PENGANTAR PROBABILITI =
TEORI DAN APLIKASI

Oleh

Drs. Akhirmen

JURUSAN PENDIDIKAN DUNIA USAHA

FAKULTAS PENDIDIKAN ILMU PENGETAHUAN SOSIAL
INSTITUT KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
P A D A N G
1 9 9 1

KATA PENGANTAR

Telah banyak buku yang membahas tentang Probabiliti di dalam buku-buku Statistik, baik yang diterbitkan dalam bahasa Indonesia maupun dalam bahasa Inggris (bahasa asing). Namun demikian masih perlu kiranya ditambah literatur yang membahas khusus tentang Probabiliti agar dapat lebih membantu semua pihak yang membutuhkan informasi tentang hal tersebut. Sehubungan dengan itulah penulis berikhtiar untuk menulis sebuah buku tentang Probabiliti. Syukur Alhamdulillah ikhtiar tersebut sudah dapat diujudkan menjadi sebuah buku yang diberi judul:

PENGANTAR PROBABILITI:

TEORI DAN APLIKASI

Dengan selesainya penulisan buku ini, penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak, khususnya kepada Bapak DR.H.Azinar Sayuti,MA yang telah memberikan bimbingan dan dorongan sehingga buku ini dapat diselesaikan. Dengan harapan semoga buku kecil ini dapat memberi manfaat dalam membantu perkembangan ilmu pengetahuan, pendidikan, dunia usaha dan profesi di bidang statistik.

Sudah barang tentu buku ini masih banyak kekurangannya. Sehingga penulis selalu menanti saran perbaikan dari para pemakai buku ini, agar dapat lebih disempurnakan. Untuk itu penulis ucapkan terima kasih.

Padang, 1 Nopember 1991
Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I

PENDAHULUAN

Kita sebagai manusia tidak dapat mengetahui dengan pasti tentang terjadinya suatu peristiwa (event), apalagi kalau peristiwa itu terjadi pada masa yang akan datang.

Dalam kehidupan sehari-hari kita sering mendengar orang lain berkata, bahwa mungkinkah kesebelasan A menang melawan kesebelasan B dalam suatu pertandingan sepak bola, mungkinkah saya akan lulus dalam tes pengangkatan pegawai negeri, mungkinkah terjadi peningkatan penjualan barang "X" pada dua bulan yang akan datang dan sebagainya.

Dalam statistik disediakan suatu teori untuk mengetahui tingkat (degree) terjadinya suatu peristiwa, yang disebut dengan Teori Probabiliti. Dengan adanya Teori Probabiliti ini akan memungkinkan manusia menentukan dugaan terjadi tidaknya suatu peristiwa secara lebih rasional.

Besar kecilnya kemungkinan terjadinya peristiwa ini dipergunakan untuk dasar pembuatan keputusan.

Teori probabiliti merupakan dasar untuk memahami Statistik Induktif, karena kesimpulan tentang populasi kadang-kadang diambil berdasarkan sampel dalam jumlah yang terbatas.

Pembahasan dalam buku ini dikelompokan dalam lima Bab. Bab pertama adalah Pendahuluan.

Bab kedua tentang Teori Probabiliti yang membicarakan Pengertian, Hubungan Pendekatan Klasik dan Empiris, Ruang Sampel, Macam-macam Peristiwa dan Rumus Dasar Probabiliti, Marginal Probabiliti, Menentukan Hubungan antara Dua Variabel dan Teorema Bayes.

Dalam membahas Distribusi Binomial diperlukan pengetahuan tentang Kombinasi dan Permutasi, ini disajikan pada Bab tiga.

Pada Bab empat dibahas Distribusi Teoritis, yang memungkinkan para pembuat keputusan memperoleh dasar-dasar logika yang kuat dalam mengambil suatu keputusan dan sangat berguna untuk dasar pembuatan ramalan-ramalan berdasarkan informasi yang terbatas atau pertimbangan-pertimbangan yang teoritis. Pembahasan Bab empat ini khusus untuk variabel random diskrit. Bab empat ini membicarakan tentang Pengertian, Distribusi Binomial, Rata-Rata dan Deviasi Standar Distribusi Binomial, Distribusi Multinomial, Distribusi Poisson dan Distribusi Hipergeometrik.

Bab terakhir membahas Distribusi Normal, yang merupakan distribusi probabiliti teoritis untuk variabel random kontiniu. Pembicaraan dalam Bab ke lima ini adalah tentang Pengertian, Ciri-ciri Kurva Normal, Distribusi Normal Standar dan Pendekatan Kurva Normal untuk Distribusi Binomial.

Setiap akhir Bab disajikan pula soal-soal yang berkaitan dengan materi yang disajikan dalam Bab tersebut.

BAB II

TEORI PROBABILITI

A. PENGERTIAN

Istilah probabiliti berasal dari bahasa Inggris yang artinya kalau diterjemahkan ke dalam bahasa Indonesia adalah Kemungkinan atau Peluang atau Kesempatan atau Kebolehjadian, ini tergantung kepada pengarang yang akan memakainya.

