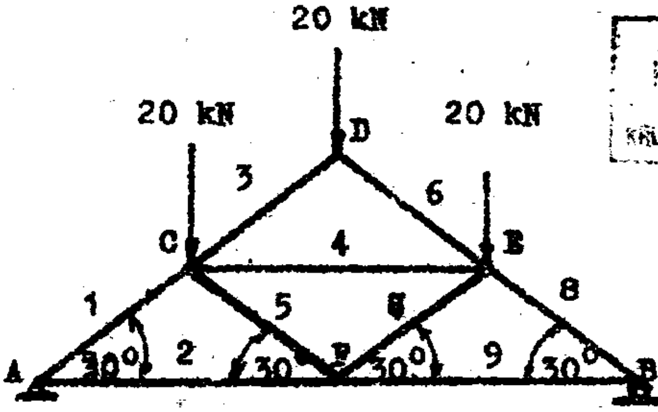
MEKANIKA TEKNI

SERIAL KEKUATAN BAHAN



OLEH
DRS. BARMAWI

FAKULTAS PENDIDIKAN TEKNOLOGI DAN KEJURUAN
INSTITUT KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
PADANG
1984

KATA PENGANTAR

Buku merupakan bahagian yang tak terpisahkan dari suatu sistim pendidikan, bahkan merupakan factor yang cukup penting untuk melepaskan diri dari ketertinggalan ilmu pengetahuan dan teknologi yang terus tumbuh dan berkembang.

Penyusunan buku ini merupakan rasional usaha untuk mengatasi berbagai kesulitan dalam memahami beberapa konsep ilmu Teknik, khususnya Mekanika Teknik Kekuatan Bahan, yang menghendaki adanya pembuktian dan penyelidikan.

Secara prinsip keseluruhan isi yang terkandung didalam buku ini sudah dicobakan berulangkali melalui kegiatan Praktikum di Laboratorium dengan hasil yang cukup memuaskan.

Demi kesempurnaan buku ini penulis menerima kritik dan saran dari pembaca. Akhir kata, penulis mengucapkan banyak terima kasih.

Padang, Oktober 1984.

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

GAMBAR HALAMAN

DAFTAR TABEL

TABEL. HALAMAN

BAB I

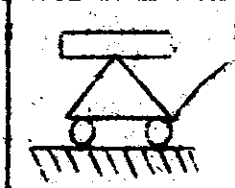
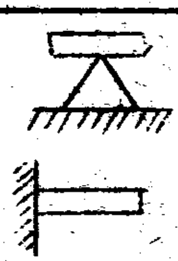
GELAGAR

A. Reaksi Tumpuan Secara Grafis.

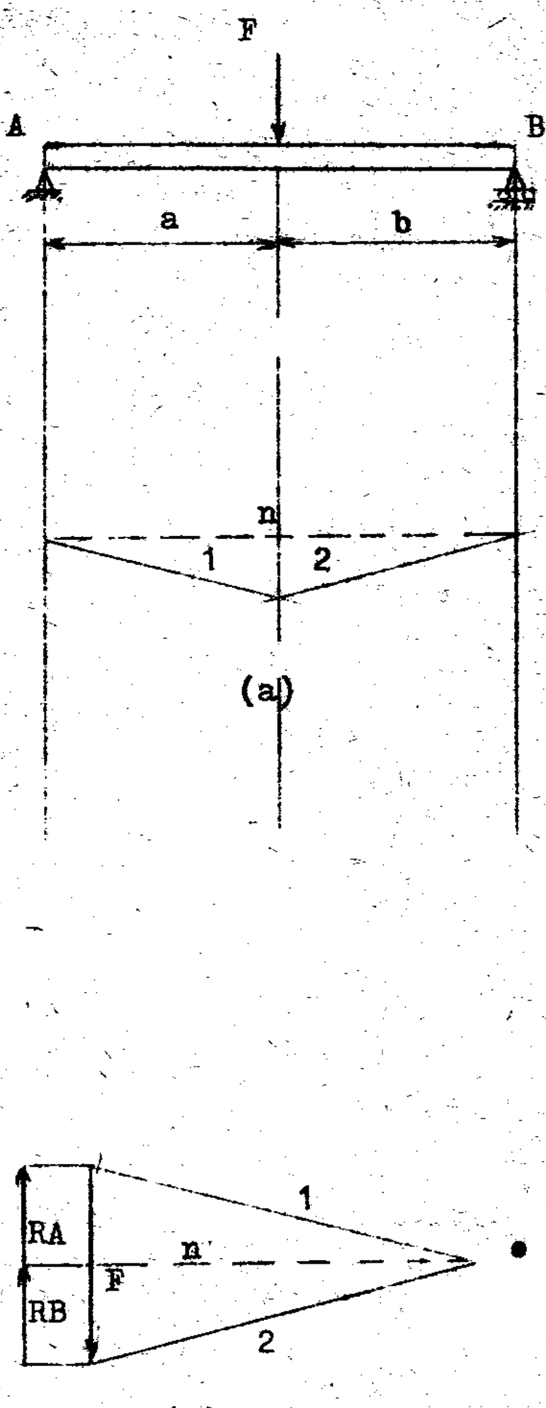
Tumpuan adalah suatu titik perletakan atau tunjangan dari gelagar atau bim. Biasanya suatu bim yang datar, ditunjang dengan dua buah tumpuan atau lebih. Maka seluruh gaya yang bekerja pada bim termasuk beratnya sendiri akan ditahan oleh tumpuan tersebut. Dengan demikian tumpuan akan memberikan perlawanan yang dinamakan Reaksi tumpuan. Jumlah seluruh reaksi tumpuan harus sama dengan besarnya beban yang bekerja tetapi berlawanan arah dengan beban (gaya).

Titik tumpuan dapat dibagi 2 menurut sifatnya seperti tabel I .

TABEL I. MACAM-MACAM TITIK TUMPUAN

NO	N a m a	Gambar	S i f a t
1	Tumpuan Rol		Hanya dapat menerima dan memberikan gaya yang tegak lurus terhadap perletakannya.
2	Tumpuan engsel dan Tumpuan Jepit.		Sanggup menerima dan memberikan gaya kesegala arah.

Untuk menentukan besar reaksi tumpuan secara grafis dapat diikuti langkah-langkah dibawah ini, disamping itu perhatikan gambar 1.1 (suatu bim AB yang ditunjang oleh 2 buah tumpuan A(engsel) dan B (rol).



Gambar 1.1. Analisa Reaksi Titik Tumpuan Secara Grafis.

Langkah-langkah penyelesaian

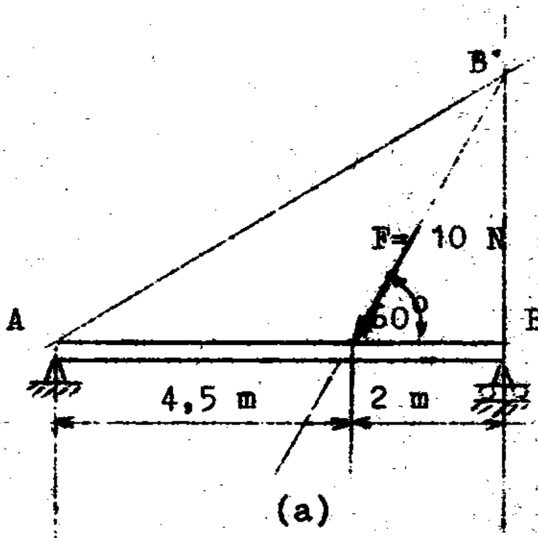
1. Lukis gambar perletakan, lengkap dengan gaya -gaya yang bekerja, dengan skala gaya dan skala jarak tertentu (gambar 1.1a).
2. Pindahkan lukusan gaya F ketempat lain(gambar 1.1b)
3. Ambil titik sembarangan O
4. Hubungkan ujung pangkal gaya F dengan titik O, yang dinamakan Poligon kemudian beri nomor urut.
5. Pindahkan poligon 1 kegambar 1.1a, sehingga memotong garis kerja tumpuan A, dan garis kerja gaya F.
6. Pindahkan poligon 2 kegambar 1.1a, sehingga memotong poligon 1 pada garis kerja gaya F, dan garis kerja tumpuan B.
7. Hubungkan titik potong poligon 1 digaris kerja tumpuan A dengan titik potong poligon 2 digaris kerja tumpuan B, yang dinamakan garis n (gambar 1.1a).
8. Pindahkan garis n pada gambar 1.1a ketitik O pada gambar 1.1b, sehingga memotong gaya F.

9. Pada bahagian atas garis n adalah RA(reaksi tumpuan A) dan dibawah garis n adalah RB(reaksi tumpuan B), kemudian ukur panjangnya kalikan dengan skala gaya yang dipakai.

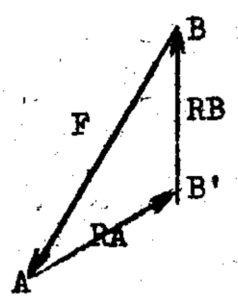
Contoh soal 1.

Sebuah bim yang didukung oleh 2 buah tumpuan dengan sebuah gaya seperti tergambar. Hitunglah berapa besarnya reaksi masing-masing tumpuan secara grafis.

skala jarak 1 m = 1 cm.
skala gaya 2,5 N = 1 cm.



(a)



(b)

Untuk menghitung reaksi tumpuan ini, kita harus ingat bahwa tumpuan rol B hanya dapat menerima gaya yang tegak lurus saja, tentu dia akan memberikan reaksi yang tegak lurus pula. Langkah - langkah penyelesaiannya sebagai berikut :

1. Perpanjanglah garis kerja RB sehingga memotong garis kerja gaya F ditik B'(gambar a.).
2. Hubungkan titik A dengan B' yang merupakan garis kerja RA.
3. Pindahkan gaya F ketempat lain (gambar b) menurut skala gaya yang dipakai.
4. Pindahkan garis kerja RA

keujung garis kerja gaya R (gambar b), dan garis kerja RB melalui pangkal gaya F dan memotong garis kerja RA, masing-masing pada titik A, B, dan titik potong B'.

