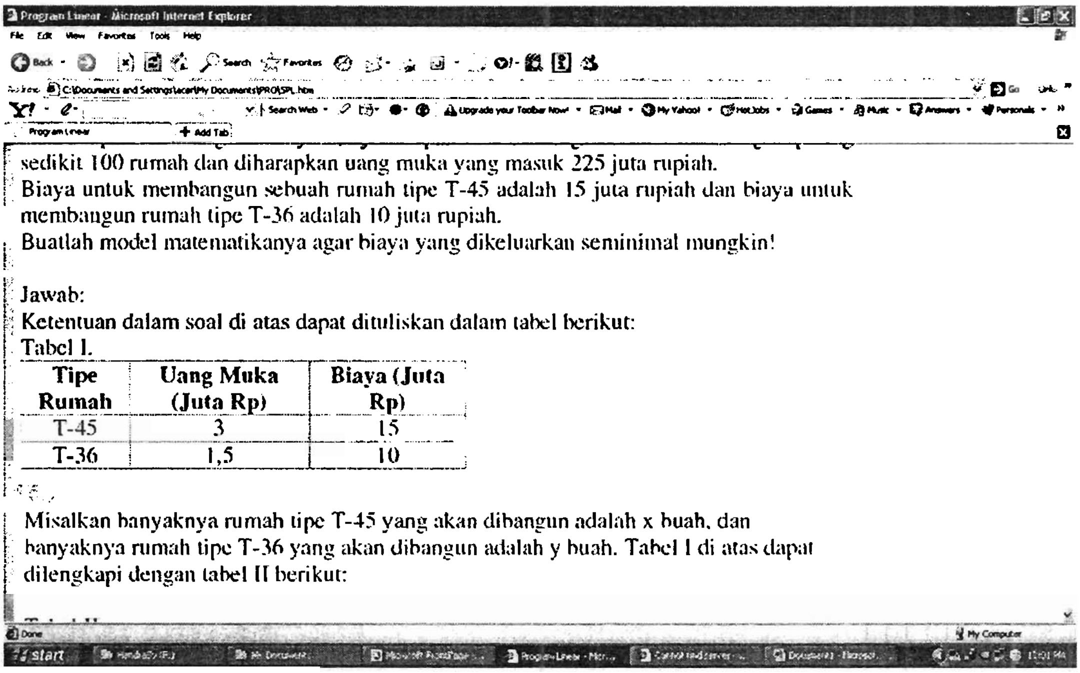
$y \geq 0$

$2x + y \leq 50$

$x + 2y \leq 40$.

2:

Seorang pemborong merencanakan membangun dua tipe rumah, yaitu: tipe T-45 dan tipe T-36 untuk dijual. Uang muka untuk rumah T-45 adalah 3 juta rupiah, sedang untuk rumah tipe T-36 uang mukanya 1,5 juta rupiah. Pemborong ini akan membangun paling

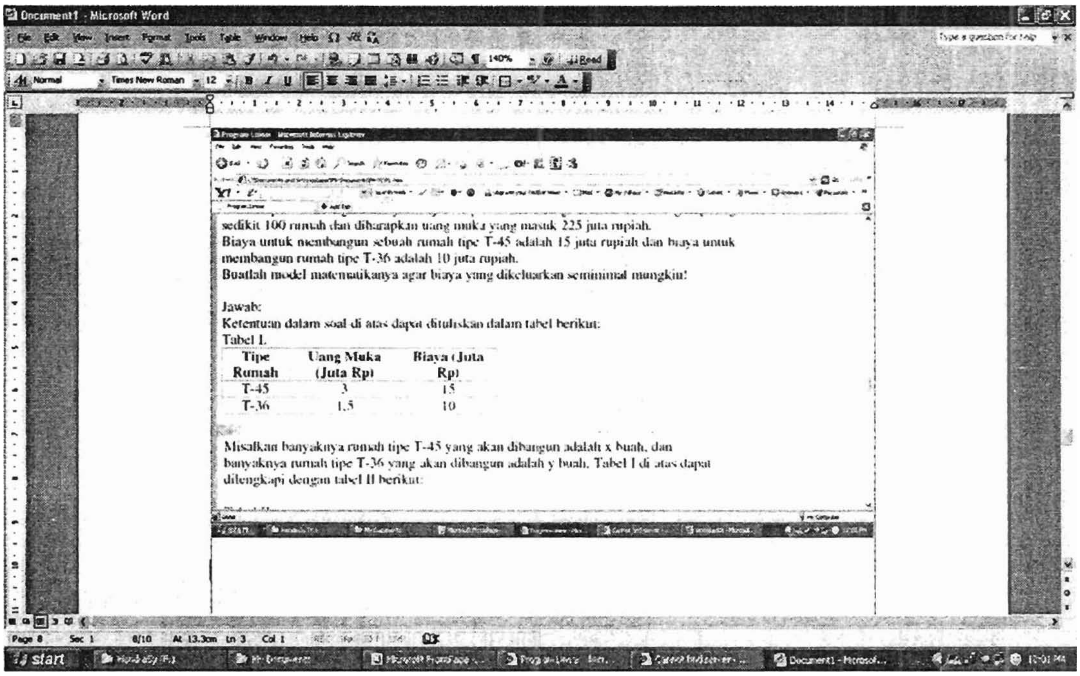


sedikit 100 rumah dan diharapkan uang muka yang masuk 225 juta rupiah.
Biaya untuk membangun sebuah rumah tipe T-45 adalah 15 juta rupiah dan biaya untuk membangun rumah tipe T-36 adalah 10 juta rupiah.
Buatlah model matematikanya agar biaya yang dikeluarkan seminimal mungkin!

Jawab:
Ketentuan dalam soal di atas dapat dituliskan dalam tabel berikut:
Tabel I.

Tipe Rumah	Uang Muka (Juta Rp)	Biaya (Juta Rp)
T-45	3	15
T-36	1,5	10

Misalkan banyaknya rumah tipe T-45 yang akan dibangun adalah x buah, dan banyaknya rumah tipe T-36 yang akan dibangun adalah y buah. Tabel I di atas dapat dilengkapi dengan tabel II berikut:



sedikit 100 rumah dan diharapkan uang muka yang masuk 225 juta rupiah.
Biaya untuk membangun sebuah rumah tipe T-45 adalah 15 juta rupiah dan biaya untuk membangun rumah tipe T-36 adalah 10 juta rupiah.
Buatlah model matematikanya agar biaya yang dikeluarkan seminimal mungkin!

Jawab:
Ketentuan dalam soal di atas dapat dituliskan dalam tabel berikut:
Tabel I.

Tipe Rumah	Uang Muka (Juta Rp)	Biaya (Juta Rp)
T-45	3	15
T-36	1,5	10

Misalkan banyaknya rumah tipe T-45 yang akan dibangun adalah x buah, dan banyaknya rumah tipe T-36 yang akan dibangun adalah y buah. Tabel I di atas dapat dilengkapi dengan tabel II berikut:

Tabel II.

Tipe Rumah	Banyaknya	Uang Muka (Juta Rp)	Biaya (Juta Rp)
T-45	x	3x	15x
T-36	y	1,5y	10y
Jumlah	x+y	3x+1,5y	15x+10y
Minimum	100	225	

Dari tabel II di atas didapatkan:

$x \geq 0$ ... (1)

$y \geq 0$ ... (2).

Rumah yang akan dibangun paling sedikit 100 buah, maka:

$x + y \geq 100$ .... (3).

Karena uang muka yang harus masuk paling sedikit 225 juta rupiah, maka

$3x + 1{,}5y \geq 225 \Leftrightarrow 2x + y \geq 150$ ... (4)

Dalam hal ini pemborong menginginkan pengeluaran seminimal mungkin. Jadi fungsi obyektifnya adalah: $f(x, y) = 15x + 10y$.

Model matematika dari soal di atas secara lengkap dapat dinyatakan dengan:

Fungsi obyektifnya:

Minimumkan $f(x, y) = 15x + 10y$.

dengan kendala:

$x \geq 0$

$y \geq 0$

$x + y \geq 100$

$2x + y \geq 150$.

Latihan:

1. Seorang penjual tanaman dalam pot menggunakan gerobak untuk menjajakan tanamannya. Tanaman yang dijualnya adalah bunga mawar dan bougenvile. Harga

1. Seorang penjual tanaman dalam pot menggunakan gerobak untuk menjajakan tanamannya. Tanaman yang dijualnya adalah bunga mawar dan bougenvile. Harga beli tiap pot bunga mawar Rp. 2000,- dan tiap pot bunga bougenvile Rp. 3000,-. Sedang modalnya hanya Rp. 60.000,-. Muatan gerobaknya tidak dapat melebihi 25 pot. Jika keuntungan tiap pot bunga mawar Rp. 250,- dan keuntungan tiap pot bunga bougenvile Rp. 500,-. Buatlah model matematikanya supaya didapat keuntungan maksimum!

2. Suatu perusahaan sepatu dan tas memerlukan 4 unsur a dan 6 unsur b setiap minggunya untuk produksi. Setiap tas memerlukan 1 unsur a dan 2 unsur b. Bila laba untuk setiap tas adalah Rp. 3000,- dan untuk setiap sepatu aadalah Rp. 2000. Buatlah model matematikanya agar perusahaan mendapat laba maksimum!

Menentukan Nilai Optimum Suatu Fungsi Obyektif

Suatu model matematika terdiri dari suatu fungsi obyektif dan kendala-kendala yang harus dipenuhinya.

Bentuk umum fungsi obyektif:

$$f(x, y) = ax + by$$

Untuk menentukan nilai optimum suatu fungsi obyektif dapat dilakukan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Lukis daerah himpunan penyelesaian (HP) dari semua pertidaksamaan atau kendala yang ada.
2. Tentukan titik sudut dari HP.
3. Tentukanlah nilai fungsi obyektif dari setiap titik sudut tadi, sehingga diperoleh nilai yang optimumnya.

Contoh:

Tentukan nilai minimum dari fungsi obyektif: $f(x, y) = 4x + 3y$ yang memenuhi pertidaksamaan:

$$x \geq 0$$
$$y \geq 0$$
$$x + 5y \geq 20$$

Jawab:

Daerah penyelesaian sistem pertidaksamaan di atas dapat ditentukan sebagai berikut:

Garis $x + 5y = 20$

x	0	20
y	4	0
(x, y)	(0,4)	(20,0)

jadi garis melalui titik A(0, 4) dan B(20, 0).

Garis $2x + y = 22$

x	0	11
y	22	0
(x, y)	(0,22)	(20,0)

jadi garis melalui titik C(0, 22) dan D(11, 0).

Titik potong garis $x + 5y = 20$ dan $2x + y = 22$ adalah E (10, 2).

"Ada Grafiknya"

Anda sketsa grafiknya ya!

Jadi daerah HP dari sistem pertidaksamaan adalah daerah yang dimulai dari titik-titik A, E, dan D ke arah atas.

Nilai fungsi obyektif dengan titik-titik sudut di atas adalah:

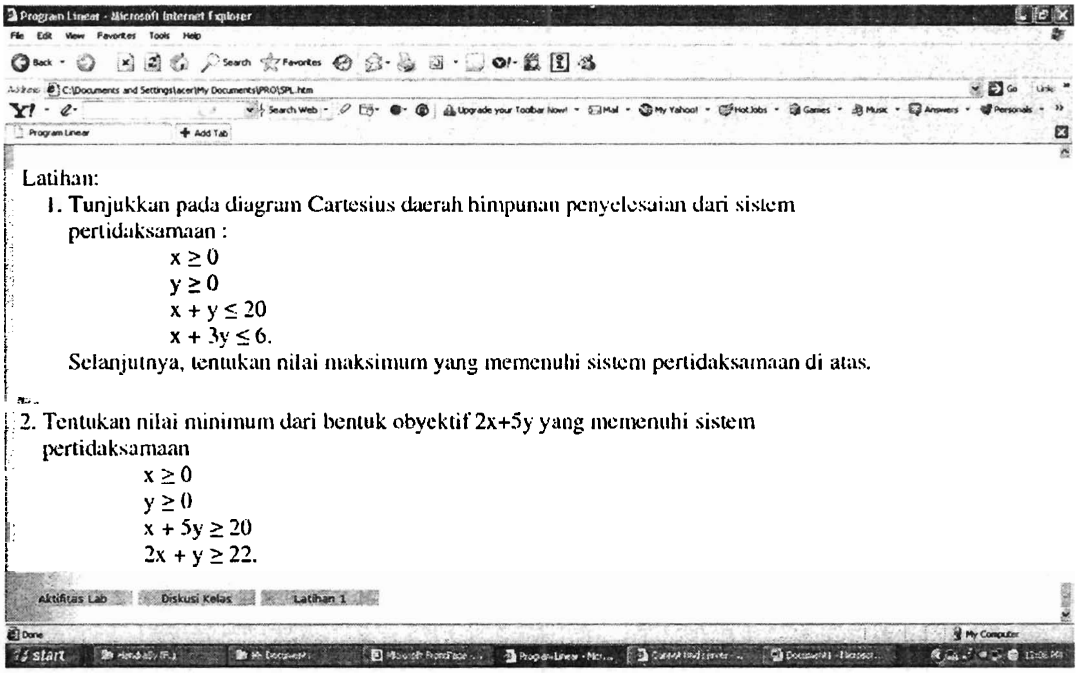
Titik	x	y	4x+3y
A(20, 0)	20	0	80
E(10, 2)	10	2	46
D(0, 22)	0	22	66

Jadi, nilai minimum dari $4x + 3y$ adalah 46.