Kata kemungkinan ini sering dipakai dalam kehidupan sehari-hari. Misalnya mungkinkah hari akan hujan nanti malam?, mungkinkah suatu restouran banyak pengunjungnya?, mungkinkah anda menjadi orang kaya kelak?, mungkinkah kita bisa hidup sampai umur 60 tahun?, mungkinkah anda pada besok pagi jam 08.00 akan menerima kedatangan teman lama? dan berbagai kemungkinan yang selalu menyertai kehidupan kita, yang merupakan ciri khas mahkluk manusia normal.

Masalah sekarang adalah sejauh manakah kemungkinan-kemungkinan itu akan menjadi kenyataan?. Yakinkah anda bahwa kemungkinan yang salalu membututi anda selama ini akan menjadi kenyataan 100% atau dengan kata lain bahwa segala kemungkinan yang membututi anda akan terjadi dengan pasti?. Hanya Allah SWT yang dapat mengetahui segala kepastian yang anda pertanyakan itu. Sedangkan kita sebagai manusia hanya sekedar diberi "harapan" dan harapan itu mempunyai kadar/tingkatan. Berapa persenkah kemungkinan satu peristiwa akan menjadi kenyataan?.

Dalam Statistika disediakan suatu teori untuk mengetahui kadar kemungkinan itu yang disebut dengan Teori Probabiliti. Dengan teori probabiliti memberikan cara pengukuran kuantitatif tentang tingkat kepastian terjadinya suatu peristiwa (Anto Dajan: 1984, hal 67).

Sebagaimana dikemukakan di atas bahwa kemungkinan terjadinya suatu peristiwa (event) mempunyai tingkatan atau kadar, besar kecilnya kemungkinan itu sering dipergunakan untuk dasar pembuatan keputusan.Misalnya kemungkinan besar akan turun hujan dan banjir maka seseorang memutuskan tidak masuk kantor, kemungkinan besar penjualan akan meningkat maka perusahaan akan menambah produksi barang, kemungkinan besar perusahaan akan mengalami kerugian maka tenaga kerja yang melamar tidak diterima lagi.

Perkembangan teori probabiliti dimulai sejak abad ketujuh belas yang lalu. Orang-orang yang mempunyai andil dalam perkembangan teori probabiliti antara lain adalah para matematikawan Perancis bernama Blaise Pascal (1623-1662) dan Pierre Fermat (1601-1665). Mereka menjabarkan probabiliti secara tepat mengenai permainan judi yang bersangkutan dengan dadu.Selanjutnya berturut-turut muncul berbagai karya ilmiah dari Huygens (1657), J.Bernaulli (1713), De Moivre (1718) serta Bayes (1764). Karya mereka dalam perhitungan probabiliti berhubungan dengan teori permutasi dan kombinasi dari berbagai macam permainan dadu dan permainan kartu. Perlu diketahui pula bahwasanya probabiliti secara numerik mengenai berbagai macam dadu itu sebelumnya telah dihitung pula oleh Girolamo Cardono (1501 - 1576) dan oleh Galileo Galilei (1564 - 1642).

Dewasa ini, teori probabiliti menjadi salah satu alat dari Statistika Induktif, sehingga sulit kalau membicarakan statistika induktif tanpa memahami arti probabiliti. Pengetahuan mengenai teori probabiliti dapat memberikan interprestasi terhadap hasil yang diperoleh dalam statistika, karena banyak prosedur statistika yang menghasilkan kesimpulan-kesimpulan yang diambil dari sampel-sampel yang selalu dipengaruhi oleh variasi acak (random). Dengan bantuan teori probabiliti variasi acak tersebut dapat ditentukan secara numerik dalam menghasilkan kesimpulan-kesimpulan statistika. Teori probabiliti itu juga merupakan alat penting dalam bidang rekayasa, sains, obat-obatan, meteorologi, fotografi yang berasal dari kapal ruang angkasa, marketing, ramalan gempa bumi dan tingka laku manusia.

Ada tiga pendekatan mengenai pengertian probabiliti yaitu (1) Pendekatan klasik atau a priori, (2) Pendekatan empiris dan (3)Pendekatan subjektif (Djarwanto PS: 1985, hal 2). Berikut akan diuraikan satu persatu:

1. Pendekatan Klasik atau a priori.

Konsep dasar pendekatan klasik dari probabiliti adalah setiap peristiwa yang bakal terjadi dari suatu

eksperimen mempunyai kesempatan yang sama untuk terjadi (equally likely outcomes).

CONTOH II.1: Jika kita melambung sebuah mata uang logam satu kali, mata uang logam tersebut mempunyai dua permukaan yang simetris (kita namakan permukaan A dan permukaan B), munculnya kedua permukaan itu mempunyai kemungkinan yang sama. Kita mengatakan probabiliti terjadinya A adalah 1/2 dan probabiliti terjadinya B juga 1/2 atau dengan cara yang lebih singkat kita nyatakan:

$$P(A) = 0{,}50$$
$$P(B) = 0{,}50$$

CONTOH II.2: Jika kita melambung sebuah dadu satu kali, yang mana dadu tersebut mempunyai 6 sisi yang sama besarnya maka kita dapat mengatakan bahwa probabiliti keluarnya setiap mata dadu adalah 1/6 atau:

$$P(1) = 1/6 \qquad P(4) = 1/6$$
$$P(2) = 1/6 \qquad P(5) = 1/6$$
$$P(3) = 1/6 \qquad P(6) = 1/6$$

CONTOH II.3: Sebuah kantong berisi 3 buah bola putih dan 7 buah bola kuning, kalau secara sembarangan diambil sebuah bola dari dalam kantong itu, maka probabiliti untuk mendapatkan bola putih sebesar 0,30 (30%) dan untuk mendapatkan bola kuning sebesar 0,70 (70%).