5. AB' adalah panjang RA dan BB' adalah panjang RB.
6. Setelah diukur dan dikalikan dengan skala yang dipakai didapat :

$$RA = 2,4 \text{ cm} \times \frac{2,5 \text{ N}}{1 \text{ cm}} = 6 \text{ N}.$$

$$RB = 2,2 \text{ cm} \times \frac{2,5 \text{ N}}{1 \text{ cm}} = 5,5 \text{ N}.$$

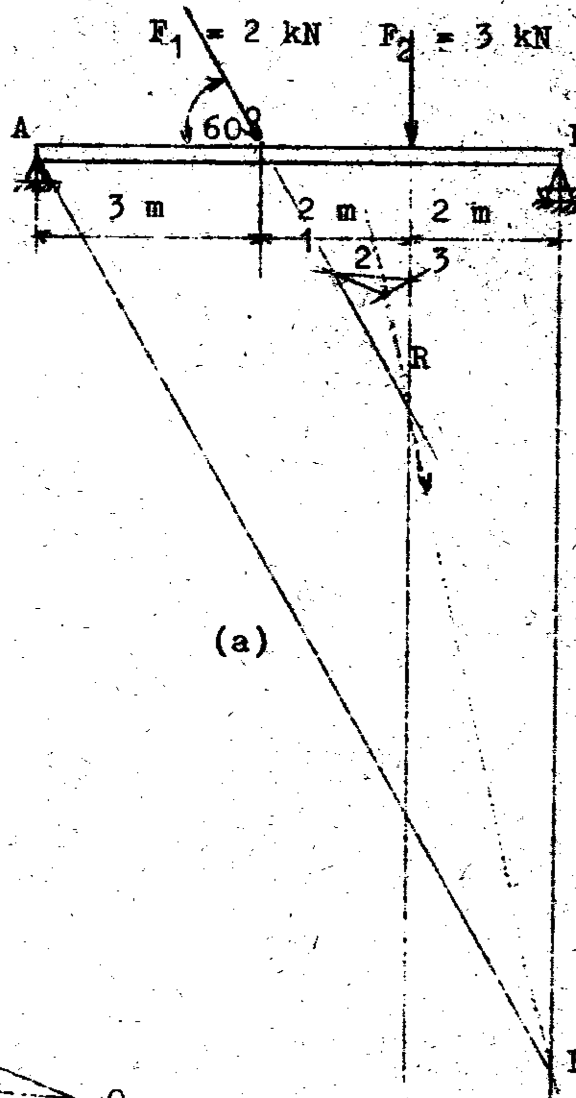
Contoh soal 2.

Dua buah gaya bekerja pada sebuah bim seperti tergambar. Bim ditumpu dengan 2 buah tumpuan engsel dan rol. Hitunglah besar RA dan RB secara grafis.

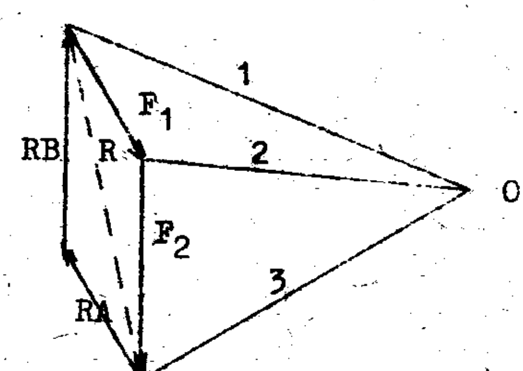
Langkah-langkah penyelesaian sebagai berikut :

1. Tentukanlah besar dan garis kerja Resultante kedua gaya tersebut (gambar a).
2. Perpanjanglah garis kerja RB sampai memotong garis garis kerja Resultante (R) dititik B'.
3. Hubungkan titik A dengan titik B' yang merupakan garis kerja RA.
4. Pindahkan garis kerja RA kegambar b melalui ujung R, dan garis kerja RB melalui pangkal gaya R, sehingga gaya R terurai menjadi RA dan RB. Setelah diukur dan dikalikan dengan skala yang dipakai, maka didapat RA = 2,1 KN, dan RB = 2,9 KN.

skala jarak 1 m = 1 cm .
skala gaya 1 KN = 1 cm .



(a)



(b)

B. Gaya-gaya Batang

Gaya batang adalah gaya yang bekerja dalam sebuah batang. Untuk menghitung besarnya gaya-gaya batang tersebut didalam suatu gelagar atau rangka batang, dipakai prinsip diagram Cremona. Didalam buku ini yang akan diuraikan hanya rangka batang datar. Prinsip diagram Cremona batang yang mengalami gaya tekan diberi tanda (-) dan gaya tarik diberi tanda (+).

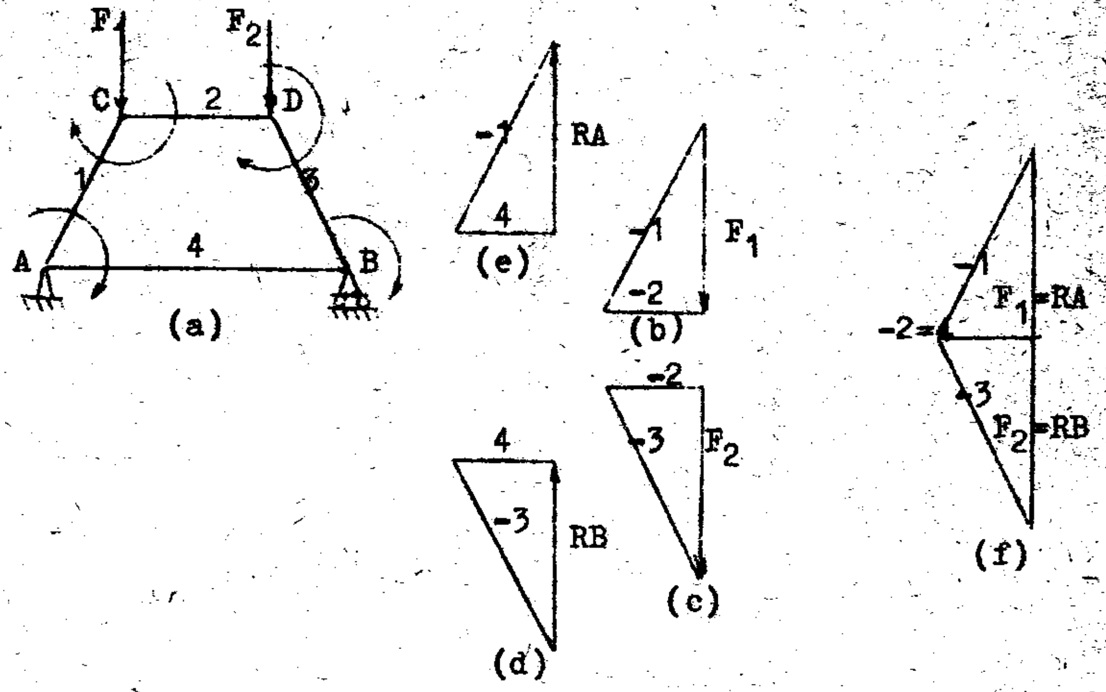
Pada hakekatnya gaya-gaya batang merupakan uraian dari sebuah gaya atau lebih yang didukung oleh titik buhul batang tersebut.

"Prinsip-prinsip yang harus diterapkan dalam menghitung gaya-gaya batang dengan diagram Cremona adalah :

1. Mulailah pada titik buhul yang mempunyai maksimum 2 buah gaya batang yang belum diketahui.
2. Beban atau gaya batang yang terdapat pada satu titik buhul, harus disusun secara sambung bersambung sesuai dengan arahnya masing-masing, dimulai dari gaya yang telah diketahui, diteruskan dengan gaya yang belum diketahui searah dengan putaran jarum jam.
3. Lukisan diagram Cremona (segi banyak gaya), dimulai dari suatu titik dan harus berakhir pada titik itu kembali.
4. Gaya-gaya yang bekerja pada gelagar, harus disusun berurutan melingkari gelagar searah dengan putaran jarum jam.
5. Jika suatu batang didapat menarik terhadap satu titik buhul maka terhadap titik buhul yang lain juga menarik, begitu juga sebaliknya, bila didapat menekan pada suatu titik buhul, maka terhadap titik buhul yang lain juga menekan."[1]

---

[1] J.D. Walker; Applied Mechanics; (London, Sydney Toronto : Hadder and Stauglan 1978), p. 99.



Gambar 1.2. Analisa gaya batang pada gelagar datar dengan prinsip Cremona.

Untuk menghitung gaya-gaya batang pada suatu gelagar datar dengan prinsip Cremona dapat diikuti langkah-langkah sebagai berikut dan perhatikan gambar 1.2 :

1. Mulai dari titik C, pindahkan gaya F_1 ketempat lain, (gambar 1.2b) kemudian dikuti oleh batang 2 dan batang 1 (dimulai pada pangkal gaya F_1 dan berakhir kembali pada pangkal gaya F_1).
2. Titik kedua adalah titik D dengan urutan 2 - F_2 - 3 melingkari titik buhul D searah dengan jarum jam. Batang 2 juga harus menekan terhadap titik buhul D. Karena batang 2 pada langkah pertama menekan terhadap titik buhul C (gambar 1.2c).
3. Titik ketiga adalah titik B dengan urutan 3 - RB - 4 juga batang 3 harus menekan terhadap titik B, karena

batang 3 terhadap titik buhul D juga menekan (gambar 1.2d).

4. Titik keempat adalah titik A dengan urutan 1 - 4 - RA. Batang 1 juga harus menekan terhadap titik A. Batang 4 juga harus menarik terhadap titik A (gambar 1.2e).
5. Jika gambar 1.2b., 1.2c.1.2d, dan 1.2e didapat gambar 1.2f.

Kemudian diukur dan dikalikan dengan skala gaya yang dipakai.

Contoh soal 1.

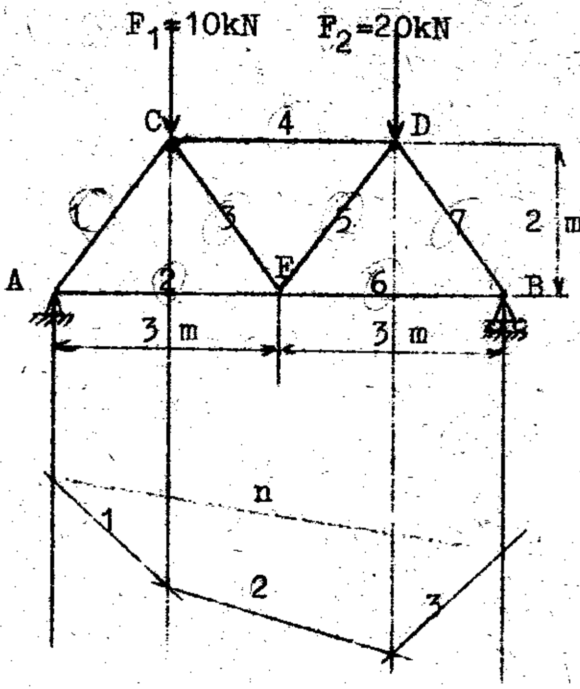
Sebuah gelagar yang terdiri dari 7 buah batang, mendukung 2 buah gaya dan ditumpu pada 2 buah tumpuan rol dan engsel(seperti tergambar). Hitunglah gaya- gaya batang serta RA dan RB.

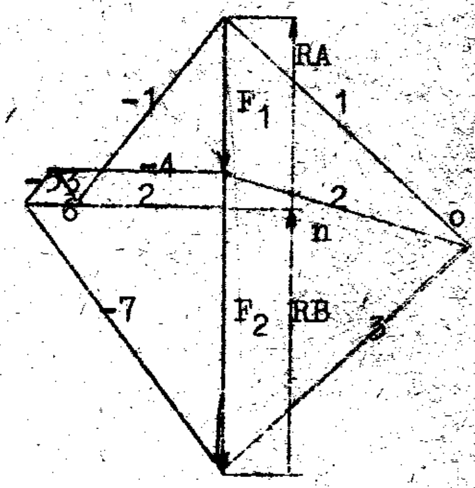
Penyelesaian:

Didalam gelagar tidak terdapat titik buhul yang mempunyai 2 buah gaya-gaya batang yang belum diketahui, dengan demikian dapat diikuti langkah-langkah sebagai berikut :

1. Tentukan RA danRB.
2. Mulai dari titik A dengan urutan RA - 1 - 2.
3. Titik C dengan urutan F_1 - 4 - 3.
4. Titik D dengan urutan 4 - F_2 - 7 - 5.
5. Titik B dengan urutan 7 - RB - 6.
6. Titik E (sebagai chking) harus cocok dengan urutan 2 - 3 - 5 - 6.
7. Setelah diukur dan dikalikan dengan skala gaya yang dipakai,maka didapat hasil seperti tabel dibawah .

skala jarak 1 m = 1 cm.
skala gaya 5 KN = 1cm.