Latihan:

1. Tunjukkan pada diagram Cartesius daerah himpunan penyelesaian dari sistem pertidaksamaan :

   $x \geq 0$



Latihan:

1. Tunjukkan pada diagram Cartesius daerah himpunan penyelesaian dari sistem pertidaksamaan :

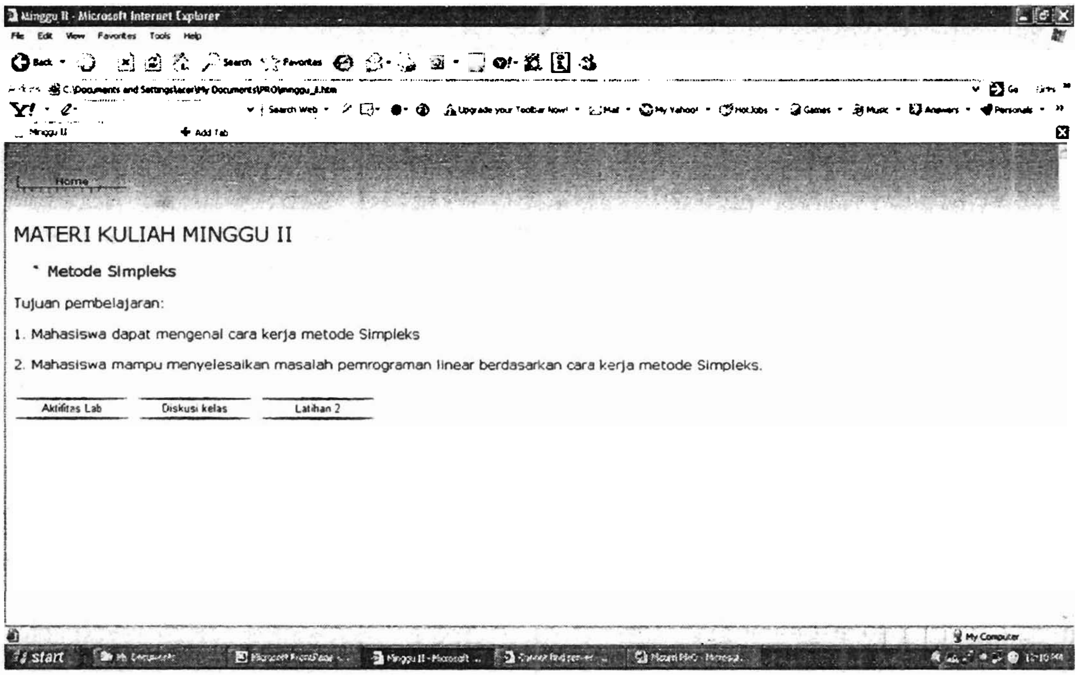
$$x \geq 0$$
$$y \geq 0$$
$$x + y \leq 20$$
$$x + 3y \leq 6.$$

Selanjutnya, tentukan nilai maksimum yang memenuhi sistem pertidaksamaan di atas.

2. Tentukan nilai minimum dari bentuk obyektif 2x+5y yang memenuhi sistem pertidaksamaan

$$x \geq 0$$
$$y \geq 0$$
$$x + 5y \geq 20$$
$$2x + y \geq 22.$$

Aktifitas Lab | Diskusi Kelas | Latihan 1



MATERI KULIAH MINGGU II

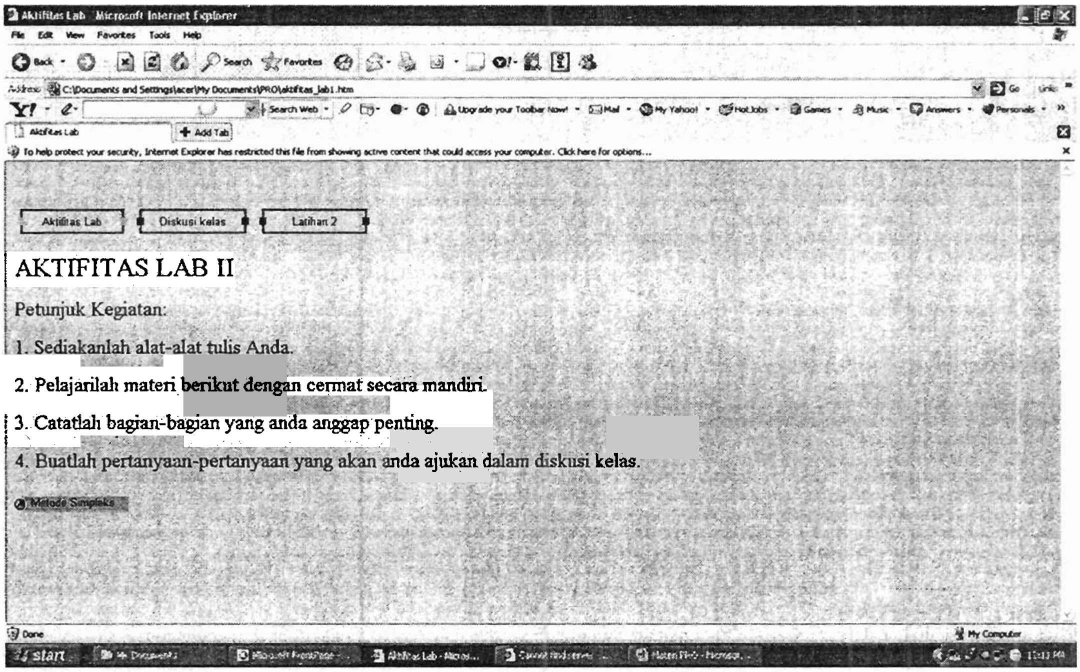
* Metode Simpleks

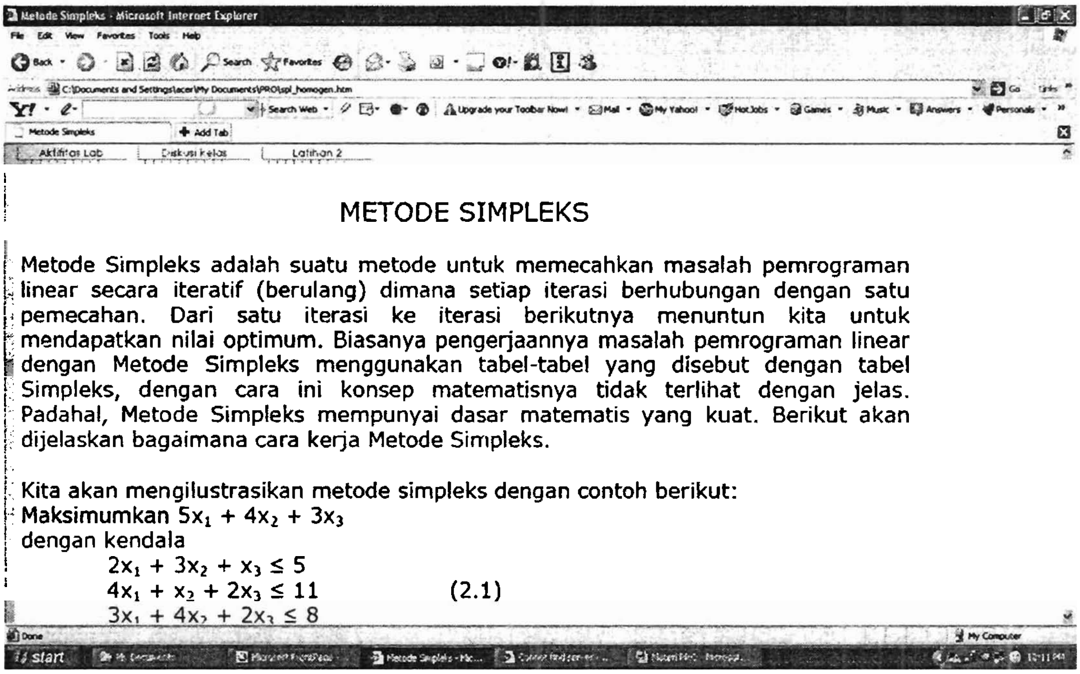
Tujuan pembelajaran:

1. Mahasiswa dapat mengenal cara kerja metode Simpleks

2. Mahasiswa mampu menyelesaikan masalah pemrograman linear berdasarkan cara kerja metode Simpleks.

Aktifitas Lab | Diskusi kelas | Latihan 2





METODE SIMPLEKS

Metode Simpleks adalah suatu metode untuk memecahkan masalah pemrograman linear secara iteratif (berulang) dimana setiap iterasi berhubungan dengan satu pemecahan. Dari satu iterasi ke iterasi berikutnya menuntun kita untuk mendapatkan nilai optimum. Biasanya pengerjaannya masalah pemrograman linear dengan Metode Simpleks menggunakan tabel-tabel yang disebut dengan tabel Simpleks, dengan cara ini konsep matematisnya tidak terlihat dengan jelas. Padahal, Metode Simpleks mempunyai dasar matematis yang kuat. Berikut akan dijelaskan bagaimana cara kerja Metode Simpleks.

Kita akan mengilustrasikan metode simpleks dengan contoh berikut:
Maksimumkan $5x_1 + 4x_2 + 3x_3$
dengan kendala

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 5$$
$$4x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 11 \qquad (2.1)$$
$$3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 8$$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$

Langkah pertama dari metode simpleks adalah memperkenalkan apa yang disebut dengan slack variabel.

Perhatikan kendala yang pertama,

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 5. \qquad (2.2)$$

Untuk setiap solusi layak x_1, x_2, x_3, nilai sisi kiri dari (2.1) paling banyak sama dengan sisi kanan; sering terdapat slack antara dua nilai. Kita notasikan slack ini dengan $x_4=5-2x_1-3x_2-x_3$; dengan notasi ini, ketaksamaan (2.2) dapat ditulis dengan $x_4 \geq 0$. Dengan cara yang sama pada dua ketaksamaan berikutnya kita dapat memunculkan variabel x_5, dan x_6. Fungsi tujuan $5x_1 + 4x_2 + 3x_3$ kita notasikan dengan z. Sebagai kesimpulan: Untuk setiap pilihan x_1, x_2, x_3 kita dapat mendefinisikan x_4, x_5, x_6, dan z dengan rumus

$$\begin{aligned} x_4 &= 5 - 2x_1 + 3x_2 + x_3 \\ x_5 &= 11 - 4x_1 + x_2 + 2x_3 \qquad (2.3) \\ x_6 &= 8 - 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \\ z &= 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 \end{aligned}$$

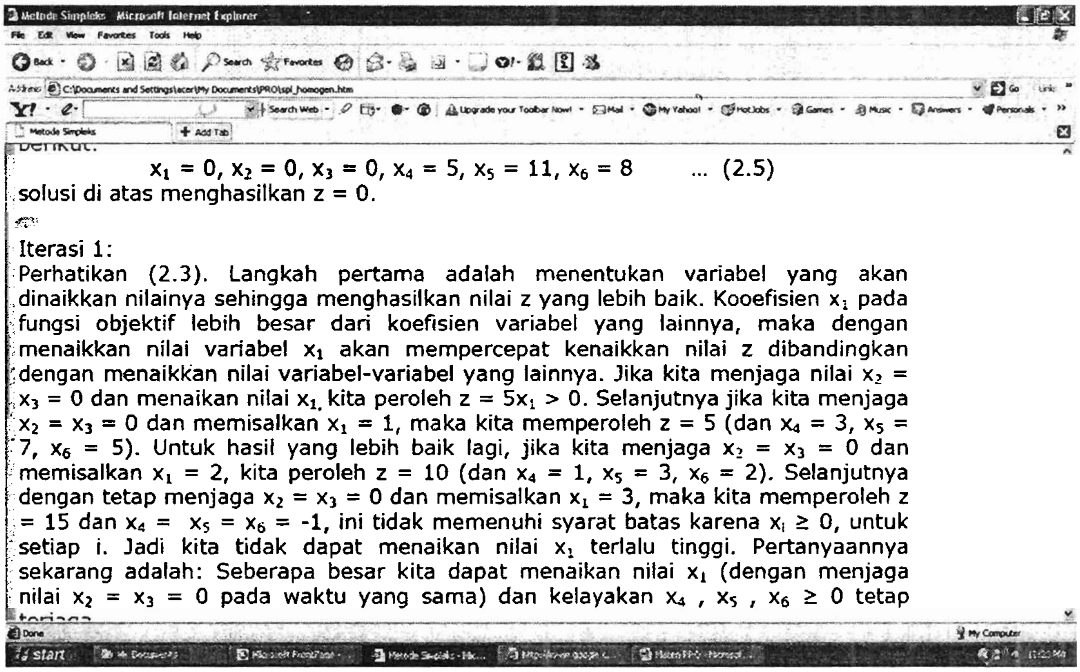
Dengan notasi ini, masalah di atas dapat ditulis dengan maksimumkan z dengan kendala $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$ (2.4)

Variabel yang baru x_4, x_5, x_6 disebut dengan slack variabel; variabel yang lama x_1, x_2, x_3 disebut variabel keputusan. Penting untuk dicatat bahwa persamaan (2.3) eqivalen dengan (2.1) dan (2.4).

Strategi utama metode simpleks adalah "peningkatan berkelanjutan" yang menghasilkan beberapa solusi yang layak untuk $x_1, x_2, \ldots, x_6$ dari (2.4), proses selanjutnya menghasilkan $x_1^*, x_2^*, \ldots, x_6^*$ yang lebih baik dimana:
$5x_1^* + 4x_2^* + 3x_3^* > 5x_1 + 4x_2 + 3x_3$.

Pengulangan proses ini sampai beberapa kali akan menghasilkan solusi yang optimal.