Contoh-contoh di atas dapat diperbanyak dengan mudah dari peristiwa-peristiwa yang kita alami dalam kehidupan sehari-hari. Dan dari contoh-contoh itu dapat penulis kemukakan pengertian probabiliti menurut pendekatan klasik yaitu probabiliti adalah kemungkinan terjadinya suatu peristiwa di antara keseluruhan peristiwa yang bisa terjadi. Peristiwa disini adalah bersifat saling lepas <u>(Mutually Exclusive)</u> dan memiliki kesempatan yang sama untuk terjadi.

$$\text{Rumus: } \boxed{P(A) = \frac{X}{N}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{II.1}$$

dimana:

P(A) = Probabiliti peristiwa A
X = Peristiwa yang diinginkan terjadi
N = Jumlah keseluruhan peristiwa

kalau kita menginginkan terjadi bukan peristiwa A, maka probabiliti bukan peristiwa A adalah:

$$\text{Rumus: } \boxed{P(\bar{A}) = 1 - P(A)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{II.2}$$

$$P(\bar{A}) = \frac{N - X}{N} = \frac{N}{N} - \frac{X}{N} = 1 - \frac{X}{N}$$

$$\text{kalau } X = 0;\ P(A) = \frac{0}{N} = 0$$

$$\text{kalau } X = 1;\ P(A) = \frac{N}{N} = 1$$

$$\text{Jadi } 0 \leq P(A) \leq 1$$

oleh karena itu nilai suatu kemungkinan maksimum 1 (100%) dan minimum 0 (0%),

Suatu peristiwa yang nilai kemungkinannya sama dengan 0 (nol) disebut dengan peristiwa yang mustahil terjadi. Misalnya kemungkinan terjadinya pena dari sebatang rokok, munculnya dadu bermata 7, laki-laki melahirkan, manusia dapat hidup selama-lamanya, Tupai tidak pandai melompat, satu minggu delapan hari, manusia durhaka pada orang tuanya masuk sorga dan sebagainya.

Sebaliknya peristiwa yang nilai kemungkinannya sama dengan satu, maka disebut dengan peristiwa yang pasti terjadi. Misalnya kemungkinan semua makhluk hidup di dunia ini akan mati, ayam bertina akan bertelur, mata hari terbit sebelah timur, kuda cepat larinya dari kerbau, orang buta tidak dapat melihat, setelah makan pasti tidak lapar, mata dadu terdiri dari enam sisi, mata uang logam terdiri dari dua sisi dan sebagainya.

<u>CONTOH II.4</u>: Seorang manejer koperasi mengatakan bahwa dari 500 orang anggotanya, ada 100 orang yang tidak puas dengan layanan koperasi. Pada suatu hari kita bertemu dengan anggota koperasi tersebut. Berapakah probabiliti bahwa anggota yang bertemu itu tidak puas dengan layanan koperasi?.

Jawab: Diket : N = 500

X = 100 A = Anggota yang tidak puas

maka

$$P(A) = \frac{X}{N}$$

$$P(A) = \frac{100}{500} = 0{,}20 \text{ atau } 20\%.$$

Perhitungan probabiliti dengan pendekatan klasik yang dibahas di atas harus diketahui lebih dahulu peristiwa secara keseluruhan, yang dalam prakteknya sulit dilaksanakan.

2. <u>Pendekatan Empiris</u>

Ada banyak peristiwa yang probabilitinya tidak dapat diukur/ditaksir dengan cara klasik, karena kita tidak dapat menentukan peristiwa-peristiwa elementer yang kemungkinan terjadinya.Berapa probabiliti seseorang akan mengenai botol yang akan ditembaknya dari jarak tertentu, tidak dapat kita tentukan sebelum dilakukan percobaan berulang-ulang. Jika dari 300 kali menembak botol, 160 kali yang mengenai sasaran, maka saat itu kita tafsirkan bahwa probabiliti mengenai botol atau P(X): adalah 160/300, atau dengan kalimat probabiliti mengenai botol (X) adalah banyak botol yang kena tembak (fi) dibandingkan dengan jumlah botol (N). Secara singkat dapat ditulis:

$$P(X) = \frac{fi}{N} = \frac{160}{300} = 16/30 \quad \text{atau } 0{,}5333$$

Tetapi nilai taksiran P(X) yang lebih banyak tentulah jika N adalah besar, sehingga pengertian probabiliti menurut pendekatan empiris ini adalah suatu bilangan relatif/perbandingan/persentase yang menyatakan besarnya kemungkinan terjadinya suatu peristiwa yang sifatnya jangka panjang. Jika peristiwa itu disebut peristiwa X, maka probabiliti terjadinya peristiwa X dinyatakan P(X).