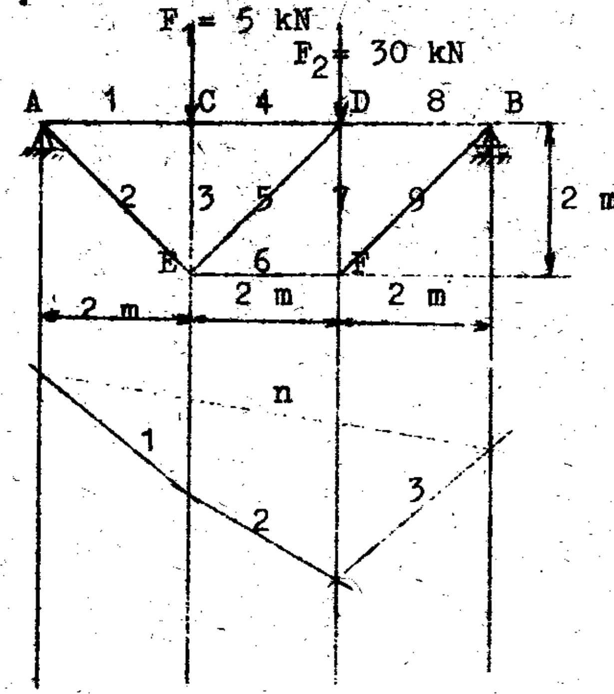
TABEL HASIL PENYELESAIAN.

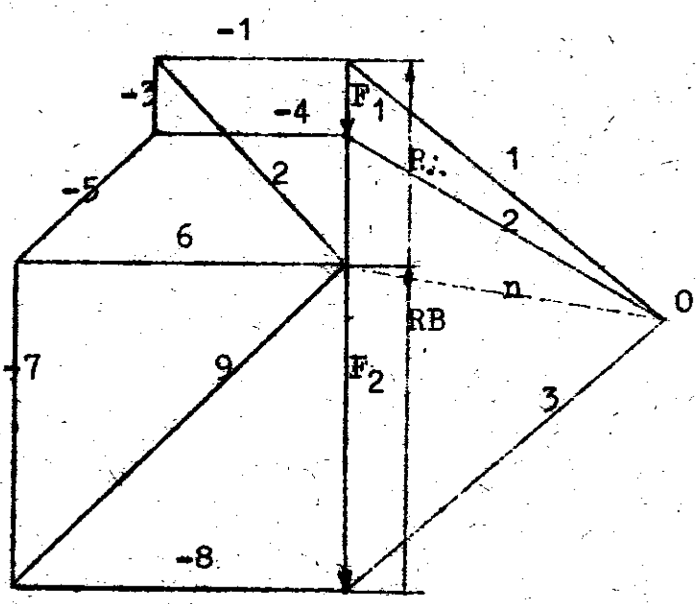
NO. Batang	T a r i k (+)	T e k a n (-)
1.	----	15 KN.
2.	9,5 KN	-----
3.	3 KN	-----
4.	-----	11,5 KN
5.	-----	3 KN.
6.	13 KN	------
7.	-----	22,5 KN.
RA.	------	12,5 KN
RB.	------	17,5 KN.

Contoh soal 2.

Sebuah gelagar mendapat beban seperti tergambar , Hitunglah gaya batang dan reaksi kedua titik tumpuan . Skala gaya 5 KN = 1 cm. Skala jarak 1 m = 1 cm.

Penyelesaian :





Langkah-langkah penyelesaian.

1. Hitung RA dan RB.
2. Titik A dengan urutan RA - 1 - 2.
3. Titik C dengan urutan 1 - F_1 - 4 - 3.

4. Titik E dengan urutan 2 - 3 - 5 - 6.
5. Titik B dengan urutan 5 - 4 - P_2 - 8 - 7.
6. Titik B dengan urutan 8 - RB - 9.
7. Titik F urutannya harus sama dengan 6 - 7 - 9.

Setelah diukur dan didapat hasil seperti tabel dibawah ini :

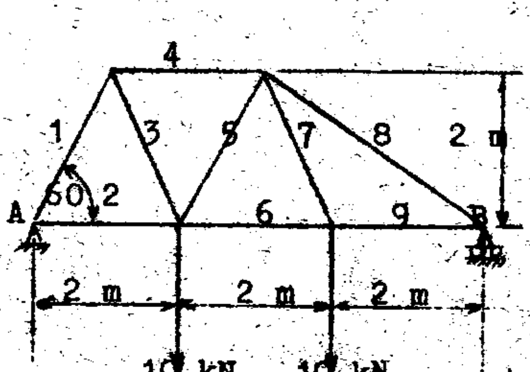
TABEL HASIL PENYELESAIAN

No. Batang	Tarik (+) KN	Tekan (-) KN.
1.	---	13,5
2.	18,5	---
3.	---	5
4.	---	13,5
5.	---	17,5
6.	20	---
7.	---	21
8.	---	20
9.	30	---
RA .	---	14
RB .	---	21

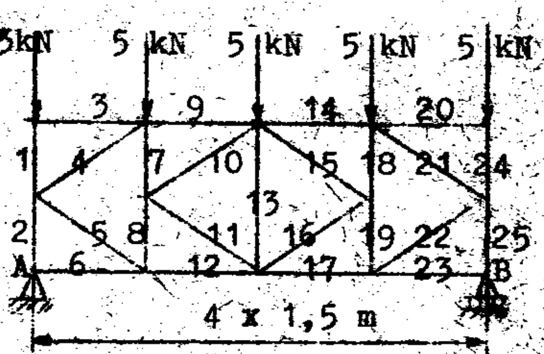
Soal-soal latihan :

Tentukanlah Reaksi titik tumpuan dan gaya - gaya batang yang bekerja pada rangka batang berikut ini :

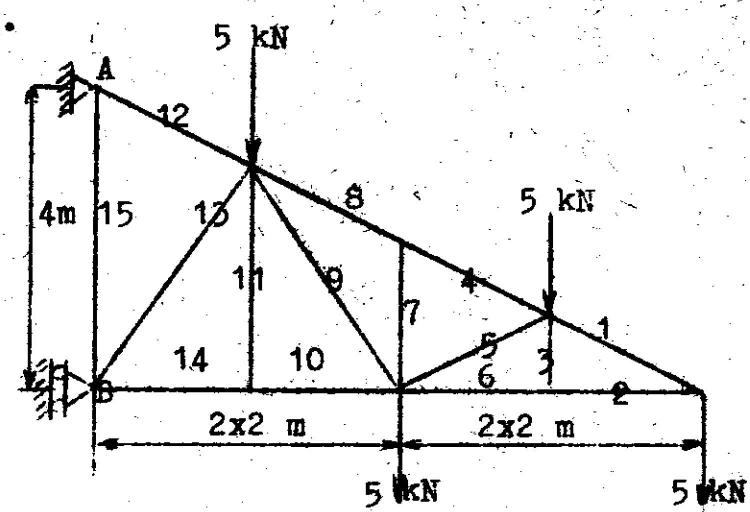
1.



2

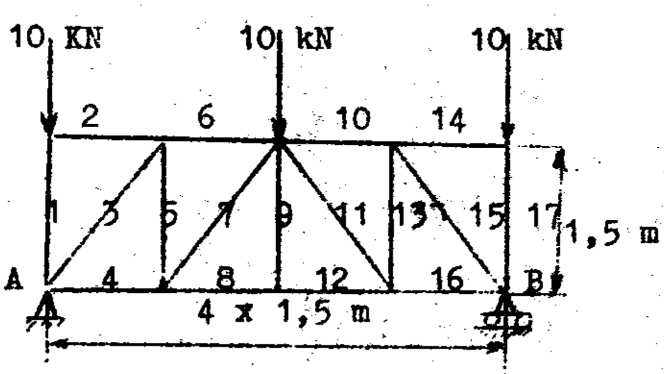


3.



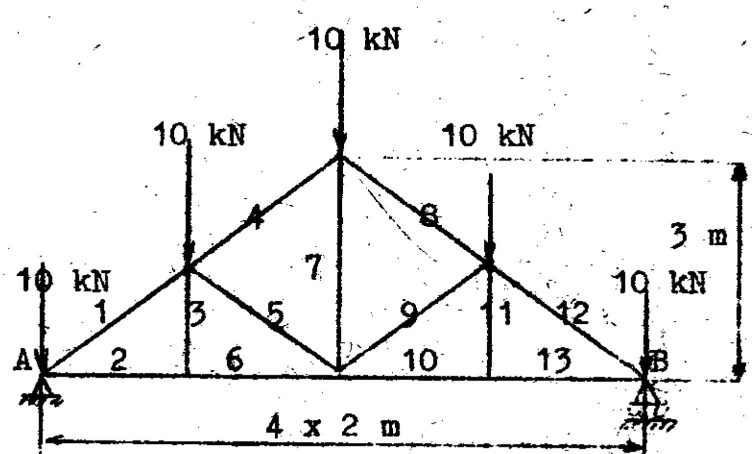
5 kN
A
12
4m
15
13
8
5 kN
11
9
4
7
5
1
14
10
6
3
B
2
2x2 m
2x2 m
5 kN
5 kN

4.



10 KN
10 kN
10 kN
2
6
10
14
1
3
5
7
9
11
13
15
17
1,5 m
A
4
8
12
16
B
4 x 1,5 m

5.