Untuk memulainya, kita butuh beberapa solusi yang layak. Mengawalinya tidaklah sulit: Misalkan variabel keputusan x_1, x_2, x_3 sama dengan nol, selanjutnya kita tentukan nilai slack variabelnya. Dari (2.3) kita peroleh solusi awalnya sebagai berikut:



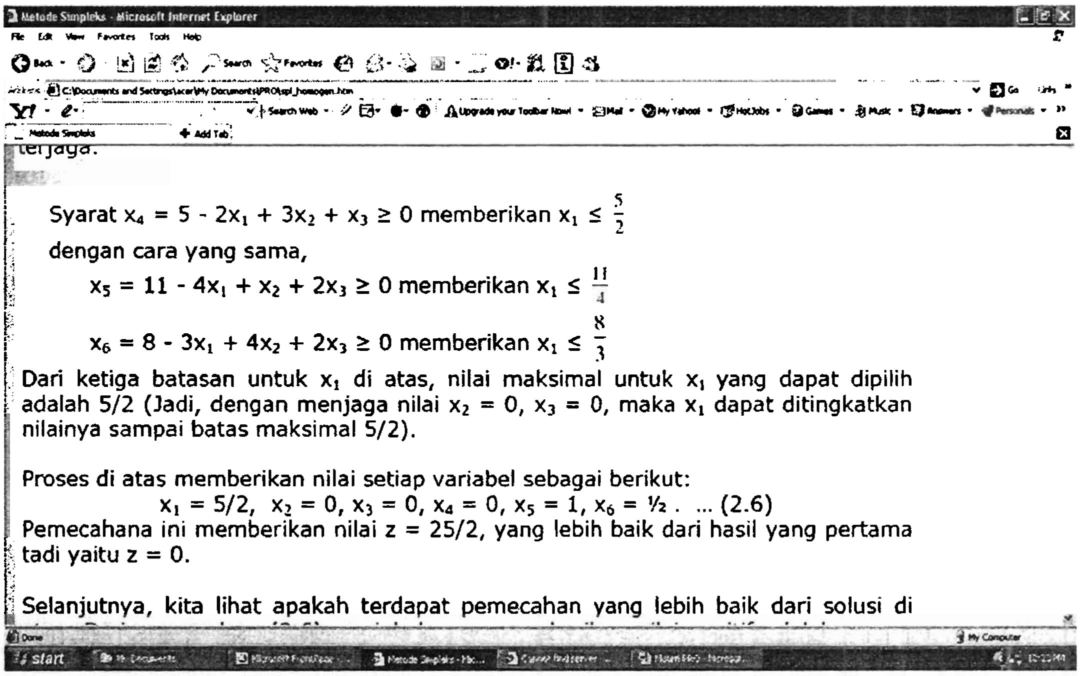
berikut:

$$x_1 = 0,\ x_2 = 0,\ x_3 = 0,\ x_4 = 5,\ x_5 = 11,\ x_6 = 8 \qquad \dots (2.5)$$

solusi di atas menghasilkan $z = 0$.

Iterasi 1:

Perhatikan (2.3). Langkah pertama adalah menentukan variabel yang akan dinaikkan nilainya sehingga menghasilkan nilai z yang lebih baik. Kooefisien x_1 pada fungsi objektif lebih besar dari koefisien variabel yang lainnya, maka dengan menaikkan nilai variabel x_1 akan mempercepat kenaikkan nilai z dibandingkan dengan menaikkan nilai variabel-variabel yang lainnya. Jika kita menjaga nilai $x_2 = x_3 = 0$ dan menaikan nilai x_1, kita peroleh $z = 5x_1 > 0$. Selanjutnya jika kita menjaga $x_2 = x_3 = 0$ dan memisalkan $x_1 = 1$, maka kita memperoleh $z = 5$ (dan $x_4 = 3$, $x_5 = 7$, $x_6 = 5$). Untuk hasil yang lebih baik lagi, jika kita menjaga $x_2 = x_3 = 0$ dan memisalkan $x_1 = 2$, kita peroleh $z = 10$ (dan $x_4 = 1$, $x_5 = 3$, $x_6 = 2$). Selanjutnya dengan tetap menjaga $x_2 = x_3 = 0$ dan memisalkan $x_1 = 3$, maka kita memperoleh $z = 15$ dan $x_4 = x_5 = x_6 = -1$, ini tidak memenuhi syarat batas karena $x_i \geq 0$, untuk setiap i. Jadi kita tidak dapat menaikan nilai x_1 terlalu tinggi. Pertanyaannya sekarang adalah: Seberapa besar kita dapat menaikan nilai x_1 (dengan menjaga nilai $x_2 = x_3 = 0$ pada waktu yang sama) dan kelayakan x_4, x_5, $x_6 \geq 0$ tetap



terjaga.

Syarat $x_4 = 5 - 2x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 0$ memberikan $x_1 \leq \frac{5}{2}$

dengan cara yang sama,

$$x_5 = 11 - 4x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 0 \text{ memberikan } x_1 \leq \frac{11}{4}$$

$$x_6 = 8 - 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \geq 0 \text{ memberikan } x_1 \leq \frac{8}{3}$$

Dari ketiga batasan untuk x_1 di atas, nilai maksimal untuk x_1 yang dapat dipilih adalah 5/2 (Jadi, dengan menjaga nilai $x_2 = 0$, $x_3 = 0$, maka x_1 dapat ditingkatkan nilainya sampai batas maksimal 5/2).

Proses di atas memberikan nilai setiap variabel sebagai berikut:

$$x_1 = 5/2,\ x_2 = 0,\ x_3 = 0,\ x_4 = 0,\ x_5 = 1,\ x_6 = ½ . \qquad \dots (2.6)$$

Pemecahana ini memberikan nilai $z = 25/2$, yang lebih baik dari hasil yang pertama tadi yaitu $z = 0$.

Selanjutnya, kita lihat apakah terdapat pemecahan yang lebih baik dari solusi di atas. Dari pemecahan (2.6), variabel yang memberikan nilai positif adalah x_1, x_5, dan x_6. Variabel x_1 yang berubah nilainya dari nol menjadi positif harus berpindah ke ruas kiri, dengan cara yang serupa x_4 bertukar nilainya dari positif menjadi nol, maka x_4 harus pindah posisinya ke ruas kanan.

Untuk mengkonstruksi sistem yang baru, kita mulai dengan menempatkan x_1 di ruas kiri. x_1 dinyatakan dalam x_2, x_3, dan x_4 dengan berpedoman pada (2.3). Dengan mudah sistem yang baru dapat diperoleh sebagai berikut:

$$x_1 = \frac{5}{2} - \frac{3}{2}x_2 - \frac{1}{2}x_3 - \frac{1}{2}x_4. \quad \ldots (2.7)$$

Selanjutnya, dengan menyatakan x_5, x_6, dan z dalam x_2, x_3, x_4 kita tinggal mensubstitusikan (2.7) pada setiap baris yang bersesuaian dari (2.3):

$$x_5 = 11 - 4\left(\frac{5}{2} - \frac{3}{2}x_2 - \frac{1}{2}x_3 - \frac{1}{2}x_4\right) - x_2 - 2x_3 = 1 + 5x_2 + 2x_4$$

$$x_6 = 8 - 3\left(\frac{5}{2} - \frac{3}{2}x_2 - \frac{1}{2}x_3 - \frac{1}{2}x_4\right) - 4x_2 - 2x_3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}x_2 - \frac{1}{2}x_3 + \frac{3}{2}x_4$$

$$z = 5\left(\frac{5}{2} - \frac{3}{2}x_2 - \frac{1}{2}x_3 - \frac{1}{2}x_4\right) + 4x_2 + 3x_3 = \frac{25}{2} - \frac{7}{2}x_2 + \frac{1}{2}x_3 - \frac{5}{2}x_4$$

Sehingga sistem baru yang kita punyai adalah

$$x_1 = \frac{5}{2} - \frac{3}{2}x_2 - \frac{1}{2}x_3 - \frac{1}{2}x_4.$$

$$\begin{aligned} x_5 &= 1 + 5x_2 + 2x_4 \\ x_6 &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}x_2 - \frac{1}{2}x_3 + \frac{3}{2}x_4 \qquad \ldots\ldots \quad (2.8) \\ z &= \frac{25}{2} - \frac{7}{2}x_2 + \frac{1}{2}x_3 - \frac{5}{2}x_4 \end{aligned}$$

Iterasi 2:

Seperti yang dilakukan pada iterasi sebelumnya, kita akan menaikkan nilai z dengan menaikkan nilai variabel yang pantas pada sisi kanan, sementara pada saat bersamaan menjaga agar nilai variabel yang lainnya pada sisi kanan tetap nol. Perhatikan bahwa dengan menaikkan nilai variabel x_2 atau x_4 akan mengakibatkan penurunan nilai z, yang sangat berlawanan dengan tujuan pencarian nilai maksimum. Karenanya, tidak ada pilihan lain selain menaikkan nilai x_3 . Seberapa besar x_3 dapat kita naikkan nilainya, jawabannya dapat dibaca secara langsung dari (2.8). Dengan $x_2 = x_4 = 0$; kendala $x_1 \geq 0$ memberikan $x_3 \leq 5$, dari kendala x_5 tidak ada pembatasan untuk x_3 sama sekali, dan dari kendala $x_6 \geq 0$ memberikan $x_3 \leq 1$. Karenanya $x_3 = 1$ adalah nilai terbaik yang dapat dipilih; sehingga pemecahan yang baru adalah

$$x_1 = 2,\ x_2 = 0,\ x_3 = 1,\ x_4 = 0,\ x_5 = 1,\ x_6 = 0\ . \quad \ldots (2.9)$$

Pemecahana ini memberikan nilai $z = 13$, yang lebih baik dari hasil sebelumnya yaitu $z = 12{,}5$.

Dari (2.9) variabel yang bernilai positif adalah x_1, x_3, dan x_5, sehingga pada sistem berikutnya variabel-variabel ini ditempatkan di sisi kiri persamaan dan variabel-variabel yang bernilai nol ditempatkan di sisi kanan persamaan. Untuk mengkonstruksi sistem yang baru dimulai dengan menuliskan variabel pendatang baru yaitu x_3. Dari persamaan ketiga pada (2.8) diperoleh $x_3 = 1 + x_2 + 3x_4 - 2x_6$; dengan mensubstitusikan x_3 pada persamaan yang lain di (2.8) kita mendapatkan sistem yang baru

$x_3 = 1 + x_2 + 3x_4 - 2x_6$

$x_1 = 2 - 2x_2 - 2x_4 + x_6$

$$\begin{aligned} x_3 &= 1 + x_2 + 3x_4 - 2x_6 \\ x_1 &= 2 - 2x_2 - 2x_4 + x_6 \\ x_5 &= 1 + 5x_2 + 2x_4 \\ z &= 13 - 3x_2 - x_4 - x_6 \end{aligned} \quad \ldots\ldots (2.10)$$

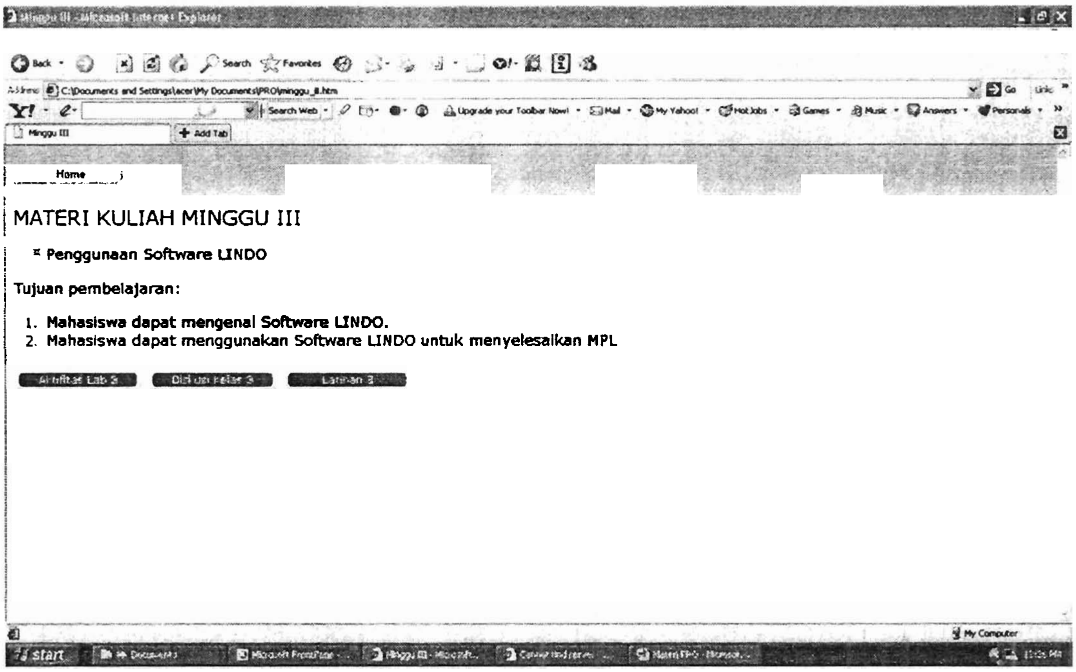
Iterasi 3:

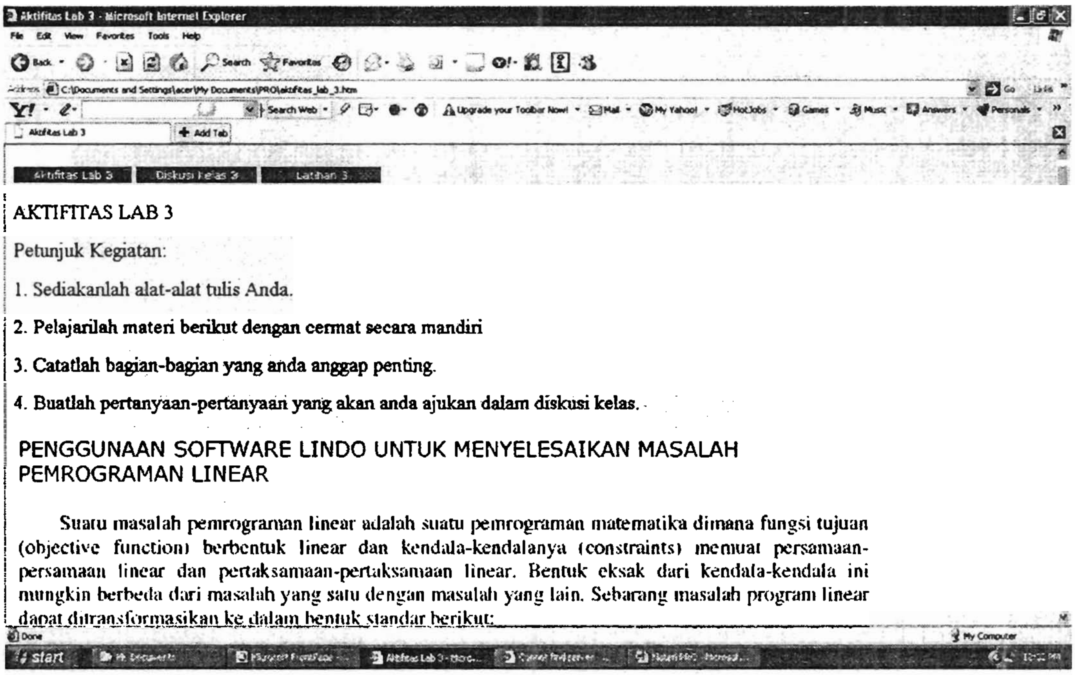
Pertama harus ditentukan variabel mana yang harus dinaikkan nilainya sehingga berdampak pada peningkatan nilai fungsi objektif. Dengan memperhatikan persamaan keempat dari (2.10), dari tiga variabel yang ada pada sisi kanan (x_2, x_4, dan x_6) tidak ada satupun variabel yang pantas untuk dinaikkan. Jika kita menaikkan nilai sebarang variabel (x_2, x_4, atau x_6) akan berdampak pada penurunan nilai z. Ini berarti kita tidak bisa lagi melanjutkan pencarian nilai optimum. Pemecahan yang terakhir kita peroleh sudah memberikan hasil yang optimal.