Rumus: $$\boxed{P(X) = \lim_{N \to \infty} fi/N} \quad \text{.....................II.3}$$

dimana

P(X) = Probabiliti peristiwa X

fi = frekuensi peristiwa yang diinginkan terjadi

N = Jumlah keseluruhan peristiwa

maksud dari rumus II.3 di atas adalah bahwa probabiliti suatu peristiwa merupakan limit dari frekuensi relatif.

Probabiliti yang diperoleh taksirannya dengan cara melakukan lebih dahulu percobaan-percobaan atau menggunakan hasil percobaan masa lalu disebut dengan pendekatan empiris atau probabiliti statistik.

Untuk lebih jelasnya pemakaian rumus II.3 perhatikan tabel berikut.

Peristiwa (X)	Frekuensi	Frekuensi Relatif
X_1	f_1	f_1/n
X_2	f_2	f_2/n
.	.	.
.	.	.
.	.	.
X_t	f_t	f_t/n
Jumlah	$f_i = n$	$f_i / n = 1$

<u>CONTOH II.5</u>: Dalam Tabel di bawah ini adalah Nilai mata kuliah Statistika I dari 100 orang mahasiswa Jurusan PDU pada semester Juli-Desember 1990.

Nilai Statistika I	Jumlah Mahasiswa
A	10
B	25
C	40
D	20
E	5
	100

Tentukanlah probabiliti mahasiswa yang memperoleh nilai A dan nilai C !

Nilai (X)	Frekuensi	Frekuensi Relatif
A	10	10/100
B	25	25/100
C	40	40/100
D	20	20/100
E	5	5/100
Jumlah	100	100/100 = 1

tentu P(nilai A) = 10/100 dan

P(nilai C) = 40/100.

3. <u>Pendekatan Subjektif</u>

Menurut pendekatan ini probabiliti ditentukan berdasarkan perasaan atau kira-kira dari seseorang. Jadi cara ini dipengaruhi oleh pribadi seseorang sehingga bersifat subjektif. Pendekatan subjektif menitik beratkan probabilitinya di antara 0 dan 1 terhadap suatu peristiwa, sesuai dengan derajat kepercayaan akan terjadinya peristiwa itu. Setiap orang dapat berbeda derajat kepercayaannya terhadap suatu peristiwa, karena tergantung nilai, pengalaman, sikap dan lain-lain, sesuai dengan apa yang ia miliki baik berbentuk data kualitatif maupun kuantitatif. Akan tetapi, seseorang harus benar-benar berhati-hati dan konsisten dalam memberikan besarnya nilai probabiliti terhadap suatu peristiwa, kalau tidak, ia akan kehilangan arah dalam memberikan kesimpulan. Di dalam statistika derajat keyakinan (<u>level of confidence</u>) itu merupakan hal penting dalam memberikan keputusan secara statistika.

Misalnya jika peristiwa Y dan Z terjadi dalam suatu kondisi yang sama dan kita dua kali lebih yakin akan terjadinya peristiwa Y, maka Probabiliti peristiwa Y atau P(Y) = 2/3 dan P(Z) = 1/3.

B. HUBUNGAN PENDEKATAN KLASIK DAN EMPIRIS

Pendekatan klasik berbeda dengan pendekatan empiris, maka seringkali keduanya menghasilkan probabiliti yang tidak sama. Dapat diuraikan dengan contoh berikut.

Menurut pendekatan klasik probabiliti munculnya permukaan A sama dengan probabiliti munculnya permukaan B dari pelemparan mata uang logam yang simetris atau P(A) = P(B)= 0,50. Jika mata uang logam itu dilemparkan 100 kali, maka diperkirakan akan mendapat 50 permukaan A dan 50 pula permukaan B. Hal yang sama juga ditemui dari pelemparan mata dadu, dimana sama besarnya probabiliti munculnya setiap sisi dadu {P(1)= 1/6; P(2)= 1/6; P(3)= 1/6; P(4)= 1/6; P(5)= 1/6 dan P(6)= 1/6}.

Tetapi kalau menurut pendekatan empiris mungkin saja dari 100 kali melempar mata uang logam diperoleh permukaan A sebanyak 40 kali dan permukaan B sebanyak 60 kali, jadi P(A)= 0,40 dan P(B)= 0,60. Mungkin juga diperoleh permukaan A sebanyak 80 kali dan permukaan B sebanyak 20 kali atau P(A)= 0,80 dan P(B)= 0,20;tergantung

dari hasil pelemparan itu. Dengan demikian jelaslah bagi kita bahwa kedua pendekatan ini sering berbeda hasilnya kalau melemparkan hanya 100 kali.