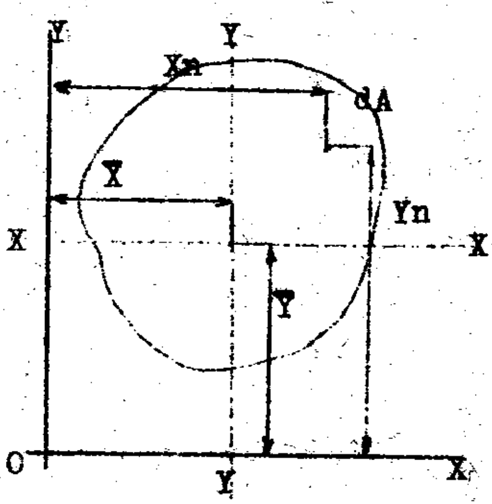
10 kN
10 kN
10 kN
4
8
3 m
7
10 kN
10 kN
1
3
5
9
11
12
A
2
6
10
13
B
4 x 2 m

BAB II

TITIK BERAT DAN MOMEN LEMBAM BIDANG

A. Titik Berat.

Titik berat adalah suatu titik tempat bekerjanya Resultante gaya berat dari suatu benda. Disini hanya akan diuraikan titik berat sebuah bidang datar. Secara matematik rumus titik berat dapat ditulis sebagai berikut, dan perhatikan gambar 2.1 :



Gambar 2.1 Analisa Titik Berat.

$$\bar{X} = \frac{\int x\, dA}{\int dA} = \frac{\sum An \cdot Xn}{\sum An}$$

atau,

$$\bar{X} = \frac{A1.X1 + A2.X2 + \ldots + An.Xn}{A1 + A2 + \ldots + An}$$

Nomor rumus diatas (2.1).

$$\bar{Y} = \frac{\int y\, dA}{\int dA} = \frac{\sum An.\ Yn}{\sum An}$$ [2)]

$$\bar{Y} = \frac{A1.Y1 + A2.Y2 + \ldots + An.Yn}{A1 + A2 + \ldots An.}$$

Nomor rumus diatas (2,2)

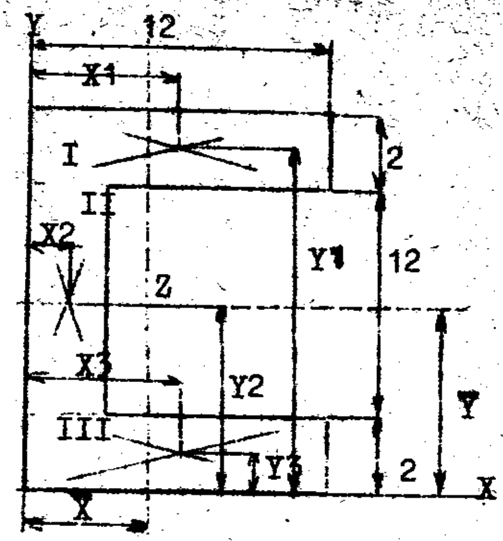
Contoh soal 1.

Sebuah bidang seperti tergambar, Tentukanlah posisi titik beratnya (satuan ukuran dalam gambar cm).

Penyelesaian:

$$\bar{X} = \frac{A1.X1 + A2.X2 + A3.X3}{A1 + A2 + A3} = \frac{24.6 + 24.1 + 24.6}{24 + 24 + 24} = \text{[illegible] cm.}$$

2) Ibid. p.152.



$$\bar{Y} = \frac{A1.Y1 + A2.Y2 + A3.Y3}{A1 + A2 + A3} =$$

$$\bar{Y} = \frac{24(15 + 8 + 1)}{24 \cdot 3} =$$

$$\bar{Y} = 8 \text{ cm.}$$

B. Momen Lembam Bidang.

Momen lembam bidang disebut juga momen kedua dari luas penampang, sedangkan momen pertama adalah momen gaya. Momen lembam bidang dapat dibagi atas 2 macam :

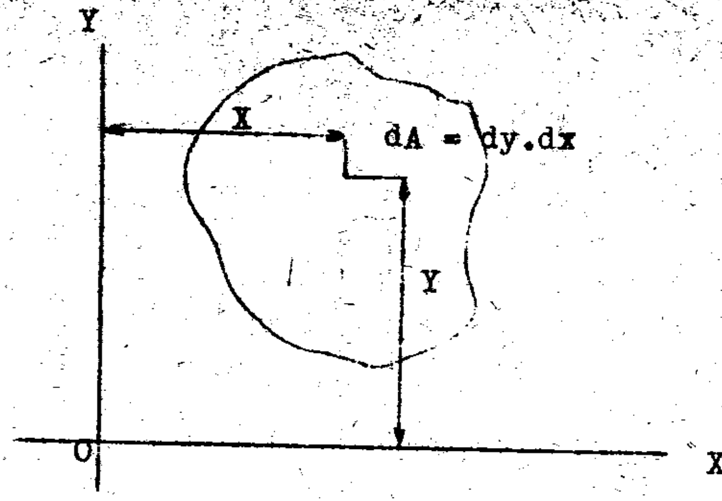
1. Momen lembam linear atau momen lembam bidang terhadap garis adalah integrasi dari elemen luas dikalikan dengan jarak berpangkat 2 terhadap sebuah garis yang bersangkutan. Defenisi ini berasal dari sebuah rumus sebagai berikut (perhatikan gambar 2.2)

$$Ix = \int Y^2 \cdot dA \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.3).$$

Analog juga didapat :

$$Iy = \int X^2 \cdot dA \text{"3)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.4).$$

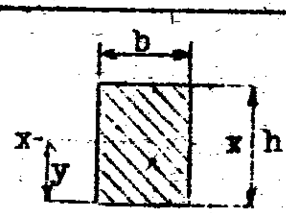
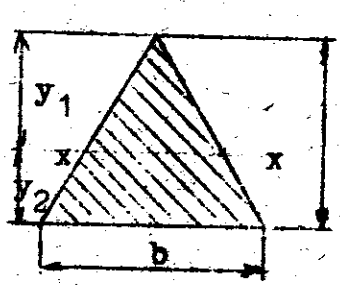
[3] J.L. Meriam; Statics and Dynamics :(New York, Santa Barbara, Choherter, Brisbane, Toronto: John Wiley and Sons; 1980), p.352.

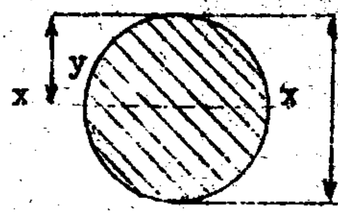
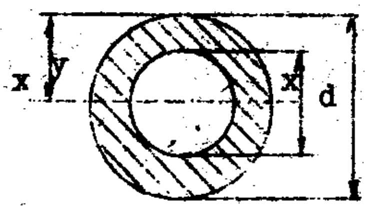


Gambar 2.2. Analisa Momen Lembam Bidang Terhadap Garis.

Setelah diselesaikan integrasinya untuk beberapa macam penampang sederhana, sehingga didapat hasil seperti tabel II dibawah ini :

TABEL II
MOMEN LEMBAM DAN TAHANAN MOMEN LINEAR

Gambar Penampang	Momen lembam linear (Ix)	Tahanan Momen(Zx
	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{bh^2}{6}$
	$\frac{bh^3}{36}$	$Zx_1 = \frac{bh^2}{24}$ $Zx_2 = \frac{bh^2}{12}$

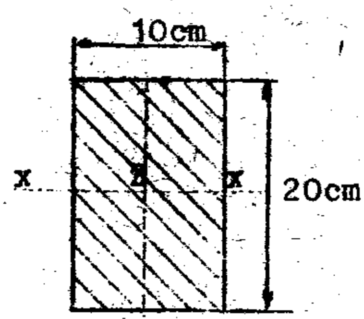
(1)	(2)	(3)
	$\frac{D^4}{64}$	$\frac{D^3}{32}$
	$\frac{(D^4-d^4)}{64}$	$\frac{(D^4-d^4)}{32}$

Contoh soal 1.

Hitunglah momenlembam linear sebuah penampang segi empat seperti tergambar dibawah ini, terhadap sumbu x (Ix) dan terhadap sumbu y (Iy).

Jawab:

Titik berat penampang tersebut adalah pada titik Z, sumbu x dan sumbu y berpotongan pada titik Z.



$Ix = \frac{bh^3}{12} = \frac{10 \cdot 20^3}{12} = 6666,67 \text{ cm}^4.$

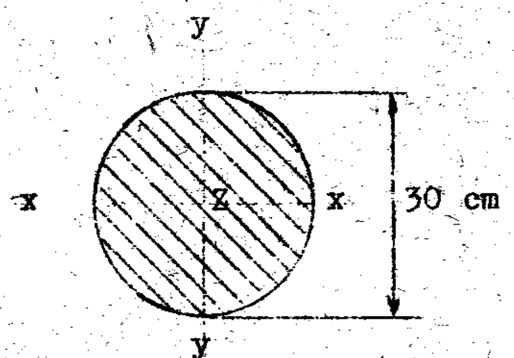
$Iy = \frac{hb^3}{12} = \frac{20 \cdot 10^3}{12} = 1666,67 \text{ cm}^4.$

Dari perhitungan didapat Ix lebih besar dari Iy, berarti penampang tersebut lebih tahan dibebani terhadap sumbu x dari pada sumbu y.

Contoh soal 2.

Sebuah penampang bulat dengan diameter 30 cm , hitunglah momen lembam linear terhadap sumbu x dan sumbu y.

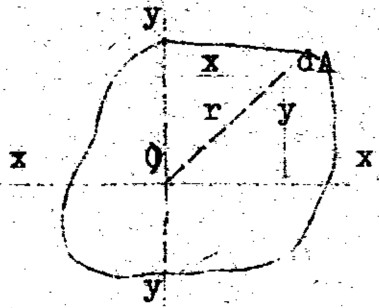
Jawab :



$$I_x = \frac{\pi D^4}{64} = \frac{3,14 .\ 30^4}{64} = 638850 \text{ cm}^4.$$

Iy = Ix karena penampangnya simetris.

2. Momen lembam polar, atau momen lembam terhadap titik adalah integrasi dari elemen luas dikalikan dengan jarak pangkat 2 terhadap titik yang bersangkutan , secara matematika dapat ditulis rumus sebagai berikut dan perhatikan gambar 2.3 :



Gambar 2.3. Analisa Momen Lembam Bidang Terhadap Titik.

"$I_p = \int r^2 . dA$", 4) . . . . (2,4)

4) J.D. Walker, Op cit. p. 156.

r = jari-jari (jarak) elemen luas terhadap titik Z.

dA = elemen luas (dx. dy).

$r^2 = x^2 + y^2$.

substitusikan kedalam persamaan 2.4, sehingga didapat,

$$Ip = \int (x^2 + y^2) \, dA.$$

$$= \int x^2 . \, dA + \int y^2 . \, dA.$$

$$Ip = Ix + Iy. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.5)$$

Contoh soal 1.

Sebuah penampang bulat dengan diameter D. Hitunglah momen lembam polar terhadap titik sumbunya.

Jawab :

Untuk menghitungmomen lembam polar dapat dilakukan dengan 2 cara :

1. Gunakan rumus Ip = Ix + I y.

$$= \frac{\pi D^4}{64} + \frac{\pi D^4}{64}$$

$$Ip = \frac{\pi D^4}{32}$$

2. Gunakan rumus $Ip = \int r^2 . \, dA$, $r = \frac{D}{2}$

$dA = 2.\pi.r. \, dr$

$$Ip = \int r^2 . \, 2.\pi. \, r^2 . \, dr$$

$$Ip = \frac{\pi D^4}{32}$$

Contoh soal 2.

Sebuah pipa dengan diameter luar D dan diame -

ter dalam d. Hitunglah momen lembam polar terhadap titik sumbunya.

Jawab :

$$Ip \text{ total} = \frac{\pi D^4}{32},$$

$$Ip \text{ lobang} = \frac{\pi d^4}{32},$$

Jadi Ip pipa = Ip total - Ip lobang.

$$= \frac{\pi D^4}{32} - \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi}{32}(D^4 - d^4)$$

C. Tahanan Momen.

Tahanan momen sering juga disebut momen penahan. Tahanan momen dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut :[5]

$$Z = \frac{I}{e} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.6)$$

dimana :

Z = Tahanan Momen.