Jadi, pemecahan dari masalah di atas adalah:

$$x_1 = 2,\ x_2 = 0,\ x_3 = 1,\ x_4 = 0$$

dengan nilai fungsi objektif maksimum 13.


Minggu III - Microsoft Internet Explorer
Home
MATERI KULIAH MINGGU III
Penggunaan Software LINDO
Tujuan pembelajaran:
1. Mahasiswa dapat mengenal Software LINDO.
2. Mahasiswa dapat menggunakan Software LINDO untuk menyelesaikan MPL
Aktifitas Lab 3
Diskusi Kelas 3
Latihan 3


Aktifitas Lab 3 - Microsoft Internet Explorer
Aktifitas Lab 3
Diskusi Kelas 3
Latihan 3
AKTIFITAS LAB 3
Petunjuk Kegiatan:
1. Sediakanlah alat-alat tulis Anda.
2. Pelajarilah materi berikut dengan cermat secara mandiri
3. Catatlah bagian-bagian yang anda anggap penting.
4. Buatlah pertanyaan-pertanyaan yang akan anda ajukan dalam diskusi kelas.
PENGGUNAAN SOFTWARE LINDO UNTUK MENYELESAIKAN MASALAH PEMROGRAMAN LINEAR
Suatu masalah pemrograman linear adalah suatu pemrograman matematika dimana fungsi tujuan (objective function) berbentuk linear dan kendala-kendalanya (constraints) memuat persamaan-persamaan linear dan pertaksamaan-pertaksamaan linear. Bentuk eksak dari kendala-kendala ini mungkin berbeda dari masalah yang satu dengan masalah yang lain. Sebarang masalah program linear dapat ditransformasikan ke dalam bentuk standar berikut:

Minimumkan $c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + C_nx_n$

Kendala

$$\begin{aligned}
a_{11}x_1 &+ a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1\\
a_{21}x_1 &+ a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2\\
\vdots \quad & \;\; \vdots \quad + \;\vdots \qquad\quad \vdots \quad \vdots\\
a_{m1}x_1 &+ a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m
\end{aligned}$$

dan

$$x_1 \geq 0,\quad x_2 \geq 0,\quad \ldots,\quad x_n \geq 0,$$

dimana b_i, c_{ij}, dan a_{ij} merupakan bilangan real konstan yang diketahui, dan x_i adalah bilangan real yang akan ditentukan nilainya. Karena setiap persamaan selalu dapat dikalikan dengan -1, maka kita selalu dapat membuat $b_i \geq 0$.

Contoh 1.

minimumkan $z = 2x_1 + x_2 - x_3$

dengan kendala $x_1 + x_2 + x_3 = 6$

$x_1 - x_2 + x_3 = 2$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

Dalam notasi vektor, bentuk standar di atas menjadi

minimumkan $\mathbf{c}^T\mathbf{x}$

kendala $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ dan $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$.

Disini **x** adalah vektor kolom berdimensi-n, $\mathbf{c}^T$ adalah vektor baris berdimensi-n, **A** adalah matriks berukuran mXn, dan **b** adalah vektor kolom berdimensi-m. Ketaksamaan vektor $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$ berarti bahwa setiap komponen dari **x** taknegatif.

Contoh 2.

Masalah pemrograman linear di atas, jika ditulis dalam notasi vektor adalah sebagai berikut:

Minimumkan $z = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$

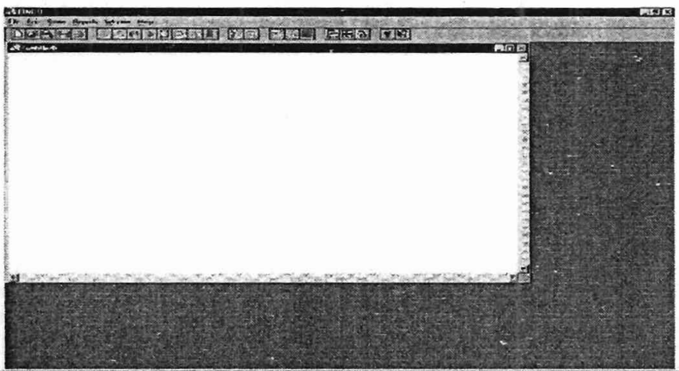
$$\text{dengan kendala} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

Salah satu bagian terpenting dalam pemrograman linear adalah memformulasikan persoalan nyata kedalam kalimat matematika. Solusi yang tepat akan diperoleh kalau permasalahan tersebut bisa diformulasikan dengan baik.

MENGGUNAKAN LINDO

Masalah pemrograman linear yang melibatkan lebih dari tiga variabel dan lebih dari tiga kendala, penyelesaiannya secara manual akan membutuhkan waktu yang lama. Untuk itu, keberadaan komputer akan sangat membantu. Salah satu software yang dapat digunakan adalah LINDO. Berikut akan dijelaskan bagaimana menggunakan LINDO untuk menyelesaikan masalah pemrograman linear.

Kita sekarang mengilustrasikan bagaimana memasukan input dan bagaimana menyelesaikan model yang sederhana. Bila kita mulai membuka LINDO, layar akan terlihat seperti berikut:



Layar putih yang berjudul "<untitled>" adalah tempat kita memasukan (mengetikan) model yang akan kita cari solusinya. Suatu model LINDO mempunyai tiga persyaratan minimum:

1. Fungsi objektif
2. Variabel
3. Constraints (syarat batas).

Persyaratan pertama, fungsi objektif mempunyai dua tujuan, MAX atau MIN. Formula setelah MAX atau MIN disebut fungsi objektif. Misalnya kita mau memaksimumkan keuntungan:

MAX 10X + 15 Y

X dan Y adalah variabel yang akan ditelusuri oleh LINDO sehingga keuntungan maksimum dapat diperoleh. Dalam kasus ini, X memberi kontribusi keuntungan 10 dan Y memberi kontribusi keuntungan 15. Sekarang kita akan melihat pada "constraints" yang merupakan bagian paling penting dari model. Untuk membuat syarat batas ini kita perlu mengetikan SUBJECT TO, misalkan syarat batasnya adalah:

X < 10

Y < 12

X + 2Y <16.

Jadi, untuk menyelesaikan masalah program linear di atas pada layar LINDO kita harus mengetiknya sebagai berikut:

```
MAX 10X + 15 Y
SUBJECT TO
   X<10
   Y<12
   X+2Y<16
END
```

Setelah diketikan, pilih dan klik menu **solve** lalu klik **solve**. Maka LINDO akan menampilkan layar yang memuat solusi dari permasalahan program linear. Berikut adalah hasil ditampilkan oleh LINDO

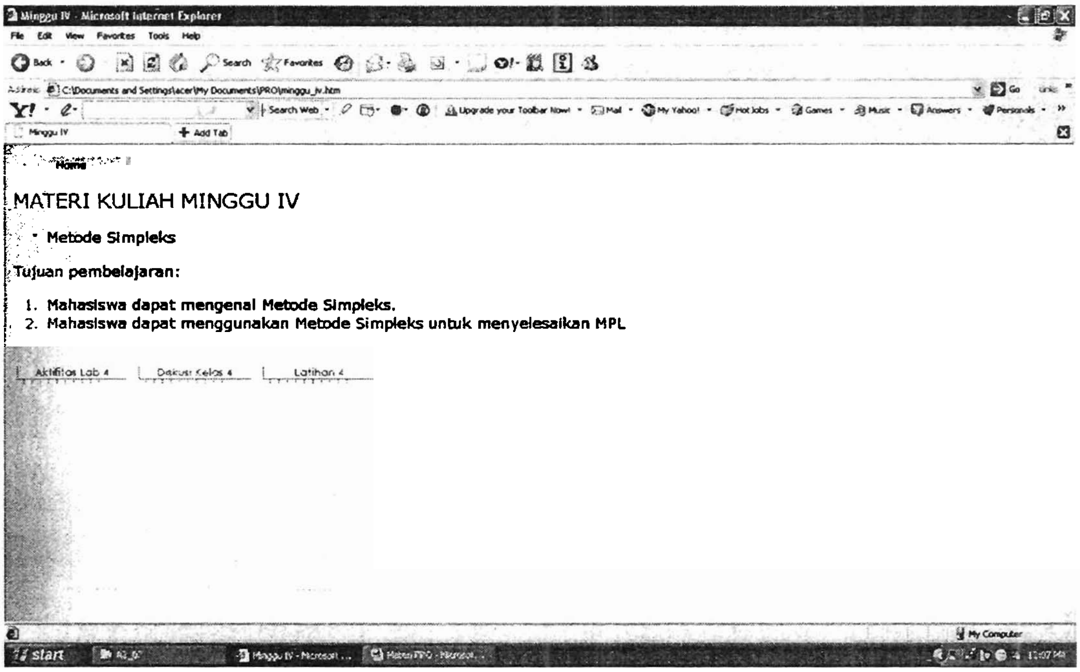
Y < 12
X + 2Y <16.

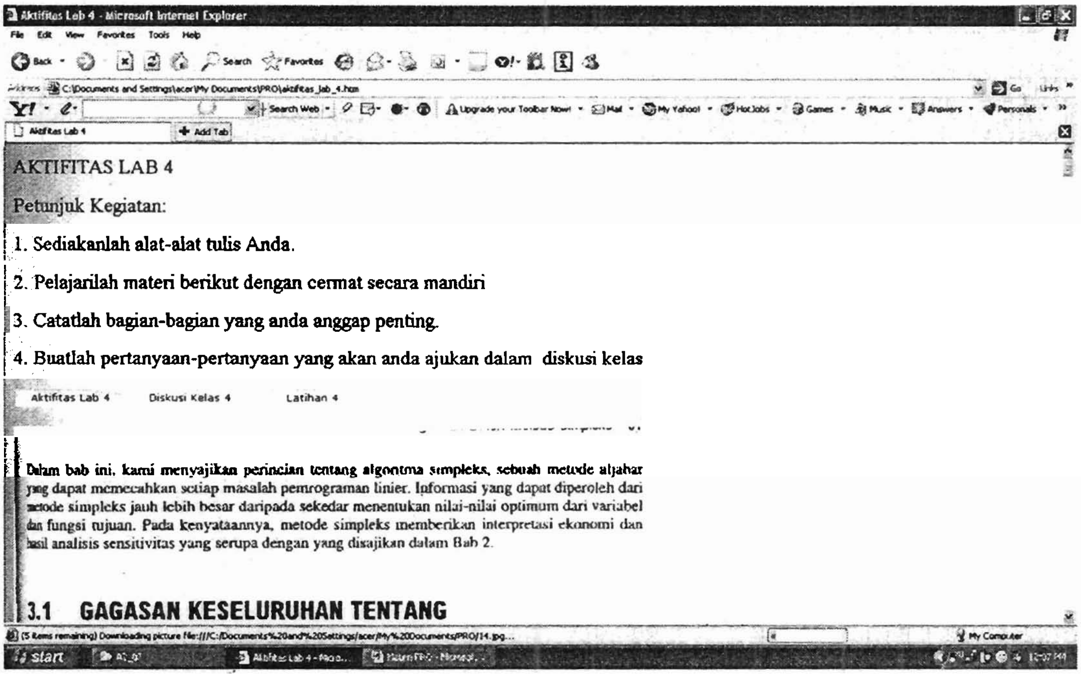
Jadi, untuk menyelesaikan masalah program linear di atas pada layar LINDO kita harus mengetiknya sebagai berikut:

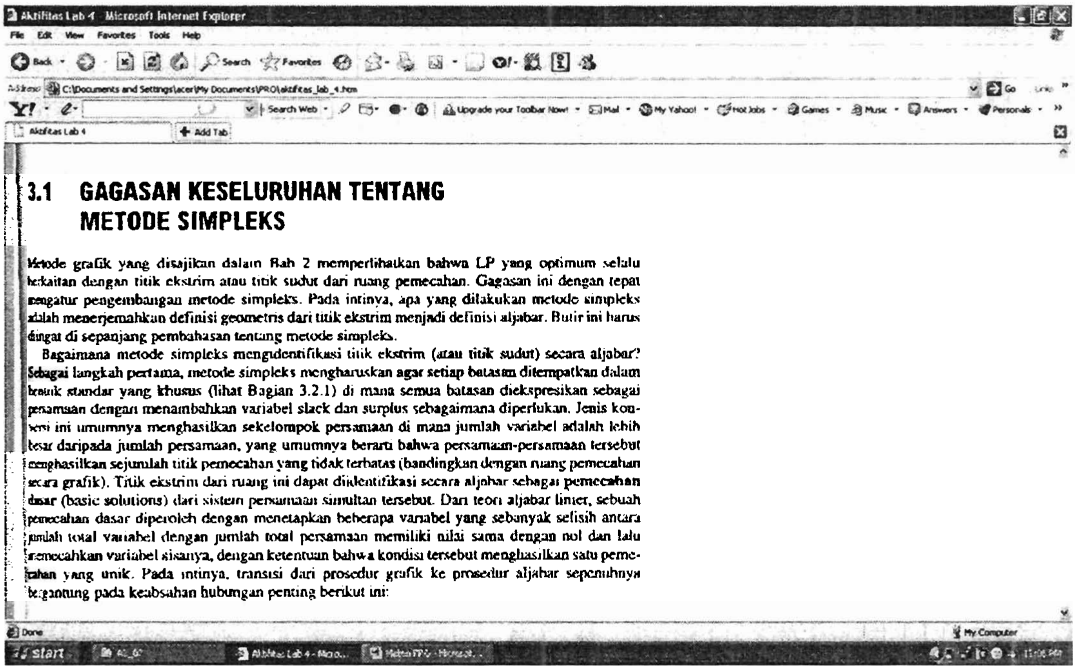
```
MAX 10X + 15 Y
SUBJECT TO
   X<10
   Y<12
   X+2Y<16
END
```