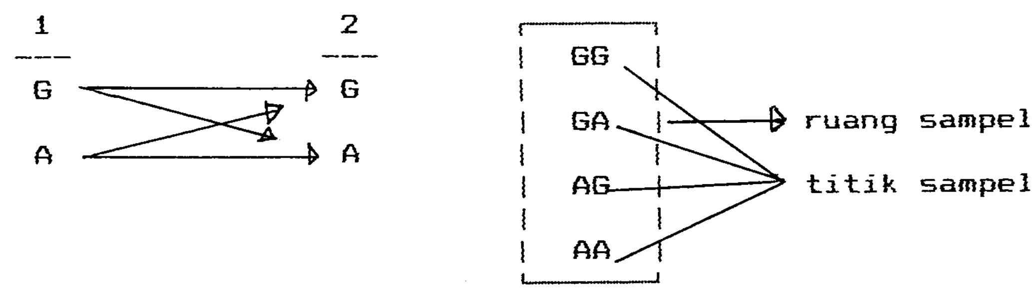
Menurut Sutrisno Hadi (1986, hal 167) jika semakin besar frekuensi pelemparan mata uang, maka probabiliti yang dihasilkan (probabiliti empiris) akan semakin mendekati probabiliti klasik (teoritis) dan bisa saja sama kalau percobaan tersebut tidak terhingga.

C. RUANG SAMPEL

Seluruh kemungkinan-kemungkinan yang muncul dalam percobaan/eksperimen disebut dengan ruang sampel, karena terdiri dari segala sesuatu yang dapat terjadi. Sedangkan menurut J.Supranto (1986, hal 7) ruang sampel adalah himpunan dari seluruh kemungkinan hasil, yang terdiri dari beberapa titik sampel.

Ruang sampel disebut juga himpunan semesta atau himpunan pembicaraan tentang peristiwa-peristiwa yang mungkin terjadi. Tiap anggota ruang sampel disebut dengan titik sampel. Banyak titik sampel yang terjadi dari dua peristiwa adalah sama dengan hasil perkalian banyaknya kemungkinan yang mungkin terjadi dari masing-masing kejadian. Misalnya pada 2 buah mata uang logam yang dilambung bersama-sama, kita ketahui bahwa tiap mata uang logam itu hanya ada 2 permukaan yang mungkin terlihat yaitu permukaan Gambar (G) dan permukaan angka (A). Maka banyak titik sampel dari dua mata uang yang dilambung bersama-sama itu adalah 2 x 2 = 4 buah titik sampel, perhatikan contoh berikut.

CONTOH II.6: Dua mata uang logam dilambung bersama-sama satu kali, maka hasilnya adalah:



CONTOH II.7: Jika dilambung sebuah dadu merah (M) dan kuning (K) kemungkinan hasilnya akan berjumlah 6 x 6 = 36 buah titik sampel.

Tabel kemungkinan-kemungkinan hasil melambung dua dadu

K/ M	1	2	3	4	5	6
1	(1.1)	(1.2)	(1.3)	(1.4)	(1.5)	(1.6)
2	(2.1)	(2.2)	(2.3)	(2.4)	(2.5)	(2.6)
3	(3.1)	(3.2)	(3.3)	(3.4)	(3.5)	(3.6)
4	(4.1)	(4.2)	(4.3)	(4.4)	(4.5)	(4.6)
5	(5.1)	(5.2)	(5.3)	(5.4)	(5.5)	(5.6)
6	(6.1)	(6.2)	(6.3)	(6.4)	(6.5)	(6.6)

Dari tabel di atas dapat diambil bermacam-macam kesimpulan antara lain:

* Probabiliti tiap titik sampel yang terdapat dalam ruang sampel pada tabel di atas adalah sebesar 1/36.
* Titik sampel yang anggota-anggotanya mata dadu merah sama dengan mata dadu kuning yaitu: (1.1); (2.2);

(3.3); (4.4); (5.5); (6.6).

Probabiliti masing-masingnya = 6/36 = 1/6

* Susunan ruang sampel, yang titik sampelnya beranggotakan dadu merah bermata ganjil sedangkan dadu kuning bermata prima yaitu:

  S = {(M,K) / M = ganjil; K = prima}

  (1.2); (1.3); (1,5); (3.2); (3.3); (3.5); (5.2); (5.3); (5.5). Tentu probabiliti masing-masing titik sampel = 9/36 = 1/4.

* Probabiliti titik sampel yang jumlah anggota-anggotanya $\geq$ 8 = 15/36 = 5/12 (karena ada 15 buah titik sampel). Dan probabiliti titik sampel yang jumlah anggota-anggotanya $\leq$ 5 = 10/36 = 5/18.

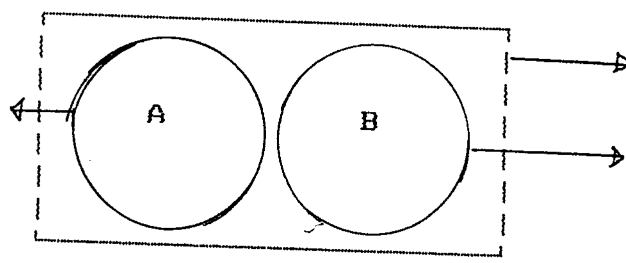
D. MACAM-MACAM PERISTIWA DAN RUMUS DASAR PROBABILITI

Hubungan antara terjadinya suatu peristiwa dengan peristiwa yang lain, di dalam statistika biasanya bersifat : (1) Saling meniadakan, (2) Independen, (3) Bersyarat dan (4) Bersamaan terjadinya (Djarwanto PS: 1985, hal 3).