I = Momen lembam.

e = jarak sisi terjauh dari garis atau titik.

Rumus 2.6 adalah rumus umum, yang dapat berobah menurut keadaannya. Bila kita ingin menghitung tahanan momen terhadap garis x, maka rumus menjadi :

$$Zx = \frac{Ix}{ex} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.6a).$$

Ix adalah momen lembam linear terhadap sumbu x. Sedangkan ex adalah jarak sisi terjauh dari sumbu x. Begitu juga tahanan momen terhadap sumbu y :

$$Zx = \frac{Iy}{ey} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.6b).$$

---

[5] J.D. Walker, Op cit. p. 157.

Iy adalah momen lembam linear terhadap sumbu y, dan ey jarak sisi terjauh dari garis y.

Untuk menghitung tahanan momen terhadap titik sumbu p , maka rumus menjadi :

$$Zp = \frac{Ip}{ep} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.6c),$$

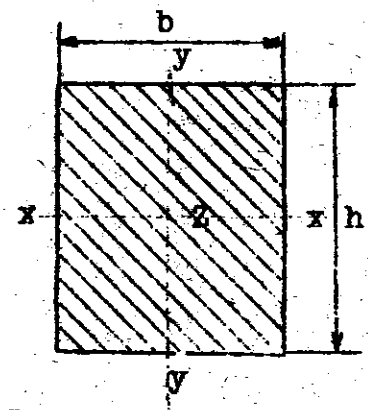
Ip adalah momen lembam polar terhadap titip P, dan ep adalah jarak sisi terjauh dari titik p.

Untuk beberapa penampang sederhana didapat tahanan momen lembam linear pada tabel II diatas .

Contoh soal 1.

Sebuah penampang segi empat dengan tinggi h = 25 cm, lebar b = 15 cm. Hitunglah tahanan momen Zx dan Zy.

Jawab :



$$Ix = \frac{bh^3}{12} = \frac{15.25^3}{12} = 19531,25 \text{ cm}^4$$

$$Zx = \frac{Ix}{ex} = \frac{19531,25}{12,5} = 1562,5 \text{ cm}^3.$$

$$Iy = \frac{hb^3}{12} = \frac{25.15^3}{12} = 40500 \text{ cm}^4.$$

$$Zy = \frac{Iy}{ey} = \frac{40500}{7,5} = 5400 \text{ cm}^3.$$

Contoh soal 2.

Sebuah pipa dengan diameter luar D = 50 mm dan diameter dalam d = 40 mm. Hitunglah tahanan momen lembam terhadap titik sumbunya.

Jawab :

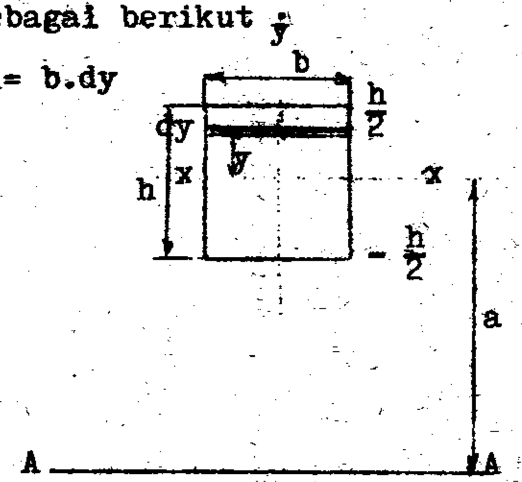
$$I_p = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32} = \frac{3{,}14(50^4 - 40^4)}{32} = 362081{,}25 \ cm^4.$$

$$Z_p = \frac{I_p}{e_p} = \frac{362081{,}25}{25} = 14483{,}25 \ cm^3.$$

D. Dalil Pergeseran.

Dalil pergeseran maksudnya menghitung momen lembam sebuah bidang terhadap sebuah garis atau sebuah titik yang tidak dilalui oleh garis sumbu atau titik sumbu bidang tersebut (perhatikan gambar 2.4), sehingga didapat rumus sebagai berikut :

dA= b.dy



Gambar 2.4 Analisa Momen lembam dengan Dalil Pergeseran.

$$I_A = \int (Y + a)^2 \, dA \quad \text{[6]} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2.7)$$

$$dA = b.\,dy.$$

Jika persamaan 2.7 dijabarkan akan didapat :

[illegible]

6) J.D. Walker, Op cit.p. 157.

$IA = bh.a^2 + \frac{bh^3}{12}$.

$IA = a^2 . A + Ix$ . . . . (2.8).

dimana :

a = jarak pergeseran sumbu.

A = luas penampang (bidang).

Ix = momen lembam terhadap garis x yang melalui titik sumbu penampang(bidang).

IA = momen lembam terhadap garis A, yang tidak melalui titik sumbu dan sejajar dengan sumbu x.

Untuk menghitung momen lembam pergeseran sebuah bidang terhadap sebuah garis yang tidak melalui titik sumbunya, dan sejajar dengan sumbu y, maka rumus 2 . 8 dapat ditulis sebagai berikut :

$IB = c^2 . A + Iy$.

dimana :

c = jarak pergeseran sumbu.

A = luas penampang bidang.

Iy = momen lembam terhadap garis y yang melalui titik sumbu bidang.

IB = momen lembam terhadap garis B yang tidak melalui titik sumbu penampang dan sejajar dengan sumbu y.

Begitu juga untuk menghitung momen lembam polar terhadap titik O, yang tidak melalui titik sumbu penampang, maka rumusnya dapat ditulis sebagai berikut :

$IO = R^2 . A + Ip$.

dimana :

R = jari-jari pergeseran titik .

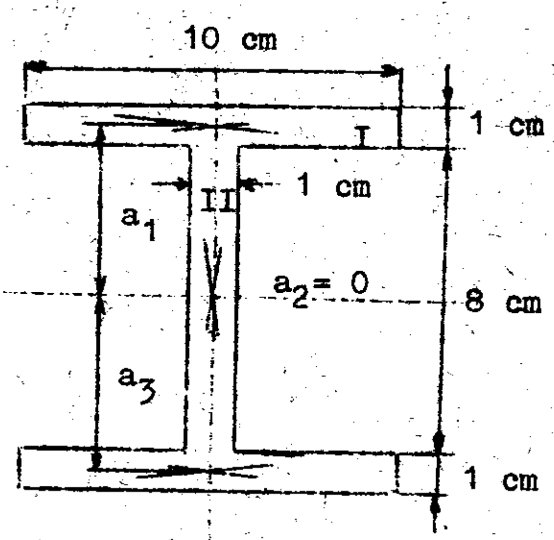
A = luas penampang.

Ip = momen lembam polar terhadap titik sumbu penampang.

Contoh soal 1.

Sebuah penampang bim terdiri dari sebuah profil I dengan ukuran seperti tergambar. Tentukanlah momen lembam linear terhadap garis x-x (Ix-x) dan terhadap garis y-y (Iy-y) serta Zx-x, dan Zy-y.

Jawab :



Momen lembam (Ix-x) dan(Iy-y).

$Ix\text{-}x = Ix_1 + Ix_2 + Ix_3$.

$$Ix_1 = \frac{b_1 h_1^3}{12} + a_1^2 \cdot A_1 , \qquad A_1 = b_1 . h_1 .$$

$$= \frac{10.1^3}{12} + (4,5)^2 \cdot 10.1 = 203,33 \text{ cm}^4 .$$

$$Ix_2 = \frac{b_2\, h_2^3}{12} + a_2^2 \cdot A_2 , \qquad A_2 = b_2 \cdot h_2 .$$

$$= \frac{1.8^3}{12} + 0 = 42,67 \text{ cm}^4 .$$

$Ix_3 = Ix_1$, karena ukuran sama dan jarak titik sambhunya ke garis x-x sama pula. Dengan demikian didapatkan :

$$Ix\text{-}x = Ix_1 + Ix_2 + Ix_3$$

$$= 203,33 + 42,67 + 203,33 = 449,33 \text{ cm}^4 .$$

$Iy\text{-}y = Iy_1 + Iy_2 + Iy_3$

Iy-y =

$$Iy\text{-}y = \frac{h_1 b_1^3}{12} + \frac{h_2 b_2^3}{12} + \frac{h_3 b_3^3}{12}$$ (karena jarak titik berat masing-masing penampang ke y-y sama dengan 0).

$$= \frac{1.10^3}{12} + \frac{8.1^3}{12} + \frac{1.10^3}{12}$$

$$= 83,335 + 0,67 + 83,335 =$$

$$I\ y\text{-}y = 167,34\ cm^4.$$

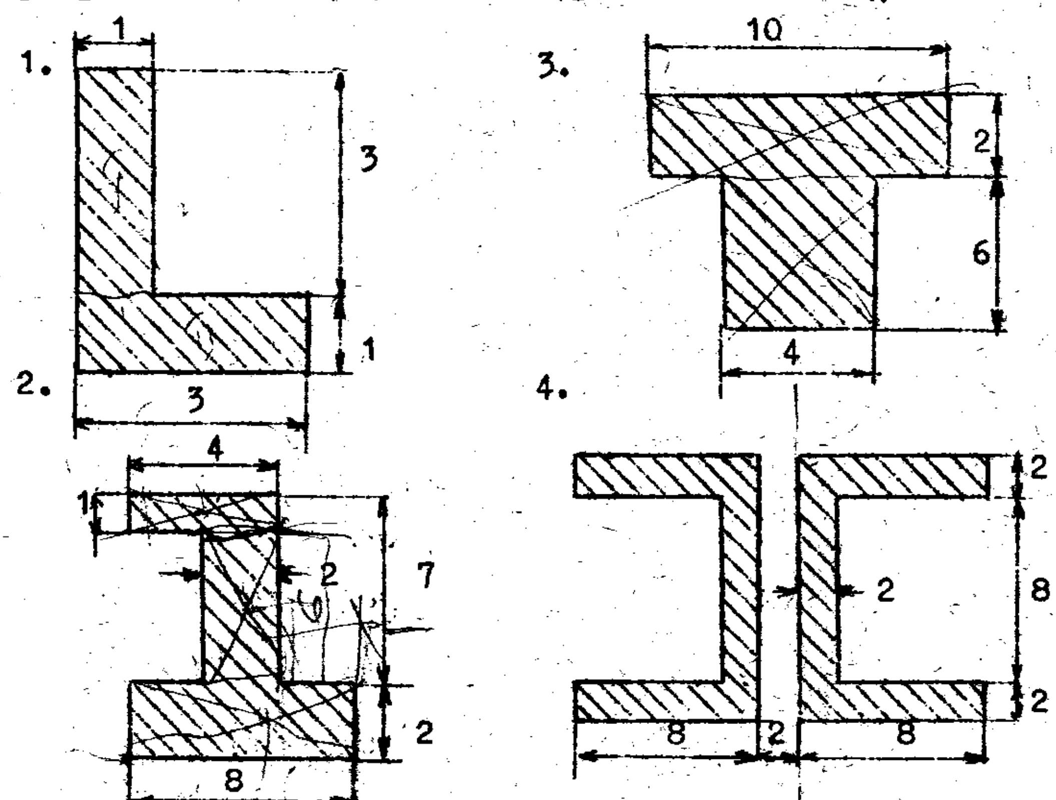
Tahanan momen terhadap garis x-x .

$$Zx\text{-}x = \frac{Ix\text{-}x}{e_{x-x}} = \frac{449,33}{5} = 89,866\ cm^3.$$

$$Zy\text{-}y = \frac{Ix\text{-}x}{e_{y-y}} = \frac{167,34}{5} = 33,468\ cm^3.$$

Soal-soal .