Setelah diketikan, pilih dan klik menu **solve** lalu klik **solve**. Maka LINDO akan menampilkan layar yang memuat solusi dari permasalahan program linear. Berikut adalah hasil ditampilkan oleh LINDO

```
LP OPTIMUM FOUND AT STEP        2
     OBJECTIVE FUNCTION VALUE
     1)       145.0000
 VARIABLE         VALUE          REDUCED COST
       X        10.000000          0.000000
       Y         3.000000          0.000000

      ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
      2)          0.000000          2.500000
      3)          9.000000          0.000000
      4)          0.000000          7.500000

 NO. ITERATIONS=        2

 RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:
                     OBJ COEFFICIENT RANGES
 VARIABLE        CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                   COEF          INCREASE         DECREASE
       X        10.000000        INFINITY         2.500000
```


Minggu IV - Microsoft Internet Explorer
Home
MATERI KULIAH MINGGU IV
Metode Simpleks
Tujuan pembelajaran:
1. Mahasiswa dapat mengenal Metode Simpleks.
2. Mahasiswa dapat menggunakan Metode Simpleks untuk menyelesaikan MPL
Aktifitas Lab 4
Diskusi Kelas 4
Latihan 4

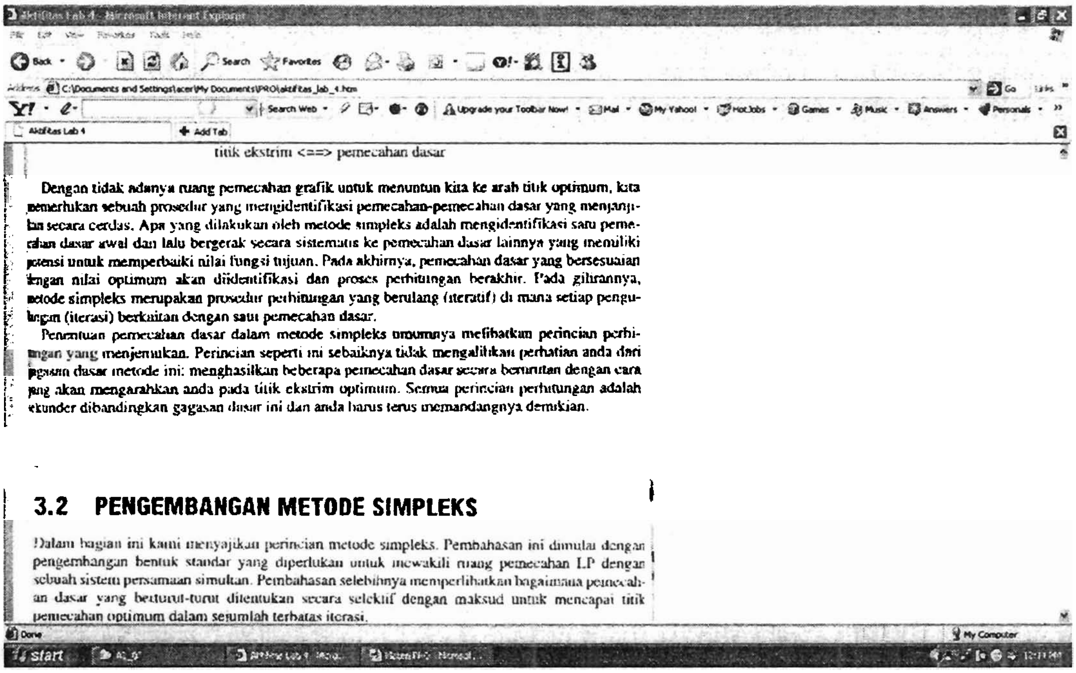

Aktifitas Lab 4 - Microsoft Internet Explorer
AKTIFITAS LAB 4
Petunjuk Kegiatan:
1. Sediakanlah alat-alat tulis Anda.
2. Pelajarilah materi berikut dengan cermat secara mandiri
3. Catatlah bagian-bagian yang anda anggap penting.
4. Buatlah pertanyaan-pertanyaan yang akan anda ajukan dalam diskusi kelas
Aktifitas Lab 4
Diskusi Kelas 4
Latihan 4
Dalam bab ini, kami menyajikan perincian tentang algoritma simpleks, sebuah metode aljabar yang dapat memecahkan setiap masalah pemrograman linier. Informasi yang dapat diperoleh dari metode simpleks jauh lebih besar daripada sekedar menentukan nilai-nilai optimum dari variabel dan fungsi tujuan. Pada kenyataannya, metode simpleks memberikan interpretasi ekonomi dan hasil analisis sensitivitas yang serupa dengan yang disajikan dalam Bab 2.
3.1 GAGASAN KESELURUHAN TENTANG



3.1 GAGASAN KESELURUHAN TENTANG METODE SIMPLEKS

Metode grafik yang disajikan dalam Bab 2 memperlihatkan bahwa LP yang optimum selalu berkaitan dengan titik ekstrim atau titik sudut dari ruang pemecahan. Gagasan ini dengan tepat mengatur pengembangan metode simpleks. Pada intinya, apa yang dilakukan metode simpleks adalah menerjemahkan definisi geometris dari titik ekstrim menjadi definisi aljabar. Butir ini harus diingat di sepanjang pembahasan tentang metode simpleks.

Bagaimana metode simpleks mengidentifikasi titik ekstrim (atau titik sudut) secara aljabar? Sebagai langkah pertama, metode simpleks mengharuskan agar setiap batasan ditempatkan dalam bentuk standar yang khusus (lihat Bagian 3.2.1) di mana semua batasan diekspresikan sebagai persamaan dengan menambahkan variabel slack dan surplus sebagaimana diperlukan. Jenis konversi ini umumnya menghasilkan sekelompok persamaan di mana jumlah variabel adalah lebih besar daripada jumlah persamaan, yang umumnya berarti bahwa persamaan-persamaan tersebut menghasilkan sejumlah titik pemecahan yang tidak terbatas (bandingkan dengan ruang pemecahan secara grafik). Titik ekstrim dari ruang ini dapat diidentifikasi secara aljabar sebagai pemecahan dasar (basic solutions) dari sistem persamaan simultan tersebut. Dari teori aljabar linier, sebuah pemecahan dasar diperoleh dengan menetapkan beberapa variabel yang sebanyak selisih antara jumlah total variabel dengan jumlah total persamaan memiliki nilai sama dengan nol dan lalu memecahkan variabel sisanya, dengan ketentuan bahwa kondisi tersebut menghasilkan satu pemecahan yang unik. Pada intinya, transisi dari prosedur grafik ke prosedur aljabar sepenuhnya bergantung pada keabsahan hubungan penting berikut ini:



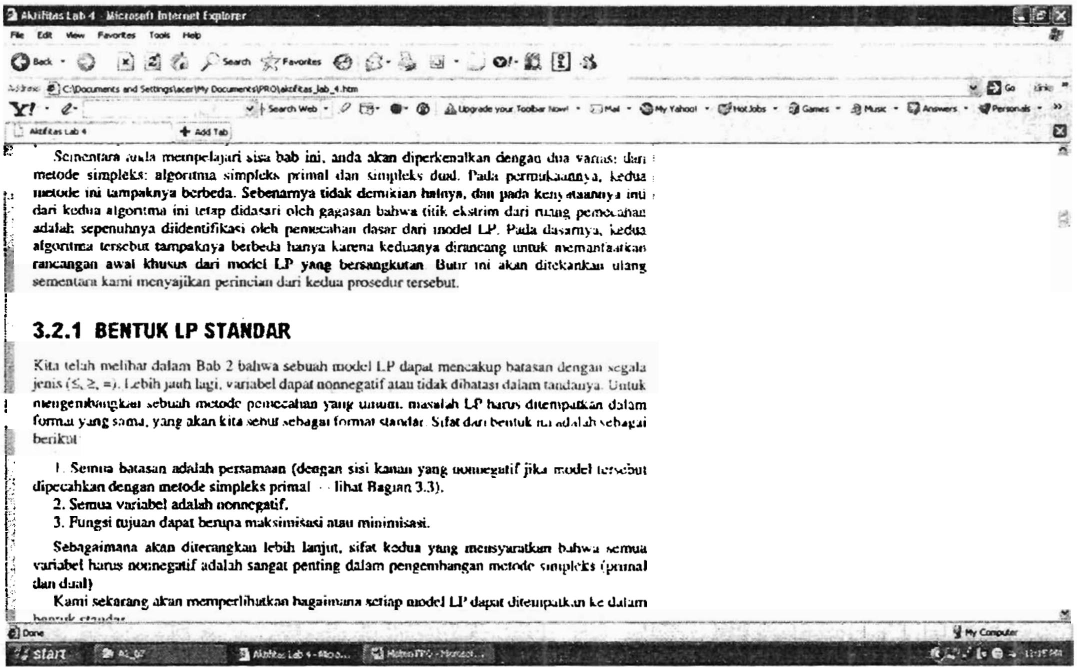
titik ekstrim <==> pemecahan dasar

Dengan tidak adanya ruang pemecahan grafik untuk menuntun kita ke arah titik optimum, kita memerlukan sebuah prosedur yang mengidentifikasi pemecahan-pemecahan dasar yang menjanjikan secara cerdas. Apa yang dilakukan oleh metode simpleks adalah mengidentifikasi satu pemecahan dasar awal dan lalu bergerak secara sistematis ke pemecahan dasar lainnya yang memiliki potensi untuk memperbaiki nilai fungsi tujuan. Pada akhirnya, pemecahan dasar yang bersesuaian dengan nilai optimum akan diidentifikasi dan proses perhitungan berakhir. Pada gilirannya, metode simpleks merupakan prosedur perhitungan yang berulang (iteratif) di mana setiap pengulangan (iterasi) berkaitan dengan satu pemecahan dasar.

Penentuan pemecahan dasar dalam metode simpleks umumnya melibatkan perincian perhitungan yang menjemukan. Perincian seperti ini sebaiknya tidak mengalihkan perhatian anda dari gagasan dasar metode ini: menghasilkan beberapa pemecahan dasar secara berurutan dengan cara yang akan mengarahkan anda pada titik ekstrim optimum. Semua perincian perhitungan adalah sekunder dibandingkan gagasan dasar ini dan anda harus terus memandangnya demikian.

3.2 PENGEMBANGAN METODE SIMPLEKS

Dalam bagian ini kami menyajikan perincian metode simpleks. Pembahasan ini dimulai dengan pengembangan bentuk standar yang diperlukan untuk mewakili ruang pemecahan LP dengan sebuah sistem persamaan simultan. Pembahasan selebihnya memperlihatkan bagaimana pemecahan dasar yang berturut-turut ditentukan secara selektif dengan maksud untuk mencapai titik pemecahan optimum dalam sejumlah terbatas iterasi.



Sementara anda mempelajari sisa bab ini, anda akan diperkenalkan dengan dua varias: dari metode simpleks: algoritma simpleks primal dan simpleks dual. Pada permukaannya, kedua metode ini tampaknya berbeda. Sebenarnya tidak demikian halnya, dan pada kenyataannya inti dari kedua algoritma ini tetap didasari oleh gagasan bahwa titik ekstrim dari ruang pemecahan adalah sepenuhnya diidentifikasi oleh pemecahan dasar dari model LP. Pada dasarnya, kedua algoritma tersebut tampaknya berbeda hanya karena keduanya dirancang untuk memanfaatkan rancangan awal khusus dari model LP yang bersangkutan. Butir ini akan ditekankan ulang sementara kami menyajikan perincian dari kedua prosedur tersebut.

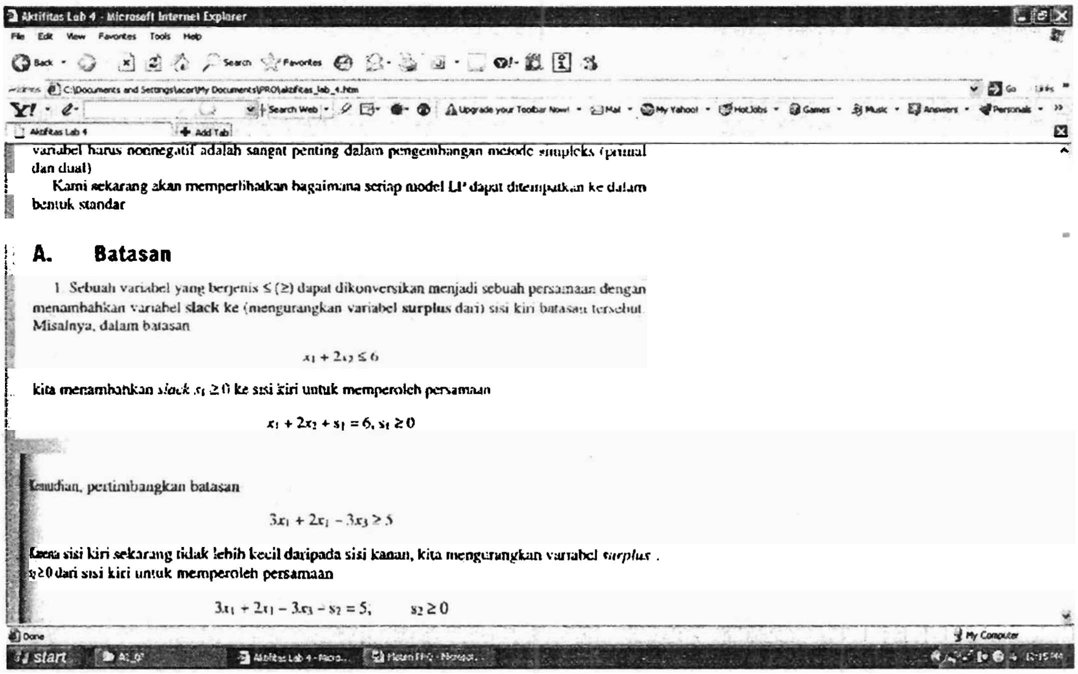
3.2.1 BENTUK LP STANDAR

Kita telah melihat dalam Bab 2 bahwa sebuah model LP dapat mencakup batasan dengan segala jenis (≤, ≥, =). Lebih jauh lagi, variabel dapat nonnegatif atau tidak dibatasi dalam tandanya. Untuk mengembangkan sebuah metode pemecahan yang umum, masalah LP harus ditempatkan dalam format yang sama, yang akan kita sebut sebagai format standar. Sifat dari bentuk ini adalah sebagai berikut:

1. Semua batasan adalah persamaan (dengan sisi kanan yang nonnegatif jika model tersebut dipecahkan dengan metode simpleks primal -- lihat Bagian 3.3).
2. Semua variabel adalah nonnegatif.
3. Fungsi tujuan dapat berupa maksimisasi atau minimisasi.