1. Peristiwa Saling Meniadakan (Mutually Exclusive)

Dua peristiwa atau lebih disebut saling meniadakan jika terjadinya salah satu dari mereka tak memungkinkan terjadinya peristiwa lain atau dua buah peristiwa yang tidak mungkin terjadi serentak. Misalnya kalau perusahaan "A" memperoleh laba pada suatu periode, tidak mungkin pada periode yang sama terjadi kerugian; kalau seorang mahasiswa lulus dalam mata kuliah Statistik II tidak mungkin pula ia gagal pada waktu yang sama; kalau terjadi siang, pasti malam tidak akan terjadi pada waktu yang sama; kalau permukaan A tampak di atas dari melambung satu mata uang logam, pasti permukaan B tidak kelihatan. Perhatikan diagram Venn berikut.

$P(A) = \frac{a}{N}$



$P(B) = \frac{b}{N}$

Jika A dan B adalah peristiwa-peristiwa yang saling meniadakan, maka A dan B tidak bersinggungan.

Dua peristiwa yang demikian disebut juga dua peristiwa yang saling lepas (disjoint) seperti terlukis pada diagram Venn di atas, dimana

$A \cap B = \phi$ (kosong atau hampa) akibatnya $P(A \cap B)$ pun merupakan peristiwa yang kosong sehingga dapat ditulis $P(A \cap B) = \phi$ dengan demikian diperoleh rumus berikut.

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - \phi$$

Rumus: $\boxed{P(A \text{ atau } B) = P(A) + P(B)}$ I.4

selanjutnya kalau ada beberapa peristiwa, katakan peristiwa A_1, A_2, A_3.......A_k; yang merupakan peristiwa yang saling meniadakan, maka akan kita peroleh rumus berikut.

$\boxed{P(A_1 \text{ atau } A_2 \text{ atau } A_3 \text{ atau } A_k) = P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)+P(A_k}$ .II.5

<u>CONTOH II.8</u>: Jika sebuah dadu dilambung satu kali, berapakah probabiliti:

a. munculnya mata dadu 1 atau mata dadu 5?.

b. munculnya mata dadu 2 atau 3 atau 4 ?.

Jawab:

a. $P(A_1 \text{ atau } A_5) = P(A_1) + P(A_5) = 1/6 + 1/6 = 2/6$

b. $P(A_2 \text{ atau } A_3 \text{ atau } A_4) = P(A_2) + P(A_3) + P(A_4)$

$= 1/6 + 1/6 + 1/6 = 3/6 = 1/6$

<u>CONTOH II.9</u>: Jika E_1 adalah peristiwa penarikan as dari suatu tumpukan kartu dan E_2 adalah kejadian penarikan sebuah King, maka probabiliti dari penarikan salah satu as atau satu king adalah=

$$P(E_1 \text{ atau } E_2) = P(E_1) + P(E_2)$$

$$1/13 + 1/13 = 2/13$$

karena as dan king keduanya tidak mungkin terambil pada satu kali penarikan dan karenanya merupakan peristiwa-peristiwa yang saling meniadakan.

2. <u>Peristiwa Independen (Equally Likely) atau Bebas</u>

Dua macam peristiwa atau lebih disebut Independen atau bebas jika terjadinya salah satu dari peristiwa itu atau tidak terjadinya, tidak akan mempengaruhi terjadinya peristiwa lain. Jika A dan B merupakan dua peristiwa yang Independent, maka terjadinya atau tidak terjadinya A tidak akan memperbesar atau memperkecil probabiliti terjadinya peristiwa B.

Peritiwa-peristiwa yang bebas sering disebut *bebas statistik, bebas stokastik atau bebas dalam pengertian* *probabiliti, tetapi yang banyak dipakai adalah bebas tanpa suatu keterangan.*

Misalnya lahirnya seorang anak laki-laki (perempuan) sebagai anak pertama dari seorang ibu tidak akan mempengaruhi probabiliti lahirnya anak laki-laki (perempuan) sebagai anak kedua dari ibu tersebut.

Peristiwa Independen tidak sama dengan peristiwa saling meniadakan. Pada peristiwa saling meniadakan $P(A \cap B) = \emptyset$, sedangkan pada peristiwa Independen justru $P(A \cap B) \neq \emptyset$.

Jadi jika A dan B dua buah peristiwa yang bebas maka probabiliti A dan B adalah:

Rumus. $\boxed{P(A \text{ dan } B) = P(A) \times P(B)}$ II.6

<u>CONTOH II.10</u>:Bila satu buah uang logam dilambung dua kali, A_1 = lambungan pertama dan A_2 = lambungan kedua. Berapakah probabiliti A_1 dan A_2?.