Tentukanlah posisi titik berat, momen lembam linear (Ix-x dan Iy-y) serta tahanan momen terhadap garis x-x dan y-y (Zx-x dan Zy-y) dari penampang- penampang berikut ini, (ukuran gambar dalam cm).:



BAB III
PEMBEBANAN

Bim atau gelagar adalah suatu kesatuan dari batang-batang yang kaku menerima pembebanan, sehingga dapat menahan bengkokan akibat muatan. Sebuah bim atau gelagar biasanya ditunjang oleh satu buah atau lebih tunpuah. Bentuk dan sifat dari titik tumpuan telah diuraikan pada bab I.

Sebuah bim dikatakan seimbang dalam keadaan diam harus memenuhi syarat-syarat kesetimbangan statis sebagai berikut :

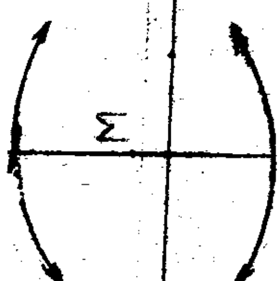
"1. $\sum M = 0$, maksudnya jumlah momen disetiap titik disepanjang batang(bim) harus sama dengan nol.

2. $\sum F_V = 0$, maksudnya jumlah gaya vertikal (gaya-gaya geser) yang bekerja pada bim harus sama dengan nol.

3. $\sum F_H = 0$, maksudnya jumlah gaya horizontal yang bekerja pada bim harus sama dengan0".[8]

Untuk mentrapkan syarat-syarat diatas kepada suatu persoalan bim atau kerangka, maka ditetapkan suatu perjanjian tanda sebagai berikut :

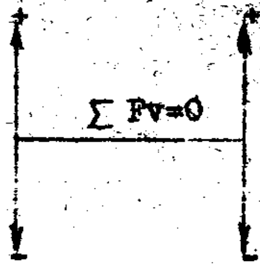
1. Untuk $\sum M = 0$.



Maksudnya, bila gaya terletak sebelah kiri atau sebelah kanan, dari titik yang ditentukan, jika diputar terhadap titik tersebut searah dengan putaran jarum jam tandanya + bila berlawanan arah dengan putaran jarum jam tandanya − (negatif).

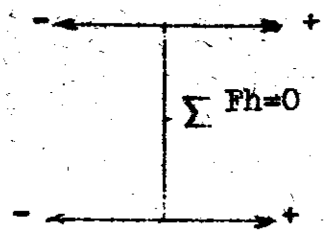
[8] J.L. Meriam, Op cit. p. 71.

2. Untuk $\Sigma Fv = 0$.



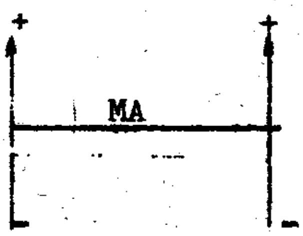
Maksudnya, bila gaya terletak sebelah kiri atau sebelahkanan dari titik yang ditentukan, bila mengarah keatas tandanya positif(+), dan mengarah kebawah tandanya negatif(-).

3. Untuk $\Sigma F_H = 0$,



Maksudnya bila gaya terletak sebelah atas atau sebelah bawah dari titik yang ditentukan mengarah kekanan tandanya positif(+). jika mengarah kekiri tandanya negatif (-).

Untuk menentukan besarnya momen yang bekerja pada sebuah titik disepanjang bim ditetapkan tanda seperti dibawah ini :



Maksudnya suatu gaya yang terletak sebelah kiri atau sebelah kanan dari titik yang ditentukan, bila mengarah keatas tandanya positif(+), dan mengarah kebawah tandanya negatif (*).

A. Pembebanan Titik.

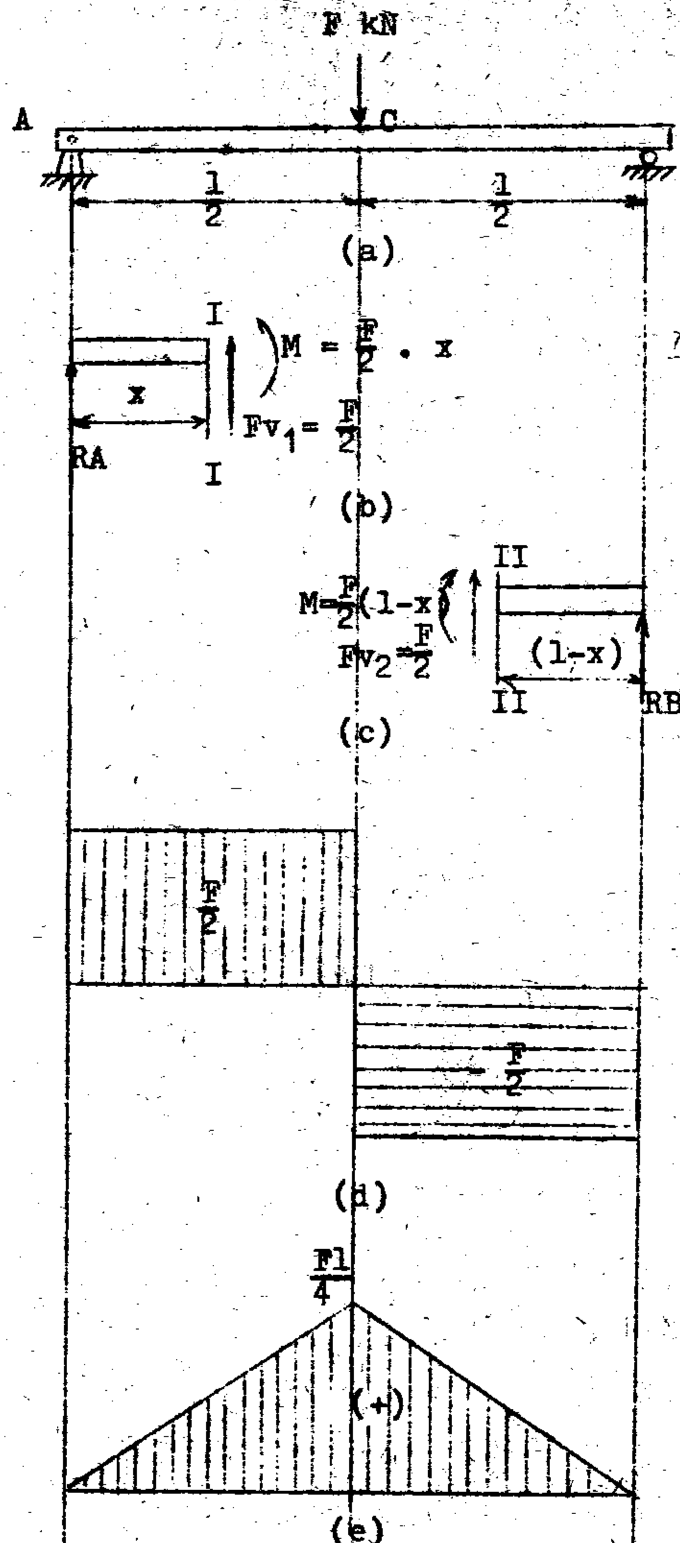
Pembebanan titik maksudnya adalah pembebanan yang bekerja terkonsentrasi kepada suatu titik.

Sebuah bim AB yang didukung oleh tumpuan A dan B. Jarak tumpuan A ke B adalah 1 m, pada titik C tepat ditengah AB bekerja gaya sebesar F KN, dengan skematika seperti gambar 3.1 debawah ini.

Penyelesaian:

Menghitung reaksi tumpuan.

Gunakah kaedah $\Sigma M = 0$ (gambar 3.1a).



Gambar 3.1. Analisa Reaksi tumpuan, gaya geser, dan momen bengkok pada beban titik.

$\sum M_A = 0$

$F \cdot \frac{1}{2} - RB \cdot 1 = 0$

$RB = \frac{F}{2}$

$\sum M_B = 0$

$- F \cdot \frac{1}{2} + RA \cdot 1 = 0$

$RA = \frac{F}{2}$

Untuk menghitung besarnya RA dapat juga digunakan kaedah $\sum F_v = 0$, bila RB sudah diketahui, caranya adalah sebagai berikut :

$RA + RB - F = 0.$

$RA = F - \frac{F}{2} = \frac{F}{2}$

Menghitung gaya geser .

Gunakan kaedah $\sum F_v = 0$, (gambar 3.1b , medan A-C).

$\sum F_v = 0.$

$RA - F_{v1} = 0.$ maka $F_{v1} = RA = \frac{F}{2}$

Perhatikan gambar 3.1c , medan C - B.

$\sum F_v = 0$.

$F_{v2} + RB = 0$, $F_{v2} = - \frac{F}{2}$.

Kemudian dilukis bidang gaya lintang seperti gambar 3.1d.

Menghitung momen bengkok.

Perhatikan potongan I-I (medan A-C).

$\sum M_A = 0.$

$- M + \frac{F}{2} \cdot x = 0.$

$M = \frac{F}{2} \cdot x.$

b). Gaya geser pada medan AC dan CB (F_{v1} dan F_{v2}).
c). Lukisan bidang gaya lintang (bidang D).
d). Momen bengkok yang bekerja pada titik A, B dan C.
e). Lukisan bidang momen bengkok (Bidang M).
f). Momen maksimum yang bekrja pada batang.(bim).

Penyelesaian :

a). $\Sigma M_A = 0$.

$$F \cdot 6 - RB \cdot 10 = 0$$

$$RB = \frac{4.16}{10} = 2,4 \text{ KN.}$$

$$\Sigma M_B = 0.$$

$$- F \cdot 4 + RA \cdot 10 = 0.$$

$$RA = \frac{4.4}{10} = 1,6 \text{ KN.}$$

b). Potongan I-I(medan AC).

$$\Sigma F_{v1} = 0.$$

$$F_{v1} = RA = 1,6 \text{ KN.}$$

Potongan II-II (medan CB).

$$\Sigma Fv = 0.$$

$$F_{v2} + RB = 0.$$

$$F_{v2} = - RB = - 2,4 \text{ KN.}$$

c). Lukisan bidang gaya lintang lihat pada gambar (d).

d). Potongan I-I(medan AC).

$$\Sigma M_A = 0 .$$

$$- M + F_{v1} \cdot x = 0 .$$

$$M = 1,6 \; x.$$

Momen bengkok pada titik A, untuk $x = 0$.

MA = 0.