Sebagaimana akan diterangkan lebih lanjut, sifat kedua yang mensyaratkan bahwa semua variabel harus nonnegatif adalah sangat penting dalam pengembangan metode simpleks (primal dan dual)

Kami sekarang akan memperlihatkan bagaimana setiap model LP dapat ditempatkan ke dalam bentuk standar



variabel harus nonnegatif adalah sangat penting dalam pengembangan metode simpleks (primal dan dual)

Kami sekarang akan memperlihatkan bagaimana setiap model LP dapat ditempatkan ke dalam bentuk standar

A. Batasan

1. Sebuah variabel yang berjenis ≤ (≥) dapat dikonversikan menjadi sebuah persamaan dengan menambahkan variabel **slack** ke (mengurangkan variabel **surplus** dari) sisi kiri batasan tersebut. Misalnya, dalam batasan

$$x_1 + 2x_2 \leq 6$$

kita menambahkan *slack* $s_1 \geq 0$ ke sisi kiri untuk memperoleh persamaan

$$x_1 + 2x_2 + s_1 = 6, \; s_1 \geq 0$$

Kemudian, pertimbangkan batasan

$$3x_1 + 2x_2 - 3x_3 \geq 5$$

Karena sisi kiri sekarang tidak lebih kecil daripada sisi kanan, kita mengurangkan variabel *surplus* $s_2 \geq 0$ dari sisi kiri untuk memperoleh persamaan

$$3x_1 + 2x_2 - 3x_3 - s_2 = 5, \qquad s_2 \geq 0$$

2. Sisi kanan dari sebuah persamaan dapat selalu dibuat nonnegatif dengan mengalikan kedua sisi dengan −1. Misalnya, $2x_1 + 3x_2 - 7x_3 = -5$ secara matematis adalah setara dengan $-2x_1 - 3x_2 + 7x_3 = +5$

3. Arah pertidaksamaan dibalik ketika kedua sisi dikalikan dengan −1. Misalnya, sementara $2 < 4$, $-2 > -4$. Jadi pertidaksamaan $2x_1 - x_2 \leq -5$ dapat digantikan dengan $-2x_1 + x_2 \geq 5$.

Latihan 3.2-1

Konversikan pertidaksamaan berikut ini menjadi persamaan dengan sisi kanan yang nonnegatif dengan menggunakan dua prosedur: (1) Kalikan kedua sisi dengan −1 dan lalu tambahkan variabel slack atau surplus. (2) Konversikan pertidaksamaan tersebut menjadi persamaan terlebih dahulu dan lalu kalikan kedua sisi dengan −1. Apakah prosedur mana yang diikuti menghasilkan perbedaan dalam hasil?

(a) $x_1 - 2x_2 \geq -2$

(b) $-2x_1 + 7x_2 \leq -1$.

[*Jawab*. (a) $-x_1 + 2x_2 + s_1 = 2, s_1 \geq 0$ (b) $2x_1 - 7x_2 - s_1 = 1, s_1 \geq 0$. Kedua prosedur tersebut adalah tepat setara.]

B. Variabel

Variabel yang **tidak dibatasi** y_i dapat diekspresikan dalam bentuk dua variabel nonnegatif dengan menggunakan substitusi.

$$y_i = y_i' - y_i'' \qquad y_i', y_i'' \geq 0$$

$$y_i = y_i' - y_i'' \qquad y_i', y_i'' \geq 0$$

Substitusi harus diberlakukan di semua batasan dan dalam fungsi tujuan.

Masalah LP biasanya dipecahkan dalam bentuk y_i' dan y_i'', yang darinya y_i ditentukan dengan substitusi balik. Sifat yang menarik dari y_i' dan y_i'' adalah bahwa dalam pemecahan LP (simpleks) yang optimal hanya *satu* dari kedua variabel tersebut dapat memiliki nilai positif, tetapi tidak pernah keduanya. Jadi, ketika $y_i' > 0$, $y_i'' = 0$, dan sebaliknya. Dalam kasus di mana y_i (yang tidak dibatasi) mewakili baik slack maupun surplus, kita dapat memandang y_i' sebagai variabel *slack* dan y_i'' sebagai variabel *surplus* karena hanya satu di antara keduanya dapat memiliki nilai positif dalam satu saat. Observasi ini dipergunakan secara meluas dalam pemrograman sasaran (lihat Contoh 2.3-3) dan, pada kenyataannya merupakan dasar untuk gagasan konversi yang diperkenalkan dalam Pertanyan 2-38.

Latihan 3.2-2

Substitusi $y = y_i' - y_i''$ dipergunakan dalam sebuah model LP untuk menggantikan y yang tidak dibatasi oleh dua variabel nonnegatif y' dan y''. Jika y memiliki nilai secara berturut-turut −6, 10, dan 0, tentukan nilai optimal yang berkaitan untuk y' dan y'' dalam setiap kasus

[*Jawab*. (1) $y_i' = 0, y_i'' = 6$, (2) $y_i' = 10, y_i'' = 0$; (3) $y_i' = y_i'' = 0$.]

C. Fungsi Tujuan

Walaupun model LP standar dapat berjenis maksimisasi atau minimisasi, konversi dari satu ben ke bentuk lainnya kadang-kadang berguna. Maksimisasi sebuah fungsi adalah setara den minimisasi *negatif* dari fungsi yang sama, dan demikian pula sebaliknya. Misalnya,

$$\text{maksimumkan } z = 5x_1 + 2x_2 + 3x_3$$

secara matematis adalah setara dengan

$$\text{minimumkan } (-z) = -5x_1 - 2x_2 - 3x_3$$

Kesetaraan berarti bahwa untuk sekelompok batasan yang sama, nilai *optimum* dari x_1, x_2, dai adalah sama dalam kedua kasus tersebut. Perbedaan satu-satunya adalah bahwa nilai fungsi tujt walaupun sama secara numerik; akan terlihat dengan tanda yang berbeda.

Contoh 3.2-1. Tulis model berikut ini dalam bentuk standar

$$\text{minimumkan } z = 2x_1 + 3x_2$$

dengan batasan

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= 10 \\ -2x_1 + 3x_2 &\le -5 \\ 7x_1 - 4x_2 &\le 6 \\ x_1 &\text{ tidak dibatasi} \\ x_2 &\ge 0 \end{aligned}$$

Perubahan berikut ini harus dilakukan.

1. Tambahkan variabel slack $s_2 \ge 0$ ke sisi kiri batasan kedua.
2. Tambahkan variabel slack $s_3 \ge 0$ ke sisi kiri batasan ketiga.
3. Substitusikan $x_1 = x_1' - x_1''$, di mana $x_1', x_1'' \ge 0$, dalam fungsi tujuan dan semua batasan.

Jadi kita memperoleh bentuk standar

$$\text{minimumkan } z = 2x_1' - 2x_1'' + 3x_2$$

dengan batasan

$$\begin{aligned} x_1' - x_1'' + x_2 \qquad\qquad &= 10 \\ -2x_1' + 2x_1'' + 3x_2 + s_2 \qquad &= -5 \\ 7x_1' - 7x_1'' - 4x_2 \qquad + s_3 &= 6 \\ x_1', x_1'', x_2, s_2, s_3 &\ge 0 \end{aligned}$$

Jika diinginkan untuk membuat semua sisi kanan dari persamaan positif, kita semata-mata mengalikan kedua sisi dari persamaan kedua dengan -1.

◀

3.2.2 PEMECAHAN DASAR

Pertimbangkan model LP standar yang didefinisikan dalam Bagian 3.2.1 dengan m persamaan dan n variabel yang tidak diketahui. Pemecahan dasar yang berkaitan ditentukan dengan menetapkan

$n - m$ variabel sama dengan nol dan lalu memecahkan m persamaan dengan m variabel sisanya, asalkan terdapat pemecahan yang dihasilkan dan pemecahan itu unik. Untuk mengilustrasikan hal ini, pertimbangkan sistem persamaan berikut ini:

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 &= 2 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 &= 3 \end{aligned}$$

Dalam contoh ini kita memiliki $m = 2$ dan $n = 4$. Jadi, sebuah pemecahan dasar berkaitan dengan $n - m = 4 - 2 = 2$ variabel adalah *nol*. Ini berarti bahwa sekelompok persamaan tersebut dapat memiliki $n!/m!(n-m)! = 4!/2!2! = 6$ pemecahan dasar yang mungkin. Kita mengatakan pemecahan dasar "yang mungkin" karena beberapa kombinasi kemungkinan tidak menghasilkan pemecahan dasar sama sekali. Misalnya, ambillah kombinasi di mana x_2 dan x_4 ditetapkan sama dengan nol. Dalam kasus ini, sistem persamaan tersebut berkurang menjadi

$$\begin{aligned} 2x_1 + 4x_3 &= 2 \\ x_1 + 2x_3 &= 3 \end{aligned}$$

Kedua persamaan ini tidak konsisten, dan karena itu tidak terdapat pemecahannya. Kesimpulannya adalah bahwa x_1 dan x_3 tidak dapat membentuk pemecahan dasar dan karena itu tidak bersesuaian dengan satu titik ekstrim tertentu.

Alternatif lain, pertimbangkan kasus di mana x_3 dan x_4 ditetapkan sama dengan nol. Ini menghasilkan persamaan

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 &= 2 \\ x_1 + 2x_2 &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 &= 2 \\ x_1 + 2x_2 &= 3 \end{aligned}$$

Pemecahan unik yang bersangkutan ($x_1 = 1/3$, $x_2 = 4/3$), bersamaan dengan $x_3 = 0$ dan $x_4 = 0$, mendefinisikan sebuah pemecahan dasar dan karena itu merupakan sebuah titik ekstrim dari ruang pemecahan LP.

Dalam LP, kita menyebut $n - m$ variabel yang ditetapkan sama dengan nol sebagai variabel non dasar (non basic variables), di mana variabel m sisanya disebut sebagai **variabel dasar** (basic variables) (asalkan, tentu saja, terdapat satu pemecahan yang unik). Sebuah pemecahan dasar dikatakan **layak** jika semua nilai pemecahannya adalah non negatif. Sebuah contoh dari kasus ini adalah pemecahan dasar yang layak ($x_1 = 1/3$, $x_2 = 4/3$, $x_3 = 0$, $x_4 = 0$). Untuk mengilustrasikan kasus pemecahan dasar yang **tidak layak**, pertimbangkan kombinasi di mana variabel nondasar adalah $x_1 = 0$ dan $x_2 = 0$. Persamaan di atas akan menjadi

$$\begin{aligned} 4x_3 + x_4 &= 2 \\ 2x_3 + x_4 &= 3 \end{aligned}$$

Maksimum $z = 3x_E + 2x_I$

dengan batasan

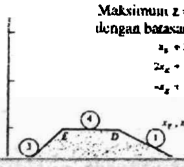
$x_E + 2x_I < 6$

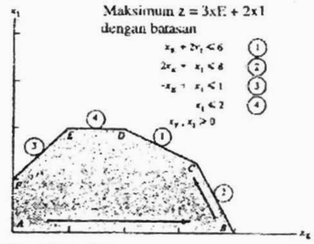
$2x_E + x_I < 8$

$-x_E + x_I < 1$

$x_I < 2$

$x_E, x_I > 0$





Gambar 3-1

Pemecahan dasar yang bersesuaian adalah (x_E = −1/2, x_I = 4), yang adalah tidak layak karena x_E adalah negatif.

Dalam memecahkan masalah LP, kita berminat baik pada pemecahan dasar yang layak maupun yang tidak layak. Secara spesifik, kita akan melihat bahwa semua iterasi metode simpleks primal selalu hanya berkaitan dengan pemecahan dasar yang *layak*. Metode simpleks dual, sebaliknya, menangani pemecahan dasar yang tidak layak sampai iterasi terakhir di mana pemecahan dasar yang bersangkutan haruslah layak. Pada intinya, metode simpleks primal hanya menangani titik ekstrim yang layak, sementara dalam metode simpleks dual, semua iterasi, kecuali iterasi terakhir, berkaitan dengan titik ekstrim yang *tidak layak*. Pada akhirnya, kedua metode tersebut menghasilkan pemecahan dasar yang layak sebagaimana ditentukan oleh kondisi nonnegativitas dari model LP.