Jawaban: Matrik Peristiwa

Uraian	A_1	A_2
Gambar(H)	(H,A_1)	(H,A_2)
Angka (M)	(M,A_1)	(M,A_2)

$P(H,A_1) = 1/4$ $P(M,A_1) = 1/4$

$P(H,A_2) = 1/4$ $P(M,A_2) = 1/4$

$P(A_1) = P(H,A_1) + P(M,A_1) = 1/4 + 1/4 = 1/2$

$P(A_2) = P(H,A_2) + P(M,A_2) = 1/4 + 1/4 = 1/2$

jadi $P(A_1 \text{ dan } A_2) = P(A_1) \times P(A_2) = 1/2 \times 1/2 = 1/4$

CONTOH II.11: Andaikan dari hasil pengamatan lalu lintas dalam 10 menit di jalan simpang, terjadi lewat 4 sepeda motor yang terdiri atas 2 buah Honda (H) dan 2 buah Yamaha (Y). Maka probabiliti terjadinya kemunculan H dan Y bersama-sama adalah:

$$P(H \text{ dan } Y) = P(H) \times P(Y) = 2/4 \times 2/4 = 4/16 = 1/4$$

Kalau meliputi beberapa buah peristiwa yang independen. Misalnya A_1, A_2 ....A_k merupakan n buah peristiwa yang independen, maka:

Rumus: $$\boxed{P(A_1 \text{ dan } A_2 \text{ dan } A_k) = P(A_1) \times P(A_2) \times P(A_k)} \quad \text{..II.7}$$

3. Peristiwa Bersyarat (Conditional)

Dua macam peristiwa dikatakan mempunyai hubungan bersyarat jika peristiwa yang satu menjadi syarat terjadinya peristiwa yang lain. Misalnya seseorang diangkat menjadi manejer KUD terlebih dahulu ia harus mempunyai pengetahuan tentang KUD atau tamatan Fakultas Ekonomi, seorang mahasiswa ingin lulus pada mata kuliah Statistik II, terlebih dahulu harus lulus mata kuliah Statistik I.

Kita tulis A/B (baca A dengan syarat B): menyatakan peristiwa A terjadi dengan didahului terjadinya peristiwa B. Probabilitinya ditulis P(A/B).

Rumus: $$\boxed{P(A/B) = \frac{P(A \text{ dan } B)}{P(B)}} \quad \text{..........II.8}$$

CONTOH II.12: Amir mempunyai dua buah kotak yaitu kotak A

dan kotak B yang berisi bola Hijau dan bola Merah seperti dalam tabel di bawah ini.

Bola	Kotak A	Kotak B	Jumlah
Hijau (H)	10	15	25
Merah (M)	20	40	60
Jumlah......	30	55	85

Ditanya: a. Tentukan probabiliti Kotak A dengan syarat di dalamnya terdapat Bola Hijau (H) ?.

b. Tentukan probabiliti Bola merah (M) dengan syarat tempatnya di dalam kotak B?.

Jawaban:

$$a.\ P(A/H) = \frac{P(A \text{ dan } H)}{P(H)} = \frac{10/85}{25/85} = 10/85 \times 85/25 = 10/25 = 2/5$$

$$b.\ P(M/B) = \frac{P(M \text{ dan } B)}{P(B)} = \frac{40/85}{55/85} = 40/85 \times 85/55 = 40/55 = 8/11$$

4. <u>Peristiwa Bersamaan Terjadinya (Inclusive or)</u>

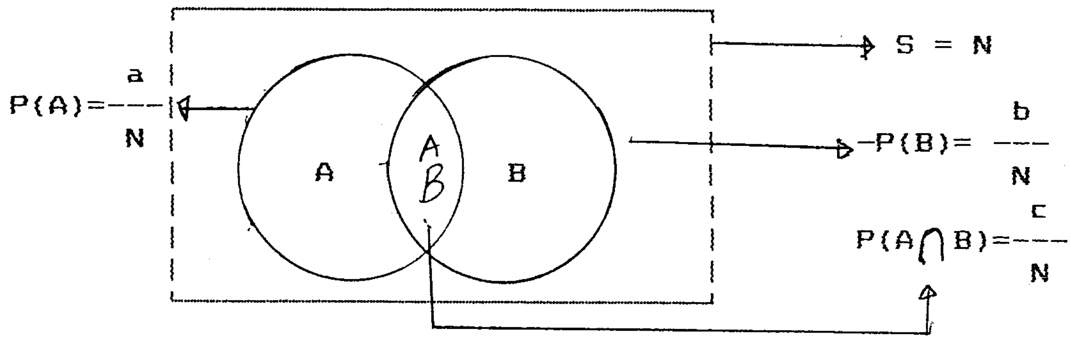
Peristiwa Inclusive or adalah dua peristiwa atau lebih yang terjadi sendiri-sendiri atau serentak (bersamaan waktunya).Jika peristiwa itu A dan B maka: perhatikan gambar diagram venn berikut:

S = N titik sampel

A terdiri dari a titik sampel (merupakan sub set)

B terdiri dari b titik sampel (subset)

$A \cap B$ terdiri dari c titik sampel (titik-titik sampel yang selain menjadi anggota A juga anggota B) yaitu



daerah yang diarsir. Dari diagram di atas dapat diketahui:

$$P(A \cup B) = \frac{a+b-c}{N} = \frac{a}{N} + \frac{b}{N} - \frac{c}{N} = P(A)+P(B)-P(A \cap B)$$

$A \cup B$ suatu himpunan bagian S yang elemen-elemennya menjadi anggota A atau anggota B atau anggota A dan B. Sehingga dari penjabaran di atas diperoleh rumus II.9:

Rumus: $\boxed{P(A \text{ atau } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ dan } B)}$ ...II.9

Rumus II.9 ini disebut juga Aturan Umum dari penjumlahan probabiliti.