Momen bengkok pada titik C , untuk $x = 6$ m, didapat

MC = 1,6.x = 1,6.6 = 9,6 KN m .

Momen bengkok pada titik A, untuk $x = 0$.

$MA = 0$.

Momen bengkok pada titik C, untuk $x = \frac{l}{2}$.

$$MC = \frac{F}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{Fl}{4} \, .$$

Perhatikan potongan II - II(medan C- B).

$$M_B = 0.$$

$$- \frac{F}{2} \cdot (l - x) + M = 0$$

$$M = \frac{F}{2} (l - x) \, .$$

Momen bengkok pada titik C, untuk $x = \frac{l}{2}$, jadi :

$$MC = \frac{F}{2} (l - \frac{l}{2}) = \frac{Fl}{4} \, .$$

Dari 2 perhitungan ini dapat disimpulkan bahwa momen bengkok pada suatu titik dihitung dari sebelah kiri (medan A-C), akan sama hasilnya jika dihitung dari sebelah kanan (medan C-B).

Momen bengkok pada titik B , untuk $x = l$, maka

$$MB = \frac{F}{2} (l - l) = 0.$$

Dari perhitungan MA dan MB, didapat hasil keduanya sama dengan nol. Disini dapat disimpulkan bahwa " Momen bengkok yang bekerja pada ujung batang selalu sama dengan 0 kecuali ujung batang tersebut tumpuan jepit. Titik A dan titik B bukan tumpuan jepit.

Kemudian dilukis bidang momen bengkok, seperti 3.1e. Momen bengkok maksimum yang bekerja pada bim A - B terdapat pada titik $C = \frac{Fl}{4}$.

Contoh soal .

Sebuah bim sepeerti tergambar terletak pada 2 buah titik tunjang engsel dan rol. Jarak kedua t. tunjangan 10 m . Sepanjang 6 m dari titik A bekerja gaya F sebesar 4 KN, yaitu dititik C, Tentukanlah :

a). Reaksi tumpuan A dan B (RA dan RB).

Potongan II-II(medan CB).

$M_B = 0$.

$F_{v2}(10 - x) + M = 0$

$M = 2,4(10-x)$.

Momen bengkok pada titik B, untuk $x = 10$ m, didapat:

$MB = 2,4(10 - 10) = 0$.

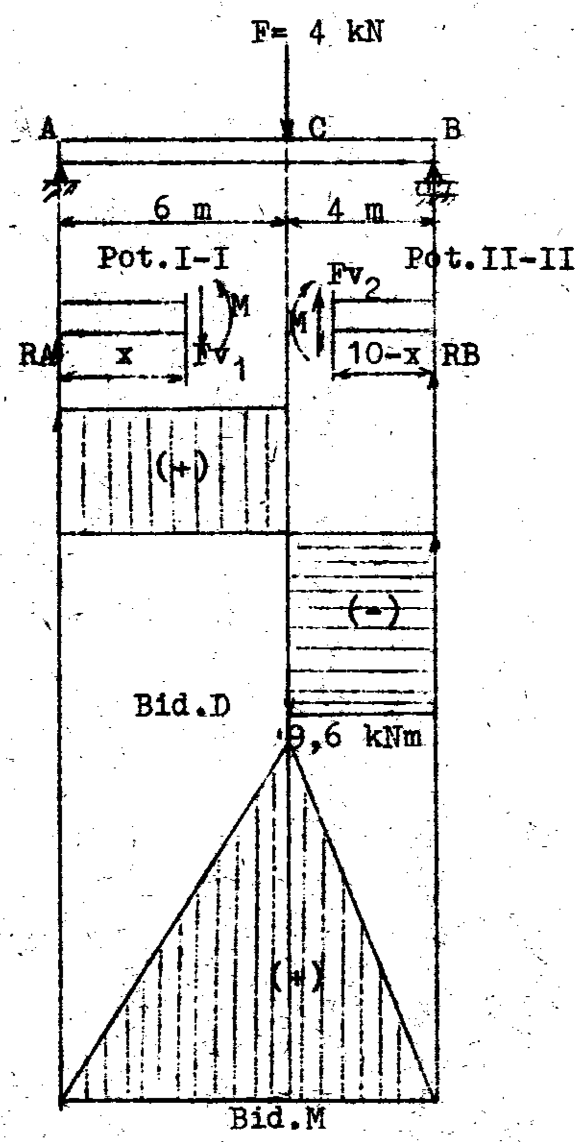
e). Lukisam bidang momen bengkok seperti gambar (e).

f). Momen maksimum terdapat pada titik C = 9,6 KN m.

Skala jarak 2 m = 1 cm .

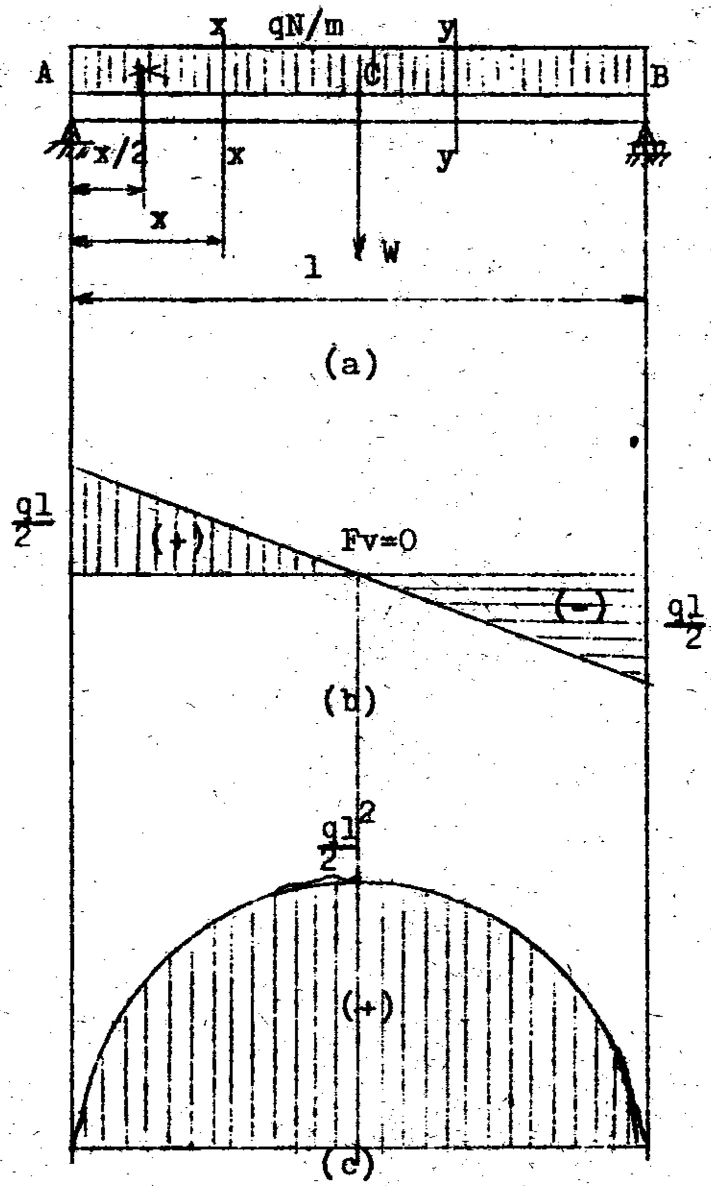
Skala gaya 1KN = 1 cm .

Skala momen 2 Kn m = 1 cm.



B. Pembebanan Terbagi Merata.

Pembebanan terbagi merata maksudnya, beban yang bekerja sama rata (sama besar) disetiap titik disepanjang batang. Untuk menyelesaikan perhitungan terbagi merata, ikutilah uraian berikut ini, serta perhatikan gambar 3.2.



Gambar 3.2. Analisa Reaksi Tumpuan, Gaya Geser dan Momen - Bengkok Pada Pembebanan Terbagi Merata.

Perhitungan:

Berat beban tiap satuan panjang adalah q N/m. Tantu seluruh balok AB adalah q . l.

Reaksi tumpuan :

$\Sigma M_A = 0.$

$+ W . \frac{l}{2} - RB . l = 0 ; \qquad RB = \frac{W}{2} .$

$\Sigma M_B = 0.$

$- W . \frac{l}{2} + RA . l = 0 ; \qquad RA = \frac{W}{2} .$

Untuk menghitung gaya geser pada potongan x-x(medan A-C), dapat digunakan kaedah sebagai berikut :

$\Sigma F_v = 0.$

$RA - q. x - F_{v1} = 0; \qquad F_{v1} = RA - q. x.$

Gaya geser pada titik A, untuk x = 0, adalah ;F_{v1} = RA.
Gaya geser pada titik C, untuk x = $\frac{l}{2}$ adalah ;

$F_{v1} = \frac{W}{2} - q . \frac{l}{2}$

$F_{v1} = 0.$

Untuk menghitung gaya geser pada potongan y - y (medan C-B), dapat digunakan kaedah sebagai berikut :

$\Sigma F_{v1} = 0.$

$F_{v2} + RB - q(l-x) = 0, \qquad F_{v2} = - \frac{W}{2} + q (l-x)$

Gaya geser pada titik C, untuk x = $\frac{l}{2}$,

$F_{v2} = - \frac{W}{2} + q (l - \frac{l}{2}).$

$F_{v2} = 0.$

Gaya geser pada titik B, untuk x = l .

$F_{v2} = - \frac{ql}{2} + q(l - l), \qquad F_{v2} = - \frac{ql}{2}$

Kemudian lukiskan bidang gaya lintang, seperti . gambar

Untuk menghitung besarnya momen bengkok yang bekerja pada titik sembarangan dapat dihitung sebagai berikut :

$Mx = RA \cdot x - q \cdot x \cdot \frac{x}{2}$.

Besarnya momen bengkok yang bekerja pada titik A, untuk $x = 0$, didapat

$MA = RA \cdot 0 - q \cdot 0 = 0$.

Momen bengkok yang bekerja pada titik C, untuk $x = \frac{l}{2}$., didapat

$MC = \frac{ql}{2} \cdot \frac{l}{2} - \frac{q}{2} (\frac{l}{2})^2$

$MC = \frac{ql^2}{8}$ (momen maksimum).

Momen bengkok pasa titik B, untuk $x = l$, didapat $MB = 0$.

Dari perhitungan gaya geser dan momen bengkok diatas dapat disimpulkan bahwa, " Momen bengkok maksimum terdapat pada titik $F_v = 0$, yaitu pada titik C dengan jarak ½l dari titik A ".

Contoh soal .