3.3 Metode Simpleks Primal

Metode simpleks primal dimulai dari satu pemecahan *dasar yang layak* (titik ekstrim) dan berlanjut untuk berulang melalui pemecahan *dasar yang layak* berikutnya sampai titik optimum dicapai. Gambar 3-1 mengilustrasikan aplikasi proses ini terhadap model Reddy Mikks. Proses dimulai di ekstrim titik asal (titik *A*) dan bergerak di sepanjang tepi *AB* dari ruang layak ke titik ekstrim *B* yang bersebelahan (iterasi 1). Dari *B*, proses tersebut bergerak di sepanjang tepi *BC* ke titik ekstrim *C* yang bersebelahan (iterasi 2), yang adalah optimum. Perhatikan bahwa prosedur ini tidak mampu melintasi ruang pemecahan (misalnya, dari *A* ke *C*), tetapi harus bergerak di sepanjang tepi di antara titik-titik eksrim yang *bersebelahan*.

Bagaimana proses iterasi yang diterangkan di atas diterjemahkan secara aljabar? Semua yang perlu kita lakukan adalah memperlihatkan bagaimana titik ekstrim seperti A, B, dan C diidentifikasi tanpa keuntungan dari sebuah ruang pemecahan grafik. Pertimbangkan model Reddy Mikks dalam bentuk standar yang diberikan di bawah ini:

$$\text{maksimumkan } z = 3x_E + 2x_I + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3 + 0s_4$$

dengan batasan

$$x_E + 2x_I + s_1 = 6$$
$$2x_E + x_I + s_2 = 8$$

$$
\begin{aligned}
x_E + 2x_1 + s_1 \qquad\qquad\qquad &= 6 \\
2x_E + x_1 \qquad + s_2 \qquad\qquad &= 8 \\
-x_E + x_1 \qquad\qquad + s_3 \qquad &= 1 \\
x_1 \qquad\qquad\qquad + s_4 &= 2 \\
x_E, x_1, s_1, s_2, s_3, s_4 \geq 0 &
\end{aligned}
$$

Model ini memiliki $m = 4$ persamaan dan $n = 6$ variabel. Jadi jumlah variabel nondasar (nol) harus sama dengan $6 - 4 = 2$. Jika kita memilih $x_1 = 0$ dan $x_2 = 0$ sebagai variabel nondasar, dengan segera dan tanpa perhitungan apapun, kita memperoleh **pemecahan** dasar yang layak $s_1 = 6$, $s_2 = 8$, $s_3 = 1$, dan $s_4 = 2$ (titik asal A dalam Gambar 3-1). Pemecahan dasar ini mewakili **pemecahan awal** (starting solution) atau iterasi awal dari metode simpleks ini. Nilai tujuan yang bersesuaian ditentukan dengan mengekspresikan fungsi tujuan dalam bentuk berikut ini (yang akan kita sebut sebagai persamaan z):

$$z - 3x_E - 2x_1 = 0$$

Karena x_E dan x_1 di A adalah nol, nilai z yang bersangkutan secara otomatis diketahui berdasarkan sisi kanan dari persamaan di atas (= 0).

Penentuan aljabar yang mudah untuk pemecahan dasar awal dalam model Reddy Mikks ini disebabkan oleh:

1. Setiap persamaan memiliki variabel slack.
2. Sisi kanan dari semua batasan adalah nonnegatif.

Sifat pertama menjamin bahwa jumlah variabel slack adalah sama dengan jumlah persamaan. Jadi semua variabel sisanya dapat dipergunakan sebagai variabel nondasar (nol). Karena berdasarkan sifat 2 semua sisi kanan dari persamaan adalah nonnegatif, pemecahan dasar yang dihasilkan secara otomatis adalah layak, sebagaimana dipersyaratkan oleh metode simpleks primal.

Titik logis berikutnya yang mengikuti identifikasi pemecahan awal adalah meneliti pergerakan ke sebuah pemecahan dasar yang baru. Dari sudut pandang optimisasi, kita tertarik dengan pergerakan ke pemecahan dasar lainnya hanya jika kita dapat mewujudkan perbaikan dalam nilai fungsi tujuan. Pertama-tama ingat bahwa sebuah pemecahan dasar yang baru hanya diperoleh dengan membuat setidaknya satu dari variabel nondasar (nol) saat ini menjadi variabel dasar. Dalam metode simpleks, kita melakukan perubahan ini dengan memasukkan satu variabel nondasar setiap kali. Secara intuitif, sebuah variabel nondasar seperti itu hanya dapat dimasukkan ke dalam pemecahan jika hal tersebut memperbaiki nilai fungsi tujuan. Dalam bentuk model Reddy Mikks, x_E dan x_1 adalah nondasar (= 0) di A. Dengan memperhatikan kembali persamaan tujuan z

$$z - 3x_E - 2x_1 = 0$$

kita melihat bahwa kenaikan satu unit dalam x_E akan menaikkan z dengan 3 dan kenaikan satu unit dalam x_1 akan menaikkan z dengan 2. Karena kita melakukan maksimisasi, salah satu dari kedua variabel ini dapat memperbaiki nilai tujuan. Tetapi, untuk merancang peraturan perhitungan yang jelas, metode simpleks menggunakan sebuah heuristik; yaitu, dalam kasus maksimisasi, variabel nondasar yang dipilih adalah variabel yang memiliki koefisien yang paling negatif dalam persamaan tujuan z. Dengan menggunakan heuristik seperti ini, diharapkan (tetapi tidak dijamin) bahwa metode simpleks tersebut akan menghasilkan "lompatan" terbesar dalam nilai tujuan sementara ia

Aktifitas Lab 4 - Microsoft Internet Explorer

bergerak dari satu iterasi ke iterasi berikutnya, sehingga menjangkau optimum dalam sedikit mungkin iterasi. Penerapan kondisi ini dalam model Reddy Mikks akan menghasilkan x_E sebagai **variabel masuk** (entering variable).

Pemecahan dasar yang baru dan diperoleh *dengan memasukkan variabel masuk harus* mencakup tepat *m* variabel dasar. Ini berarti bahwa salah satu dari variabel dasar saat ini harus dikeluarkan dari pemecahan. Dalam contoh Reddy Mikks, **variabel keluar** (leaving variable) haruslah salah satu dari variabel s_1, s_2, s_3, atau s_4. Dengan memperhatikan Gambar 3-2, kita melihat bahwa nilai variabel masuk dalam pemecahan yang baru itu bersesuaian dengan titik *B*. Setiap kenaikan yang melewati titik ini akan membawa kita keluar ruang layak. Dari definisi batasan, ini berarti bahwa s_2 (yang berkaitan dengan batasan 2) akan sama dengan nol, yang berarti bahwa s_2 merupakan variabel keluar.

Kita dapat memilih variabel keluar secara langsung dari persamaan batasan semata-mata dengan menghitung titik potong *non negatif* dari semua batasan dengan sumbu x_E. Titik potong terkecil akan mengidentifikasi variabel keluar. Dalam model Reddy Mikks, hanya batasan 1 dan 2 berpotongan dengan sumbu x_E dalam arah positif, dengan titik potong masing-masing sama dengan 6/1 = 6 dan 8/2 = 4. Karena titik potong yang lebih kecil (= 4) berkaitan dengan batasan kedua, ***variabel dasar s_2 harus meninggalkan pemecahan.***

Bagaimana kita dapat mengotomatisasi proses pemilihan variabel keluar tanpa memanfaatkan ruang pemecahan grafik? Semua yang perlu kita lakukan adalah menghitung semua titik potong batasan dengan sumbu x_E sebagai *rasio* antara sisi kanan dengan koefisien batasan x_E yang bersesuaian; yaitu,

titik potong batasan 1 = 6/1 = 6

titik potong batasan 2 = 8/2 = 4

titik potong batasan 3 = 1/−1 = −1

Aktifitas Lab 4 - Microsoft Internet Explorer

titik potong batasan 1 = 6/1 = 6

titik potong batasan 2 = 8/2 = 4

titik potong batasan 3 = 1/−1 = −1

titik potong batasan 4 = 2/0 = tak hingga

Tiga titik potong pertama digambarkan dalam Gambar 3-2. Titik potong keempat tidak dapat diperlihatkan karena batasan 4 sejajar dengan sumbu x_E. Kita tidak perlu memperhatikan titik potong ketiga, karena nilainya negatif, yang berarti bahwa batasan ketiga tersebut tidak membatasi x_E dalam arah positif. Kita juga tidak perlu memperhatikan batasan 4, karena tidak berpotongan dengan x_E sama sekali. Ini hanya meninggalkan titik potong 1 dan 2, dengan kesimpulan bahwa s_2 haruslah merupakan variabel keluar. Dalam arti mekanis, kita dapat mengotomatisasi proses di atas dengan hanya memperhatikan batasan yang koefisien batasannya positif secara ketat untuk variabel masuk yang bersangkutan.

Prosedur yang diberikan di atas untuk memilih variabel masuk dan variabel keluar disebut sebagai kondisi *optimalitas* dan ***kondisi kelayakan. Kita mencatat bahwa kondisi kelayakan*** (titik potong minimum) dapat diterapkan baik untuk masalah maksimisasi maupun minimisasi. Sebaliknya, kondisi optimalitas untuk masalah minimisasi adalah berbeda dalam hal bahwa variabel masuk berkaitan dengan koefisien nondasar yang paling positif (sebagaimana dibandingkan dengan *yang paling negatif* dalam kasus maksimisasi).

Berikut ini adalah ringkasan formal dari dua kondisi simpleks tersebut:

Kondisi Optimalitas: Variabel masuk dalam maksimisasi (minimisasi) adalah variabel nondasar dengan koefisien yang paling negatif (positif) dalam persamaan z tujuan. Koefisien dengan nilai yang sama dapat dipilih secara sembarang. Nilai optimum dicapai ketika semua koefisien non-dalam persaman z adalah nonnegatif (nonpositif).

Aktifitas Lab 4 - Microsoft Internet Explorer

titik potong batasan 1 = 6/1 = 6

titik potong batasan 2 = 8/2 = 4

titik potong batasan 3 = 1/−1 = −1

titik potong batasan 4 = 2/0 = tak hingga

Tiga titik potong pertama digambarkan dalam Gambar 3-2. Titik potong keempat tidak dapat diperlihatkan karena batasan 4 sejajar dengan sumbu x_E. Kita tidak perlu memperhatikan titik potong ketiga, karena nilainya negatif, yang berarti bahwa batasan ketiga tersebut tidak membatasi x_E dalam arah positif. Kita juga tidak perlu memperhatikan batasan 4, karena tidak berpotongan dengan x_E sama sekali. Ini hanya meninggalkan titik potong 1 dan 2, dengan kesimpulan bahwa s_1 haruslah merupakan variabel keluar. Dalam arti mekanis, kita dapat mengotomatisasi proses di atas dengan hanya memperhatikan batasan yang koefisien batasannya positif secara ketat untuk variabel masuk yang bersangkutan.

Prosedur yang diberikan di atas untuk memilih variabel masuk dan variabel keluar disebut sebagai kondisi *optimalitas* dan *kondisi kelayakan*. Kita mencatat bahwa kondisi kelayakan (titik potong minimum) dapat diterapkan baik untuk masalah maksimisasi maupun minimisasi. Sebaliknya, kondisi optimalitas untuk masalah minimisasi adalah berbeda dalam hal bahwa variabel masuk berkaitan dengan koefisien nondasar yang paling positif (sebagaimana dibandingkan dengan yang paling negatif dalam kasus maksimisasi)

Berikut ini adalah ringkasan formal dari dua kondisi simpleks tersebut:

Kondisi Optimalitas: Variabel masuk dalam maksimisasi (minimisasi) adalah variabel nondasar dengan koefisien yang paling negatif (positif) dalam persamaan z tujuan. Koefisien dengan nilai yang sama dapat dipilih secara sembarang. Nilai optimum dicapai ketika semua koefisien nondasar dalam persaman z adalah nonnegatif (nonpositif).

Aktifitas Lab 4 - Microsoft Internet Explorer

titik potong batasan 1 = 6/1 = 6

titik potong batasan 2 = 8/2 = 4

titik potong batasan 3 = 1/−1 = −1

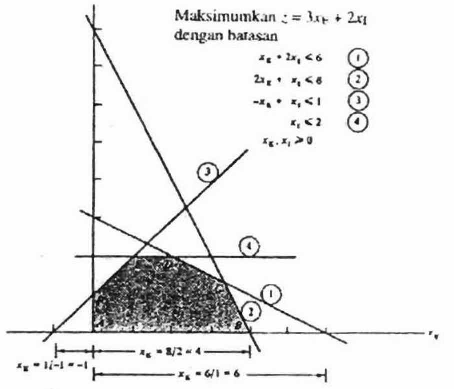
titik potong batasan 4 = 2/0 = tak hingga

Tiga titik potong pertama digambarkan dalam Gambar 3-2. Titik potong keempat tidak dapat diperlihatkan karena batasan 4 sejajar dengan sumbu x_E. Kita tidak perlu memperhatikan titik potong ketiga, karena nilainya negatif, yang berarti bahwa batasan ketiga tersebut tidak membatasi x_E dalam arah positif. Kita juga tidak perlu memperhatikan batasan 4, karena tidak berpotongan dengan x_E sama sekali. Ini hanya meninggalkan titik potong 1 dan 2, dengan kesimpulan bahwa s_1 haruslah merupakan variabel keluar. Dalam arti mekanis, kita dapat mengotomatisasi proses di atas dengan hanya memperhatikan batasan yang koefisien batasannya positif secara ketat untuk variabel masuk yang bersangkutan.

Prosedur yang diberikan di atas untuk memilih variabel masuk dan variabel keluar disebut sebagai kondisi *optimalitas* dan *kondisi kelayakan*. Kita mencatat bahwa kondisi kelayakan (titik potong minimum) dapat diterapkan baik untuk masalah maksimisasi maupun minimisasi. Sebaliknya, kondisi optimalitas untuk masalah minimisasi adalah berbeda dalam hal bahwa variabel masuk berkaitan dengan koefisien nondasar yang paling positif (sebagaimana dibandingkan dengan yang paling negatif dalam kasus maksimisasi).

Berikut ini adalah ringkasan formal dari dua kondisi simpleks tersebut:

Kondisi Optimalitas: Variabel masuk dalam maksimisasi (minimisasi) adalah variabel nondasar dengan koefisien yang paling negatif (positif) dalam persamaan z tujuan. Koefisien dengan nilai yang sama dapat dipilih secara sembarang. Nilai optimum dicapai ketika semua koefisien nondasar dalam persaman z adalah nonnegatif (nonpositif).



Gambar 3-2

Kondisi Kelayakan: **Baik untuk masalah maksimisasi maupun minimisasi, variabel keluar adalah variabel dasar saat ini yang memiliki titik potong terkecil (rasio minimum dengan penyebut**

Kondisi Kelayakan: **Baik untuk masalah maksimisasi maupun minimisasi, variabel keluar adalah variabel dasar saat ini yang memiliki titik potong terkecil (rasio minimum dengan penyebut yang positif secara ketat) dalam arah variabel masuk. Nilai yang sama dapat dipilih secara sembarang.**

Kita sekarang siap untuk menyajikan langkah-langkah iterasi formal dari metode simpleks primal:

Langkah 0: Dengan menggunakan bentuk standar (dengan sisi kanan semua nonnegatif), tentukan pemecahan dasar awal yang layak.

Langkah 1: Pilih variabel masuk dari di antara variabel nondasar dengan menggunakan kondisi optimalitas.

Langkah 2: **Pilih variabel keluar dari variabel dasar saat ini dengan menggunakan kondisi kelayakan.**

Langkah 3: Tentukan nilai variabel dasar yang baru dengan membuat variabel masuk tersebut sebagai variabel dasar dan variabel keluar sebagai variabel nondasar. Kembali ke langkah 1.

Dengan pemikiran tertentu, anda akan menyadari bahwa metode simpleks primal didasari oleh argumen yang masuk akal. Secara spesifik, di titik pemecahan dasar (titik ekstrim) tertentu, kita mencari satu pemecahan dasar yang baru hanya jika kenaikan dalam nilai salah satu variabel nondasar saat ini dapat memperbaiki nilai tujuan (kondisi optimalitas). Jika kita menemukan variabel nondasar seperti itu, salah satu variabel dasar saat ini harus meninggalkan pemecahan untuk memenuhi persyaratan bahwa jumlah variabel dasar harus tepat sama dengan m. Pemilihan variabel keluar dicapai dengan menggunakan kondisi kelayakan. Proses "penukaran" variabel untuk memenuhi persyaratan bahwa jumlah variabel dasar harus tepat sama dengan m. Pemilihan variabel keluar dicapai dengan menggunakan kondisi kelayakan. Proses "penukaran" variabel dasar dengan variabel nondasar ini tepat setara dengan pergerakan di antara titik-titik ekstrim yang bersebelahan di sepanjang tepi ruang pemecahan (bandingkan dengan Gambar 3-1). Sebenarny inilah inti dari metode simpleks primal. Tetapi, anda perlu mengingat saran berikut ini. Ketika kit mulai menjelaskan bagaimana metode yang disebut metode Gauss-Jordan dipergunakan untu melakukan "penukaran" variabel masuk dan variabel keluar, anda akan menemukan perincia perhitungan yang monoton dan membosankan. Pengalaman kami yang panjang dalam pengajara menunjukkan bahwa sebagian besar mereka yang baru mempelajari topik ini "termakan" ol perincian ini, sehingga kehilangan jejak tentang apa yang sebenarnya dicapai oleh metode simpleks Untuk menghindari jebakan ini, ingat bahwa sasaran utama dari prosedur perhitungan Gauss-Jordan adalah mentransformasikan persamaan-persamaan dengan cara yang memampukan kita untu memperoleh pemecahan dasar yang baru dengan memberikan nilai nol pada variabel nondasar sa ini. Selain itu, prosedur Gauss-Jordan tidak memiliki makna khusus apapun sepanjang berkait dengan teori metode simpleks. Terlebih lagi, ingatlah bahwa anda hanya perlu beberapa ka melakukan perhitungan yang menjemukan ini, dan sesudahnya anda dapat menggunakan TORA (atau perangkat lunak lainnya) untuk menangani tugas ini. Di sepanjang bab ini, perhatian and sebaiknya dipusatkan pada interpretasi pemecahan yang diperoleh dengan perhitungan Gauss-Jordan. Ini adalah inti dari pembahasan kami.

Contoh 3.3-1. Kita menggunakan model Reddy Mikks untuk menerangkan perincia perhitungan dari metode simpleks primal. Pemecahan ini memerlukan pernyataan masalah dala bentuk standar. Satu cara yang memudahkan untuk meringkaskan persamaan ini adalah menggunakan bentuk tabel berikut ini:

Dasar	z	x_E	x_I	s_1	s_2	s_3	s_4	Pemecahan	
z	1	−3	−2	0	0	0	0	0	persamaan z
s_1	0	1	2	1	0	0	0	6	persamaan s_1
s_2	0	2	1	0	1	0	0	8	persamaan s_2
s_3	0	+1	1	0	0	1	0	1	persamaan s_3
s_4	0	0	1	0	0	0	1	2	persamaan s_4

Tabel di atas bersesuaian dengan pemecahan dasar awal dari model tersebut. Informasi dalam tabel ini dibaca sebagai berikut. Kolom "dasar" mengidentifikasi variabel dasar saat ini s_1, s_2, s_3, dan s_4 yang nilai-nilainya diberikan dalam kolom "pemecahan." Hal ini secara implisit mengasumsikan bahwa variabel nondasar x_E dan x_I (yang tidak terdapat dalam kolom "dasar") adalah bernilai nol. Nilai yang bersesuaian untuk fungsi tujuan adalah $z = 3 \times 0 + 2 \times 0 + 0 \times 6 + 0 \times 8 + 0 \times 1 + 0 \times 2 = 0$, seperti diperlihatkan dalam kolom pemecahan.

Setelah menerapkan kondisi optimalitas, x_E memiliki koefisien negatif terbesar dalam persamaan z dan karena itu dipilih sebagai variabel masuk. Kondisi kelayakan memperlihatkan bahwa s_2 bersesuaian dengan titik potong terkecil dan karena itu harus meninggalkan pemecahan tersebut.

Setelah mengidentifikasi variabel masuk dan variabel keluar, kita perlu menentukan pemecahan dasar yang baru yang sekarang harus mencakup s_1, x_E, s_3, dan s_4. Ini dicapai dengan menerapkan metode **eliminasi Gauss-Jordan.** Metode ini dimulai dengan mengidentifikasi kolom di bawah variabel masuk x_E sebagai **kolom masuk** (entering column). Baris yang berkaitan dengan variabel keluar disebut **persamaan pivot** (pivot equation) dan elemen di titik potong antara kolom masuk dan persamaan pivot disebut sebagai **elemen pivot**. Tabel berikut ini meringkaskan definisi ini:

Kolom masuk ↓ (x_E)

Dasar	z	x_E	x_1	s_1	s_2	s_3	s_4	Pemecahan	Titik potong x_E (rasio)
z	1	−3	−2	0	0	0	0	0	
s_1	0	1	2	1	0	0	0	6	6/1 = 6
s_2 ← Persamaan pivot	0	2 ← Elemen pivot	1	0	1	0	0	8	8/2 = ④
s_3	0	−X	1	0	0	1	0	1	—
s_4	0	X	1	0	0	0	1	2	—

Metode Gauss-Jordan melakukan perubahan atas dasar penggunaan dua jenis perhitungan:

1. Persamaan pivot:

persamaan pivot baru = pesamaan pivot lama ÷ elemen pivot

2. Semua persamaan lainnya, termasuk z

persamaan baru = (persamaan lama) − (koefisien **kolom masuk**) × (persamaan pivot baru)

Kedua jenis perhitungan ini pada intinya mencari pemecahan dasar baru dengan mensubstitusi keluar variabel masuk dalam semua persamaan, kecuali dalam persamaan pivot.

Untuk menerapkan perhitungan jenis 1 ke dalam tabel di atas, kita membagi persamaan s_2 dengan elemen pivot 2. Karena x_E menggantikan s_2 dalam kolom dasar, perhitungan jenis 1 akan mengubah tabel awal tersebut seperti diperlihatkan di bawah ini.

Dasar	z	x_E	x_1	s_1	s_2	s_3	s_4	Pemecahan
z								
s_1								
x_E	0	1	1/2	0	1/2	0	0	8/2 = 4
s_3								
s_4								

Perhatikan bahwa kolom "pemecahan" menghasilkan nilai baru untuk x_E (= 4), yang sama dengan rasio minimum dari kondisi kelayakan.

Untuk melengkapi tabel tersebut, kita melakukan perhitungan jenis 2 berikut ini.

1. persamaan z:

persamaan z lama:	(1 −3 −2 0 0 0 0 0)
−(−3) × persamaan pivot baru:	(0 3 3/2 0 3/2 0 0 12)
= persamaan z baru:	(1 0 −1/2 0 3/2 0 0 12)

2. persamaan s_1:

persamaan s_1 lama:	(0 1 2 1 0 0 0 6)
−(1) × persamaan pivot baru:	(0 −1 −1/2 0 −1/2 0 0 −4)
= persamaan s_1 baru:	(0 0 3/2 1 −1/2 0 0 2)

3. persamaan s_3:

persamaan s_3 lama:	(0 −1 1 0 0 1 0 1)
−(−1) × persamaan pivot baru:	(0 1 1/2 0 1/2 0 0 4)
= persamaan s_3 baru:	(0 0 3/2 0 1/2 1 0 5)

4. persamaan s_4. Persamaan s_4 yang baru adalah sama dengan persamaan s_4 yang lama, karena koefisien *kolom masuknya* adalah nol

Jadi, tabel baru yang lengkap terlihat sebagai berikut:

Dasar	z	x_E	x_I	s_1	s_2	s_3	s_4	Pemecahan	titik potong x_I (rasio)
z	1	0	−1/2	0	3/2	0	0	12	
s_1	0	0	3/2	1	−1/2	0	0	2	$\frac{2}{3/2} = \frac{4}{3}$
x_E	0	1	1/2	0	1/2	0	0	4	$\frac{4}{1/2} = 8$
s_3	0	0	3/2	0	1/2	1	0	5	$\frac{5}{3/2} = \frac{10}{3}$
s_4	0	0	1	0	0	0	1	2	$2/1 = 2$

Pemecahan yang baru memberikan $x_E = 4$ dan $x_I = 4$ (titik B dalam Gambar 3-2). Nilai z telah meningkat dari 0 ke 12. Kenaikan tersebut terjadi karena kenaikan setiap unit dalam x_E memberikan kontribusi 3 pada nilai z; jadi kenaikan total dalam z adalah $3 \times 4 = 12$.

Perhatikan bahwa tabel yang baru ini memiliki sifat yang sama seperti tabel sebelumnya; yaitu, setelah variabel nondasar x_I dan s_2 ditetapkan sama dengan nol, nilai variabel dasar dengan segera diberikan dalam kolom pemecahan. Ini adalah tepat apa yang dicapai oleh metode Gauss-Jordan.

Dengan meneliti tabel terakhir tersebut, kita menemukan bahwa kondisi optimalitas memilih x_I sebagai variabel masuk karena koefisien z-nya adalah −1/2. Kondisi kelayakan lalu memperlihatkan bahwa s_I adalah variabel keluar. Rasio yang diperlihatkan dalam tabel terakhir menunjukkan bahwa x_1 memasuki variabel dasar tersebut dengan nilai 4/3 (= rasio minimum), sehingga memperbaiki nilai fungsi tujuan dengan (4/3) × (1/2) = 2/3.

Operasi Gauss-Jordan berikut ini akan menghasilkan tabel baru:

(i) Persamaan pivot (x_1) baru = persamaan x_1 lama : (3/2).
(ii) Persamaan z baru = persamaan z lama − (−1/2) × persamaan pivot baru.
(iii) Persamaan x_E baru = persamaan x_E lama − (1/2) × persamaan pivot baru.
(iv) Persamaan s_3 baru = persamaan s_3 lama − (3/2) × persamaan pivot baru.
(v) Persamaan s_4 baru = persamaan s_4 lama − (1) × persamaan pivot baru.

Perhitungan tersebut mengarah pada tabel berikut ini.

Dasar	z	x_E	x_1	s_1	s_2	s_3	s_4	Pemecahan
z	1	0	0	1/3	4/3	0	0	$12\frac{2}{3}$
x_1	0	0	1	2/3	−1/3	0	0	4/3
x_E	0	1	0	−1/3	2/3	0	0	10/3
s_3	0	0	0	−1	1	1	0	3
s_4	0	0	0	−2/3	1/3	0	1	2/3

(ii) Persamaan z baru = persamaan z lama − (−1/2) × persamaan pivot baru.
(iii) Persamaan x_E baru = persamaan x_E lama − (1/2) × persamaan pivot baru.
(iv) Persamaan s_3 baru = persamaan s_3 lama − (3/2) × persamaan pivot baru.
(v) Persamaan s_4 baru = persamaan s_4 lama − (1) × persamaan pivot baru.

Perhitungan tersebut mengarah pada tabel berikut ini.

Dasar	z	x_E	x_1	s_1	s_2	s_3	s_4	Pemecahan
z	1	0	0	1/3	4/3	0	0	$12\frac{2}{3}$
x_1	0	0	1	2/3	−1/3	0	0	4/3
x_E	0	1	0	−1/3	2/3	0	0	10/3
s_3	0	0	0	−1	1	1	0	3
s_4	0	0	0	−2/3	1/3	0	1	2/3

Pemecahan ini menghasilkan $x_E = 3\frac{1}{3}$ dan $x_1 = 1\frac{1}{3}$ (titik C dalam Gambar 3-2). Nilai z telah meningkat dari 12 dalam tabel sebelumnya menjadi $12\frac{2}{3}$. Kenaikan $(12\frac{2}{3} - 12) = \frac{2}{3}$ ini adalah hasil kenaikan x_1 dari 0 menjadi 4/3, dengan setiap unit menyebabkan kenaikan 1/2 dalam fungsi tujuan. Jadi, kenaikan total dalam z adalah sama dengan (4/3) × (1/2) = 2/3.

Tabel terakhir ini optimal karena *tidak satu pun* variabel *nondasar* memiliki koefisien negatif dalam persamaan z. Ini melengkapi perhitungan metode simpleks.