Sebuah batang AB dibebani dengan beban terbagi merata seperti tergambar : Tentukanlah :

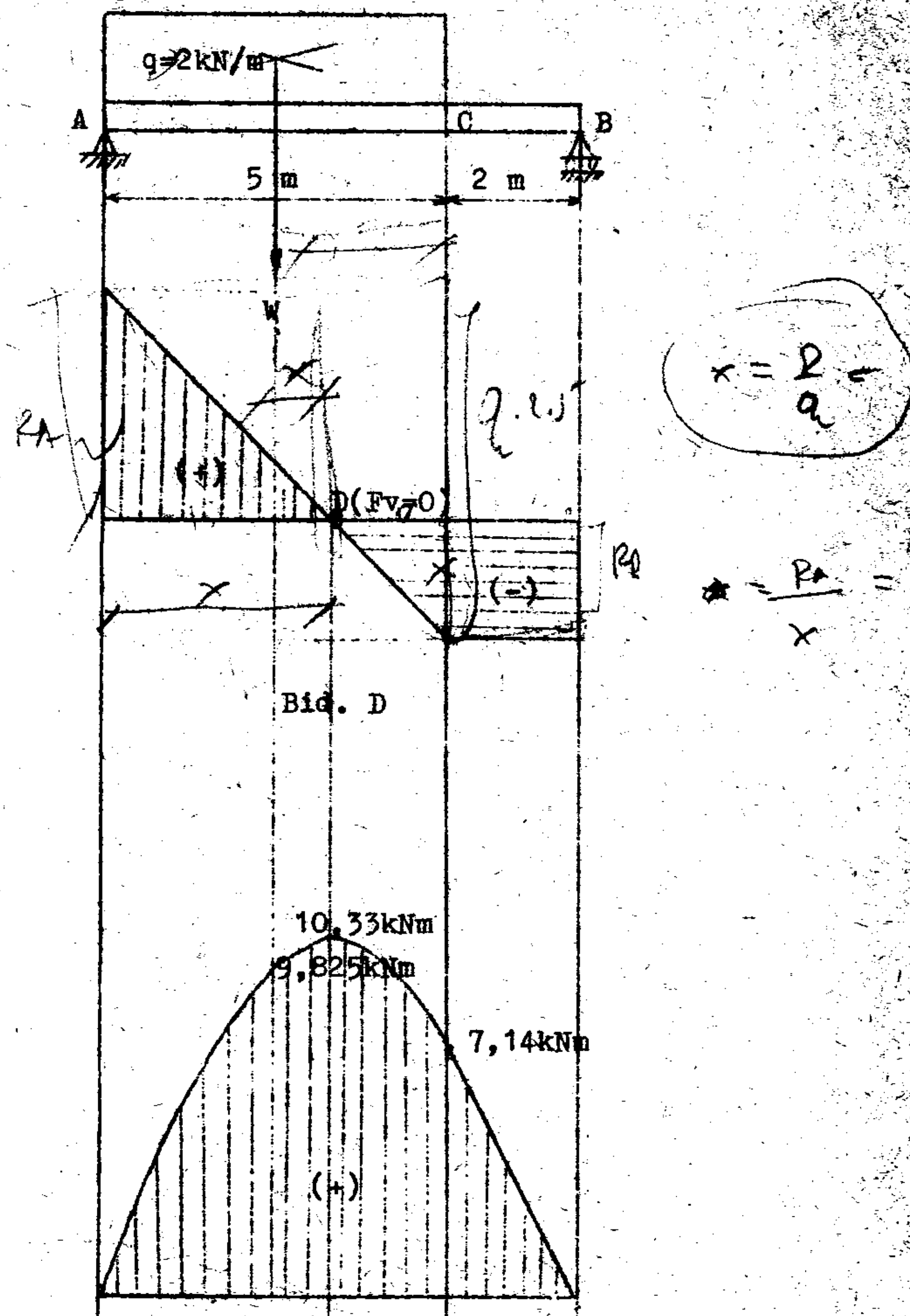
1. Reaksi tumpuan(RA dan RB).
2. Gaya geser pada medan AC dan CB.
3. Lukisan bidang gaya lintang.
4. Momen bengkok pada titik A, B dan C serta momen bengkok maksimum.
5. lukisan bidang momen bengkok.

Penyelesaian :

Skala jarak 1 m = 1 cm.

Skala gaya 2 Kn = 1 cm.

Skala momen 2 KN m = 1 cm.



Bid. D

Bid. M.

$\Sigma M_A = 0.$

$W. 2,5 - 7. RB = 0.$

$RB = \frac{5.2.2,5}{7} = 3,57$ KN.

$\Sigma M_B = 0.$

$W. 4,5 + RA . 7 = 0.$

$RA = \frac{2.5.4,5}{7} = 6,43$ KN.

Gaya geser pada potongan I - I (medan A - C).

$\Sigma F_v = 0$.

$RA - qx - F_{v1} = 0.$

$F_{v1} = RA - qx.$

Gaya geser pada titik A , untuk x = 0, didapat ;

$F_{v1} = RA = 6,43$ KN.

Gaya geser untuk x = 1, didapat ;

$F_{v1} = 6,43 - 2.1 = 4,43$ KN.

Gaya geser pada potongan II - II (medan C - B).

$\Sigma F_v = 0.$

$F_{v2} + RB = 0.$

$F_{v2} = - RB = 3,57$ KN.

Kemudian lukiskan bidang gaya lintangnya.

Pada lukisan bidang gaya lintang terdapat garis F_v memotong garis nol pada suatu titik. Berarti pada titik tersebut F_v = 0. Dengan demikian jarak titik potong tersebut dari titik A dapat dicari dengan persamaan berikut,

$F_{v1} = RA - qx.$

$0 = 6,43 - 2.x.$

$x = \frac{6,43}{2} = 3,215$ m.

Berarti jarak titik potong tersebut dari titik A adalah 3,215 m. Juga bila $F_v = 0$, maka momen bengkok maksimum bekerja pada titik tersebut.

Momen bengkok.

MA = 0, MB = 0 .

Momen bengkok pada medan A - C.

$$Mx = RA \cdot x - \frac{qx^2}{2} .$$

Untuk x = 2,5 m, didapat ;

$$Mx = 6{,}43 \cdot 2{,}5 - \frac{2(2{,}5)^2}{2} = 9{,}825 \text{ KN m.}$$

Pada titik D untuk x = 3,215 m, didapat ;

$$MD = 6{,}43 \cdot 3{,}215 - \frac{2\,(\,3{,}215\,)^2}{2} = 10{,}33 \text{ KN m.}$$

Momen bengkok pada medan C - B .

MC = RB . 2 = 3,57 . 2 = 7,14KN m.

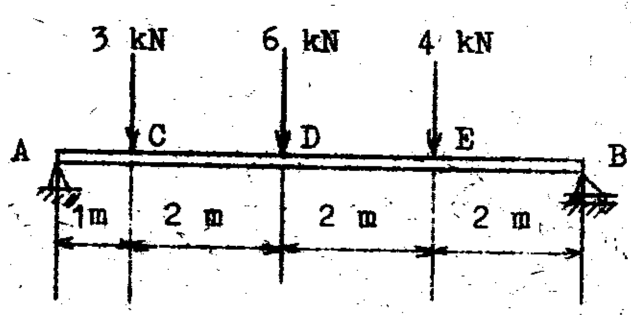
Kemudian lukiskan bidang momen bengkoknya, Momen bengkok maksimum terdapat pada titik D sebesar 10,33 KN m.

Soal-soal latihan.

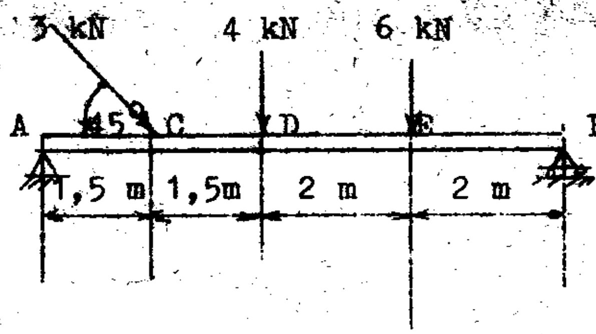
Dari gambar berikut ini tentukanlah :

a. Reaksi tumpuan (RA dan RB).
b. lukisan bidang gaya lintang (bidang D).
c. Momen bengkok pada titik tertentu.
d. Lukisan bidang momen bengkok.
e. Momen maksimum.

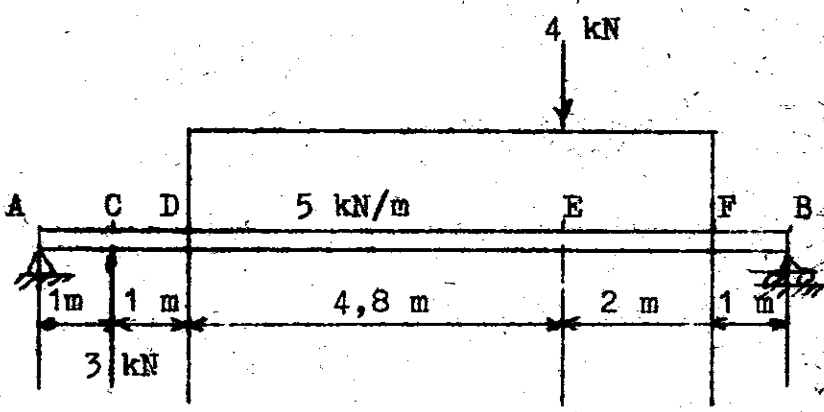
1.



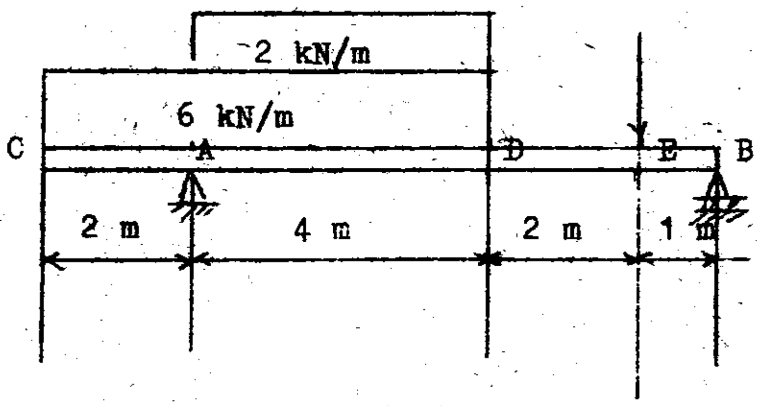
2.


3 kN
4 kN
6 kN
A
45°
C
D
E
B
1,5 m
1,5m
2 m
2 m

3.


4 kN
A
C
D
5 kN/m
E
F
B
1m
1 m
4,8 m
2 m
1 m
3 kN

4.


2 kN/m
6 kN/m
C
A
D
E
B
2 m
4 m
2 m
1 m

DAFTAR PUSTAKA

D. H. Bacon and R. C. Stephens; Mechanical Tecnology; London: Boston Newns - Butterworths ; 1977.

J. W. Walker; Applied Mechanics; London, Sydney, Auchland, Toronto : Hadder and Staughlan ; 1978.

J. Hannah and M. J. Hiller; Mechanical Engineering Science : Pitman Publishing ; 1970.

J. L. Meriam; Statics and Dynamics : New York, Santa Barbara, Chcherter, Brisbane Toronto: John Wiley and Sons ; 1980.

J. M. Shah and H. M. Jadvani : Theory of Mechanics: Delhi and Jullundur: Publishing by J. C. Kapur BA; 1978.

J. G. C. Hofsteede, P, J, Kramer dan Soemargono: Ilmu Mekanika Teknik A: Jakarta : Pradnya Paramita; 1976.