<u>CONTOH II.13</u>:Jika E_1 adalah peristiwa penarikan suatu as dari suatu tumpukan kartu dan E_2 adalah kejadian penerikan suatu kartu daun, maka E_1 dan E_2 tidak saling terpisah karena as dari kartu daun dapat terambil. Jadi probabiliti penarikan salah satu as atau suatu kartu daun atau keduanya adalah:

Rumus: $\boxed{P(A \text{ atau } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ dan } B)}$

$$P(E_1 \text{ atau } E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \text{ dan } E_2)$$

$$= \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$$

(Satu set kartu remi jumlahnya 52 buah kartu dengan empat warna atau jenis yaitu kriting, wajik, hati dan daun. Satu jenis terdiri atas 13 macam; mulai dari as, king, queen, jack, 10, 9, 8, ...2).

E. MARGINAL DAN JOINT PROBABILITI

Dalam suatu percobaan yang dapat menghasilkan beberapa peristiwa atau kombinasi peristiwa-peristiwa seperti A, B, C dan seterusnya..., maka P(A), P(B), P(C) dan seterusnya itu disebut Marginal (Individual) Probabiliti dari peristiwa A, B, C dan seterusnya.

Sedangkan joint probabiliti merupakan sifat gabungan dari probabiliti.

<u>CONTOH II.14</u>:

Uraian	A	B	Jumlah
C	10	15	25
D	15	10	25
Jumlah......	25	25	50

Marginal Probabiliti:

* P(A) = P(AC) + P(AD) = 10/50 + 15/50 = 25/50 = 1/2
* P(B) = P(BC) + P(BD) = 15/50 + 10/50 = 25/50 = 1/2
* P(C) = P(CA) + P(CB) = 10/50 + 15/50 = 25/50 = 1/2
* P(D) = P(DA) + P(DB) = 15/50 + 10/50 = 25/50 = 1/2

Joint Probabiliti:

$P(J_1\ AC) + P(J_2\ AD) + P(J_3\ BC) + P(J_4\ BD) =$

$10/50 + 15/50 + 15/50 + 10/50 = 1$

F. MENENTUKAN HUBUNGAN ANTARA DUA VARIABEL

Dengan teori probabiliti, kita dapat menentukan hubungan antara dua buah variabel secara sederhana. Misalnya ada 2 macam variabel yaitu jenis kelamin dan jenis pekerjaan. Jenis kelamin dikategorikan atas Laki-laki (L) dan Wanita (W) sedangkan jenis pekerjaan dikelompokkan atas Petani (Pt) dan bukan petani (Bp). Maka cara menentukan hubungan antara variabel ini sebagai berikut.

Conditional Probabiliti: $P(L/Pt) = \dfrac{P(L \text{ dan } Pt)}{P(Pt)}$

Dependen Probabiliti: $P(L \text{ dan } Pt) = P(L/Pt) . P(Pt)$

Independen Probabiliti: $P(L \text{ dan } Pt) = \underline{P(L) \; . \; P(Pt)}$.

$P(L/Pt) \neq P(L)$ bila tidak sama kedua probabiliti ini berarti terdapat hubungan antara variabel yang diteliti.

$P(L/Pt) = P(L)$ bila sama kedua probabiliti ini berarti tidak terdapat hubungan antara variabel yang diteliti.

<u>CONTOH II.15</u>: Dalam suatu penelitian diperoleh data mengenai jenis kelamin dan status sosial ekonomi (kaya dan miskin) terhadap 60 orang kepala keluarga (KK) di desa Telbet. Jumlah laki-laki 30 orang dan jumlah kepala keluarga yang kaya 20 orang, sedangkan laki-laki yang miskin berjumlah 15 orang.

Pertanyaan:a. Berapakah probabiliti KK yang kaya?.

b. Berapakah probabiliti wanita saja?.

c. Berapakah probabiliti laki-laki atau wanita

d. Berapakah probabiliti KK yang kaya dan miskin?.

e. Berapakah probabiliti laki-laki atau kaya?

f. Berapakah probabiliti KK yang kaya tetapi dengan syarat dia wanita?.

g. Apakah terdapat hubungan antara jenis kelamin dengan Status Sosial Ekonomi?.

Jawaban:

SSE JK	L	W	Jumlah
K	15	5	20
M	15	25	40
Jumlah..	30	30	60

JK = Jenis Kelamin
L = Laki-laki
W = Wanita
SSE = Status Sosial Ekonomi.
K = Kaya
M = Miskin

a. Probabiliti kepala keluarga yang kaya =

P(K) = 20/60 = 1/3

b. Probabiliti laki-laki: P(L) = 30/60 = 1/2

c. Probabiliti laki-laki atau wanita:

P(L atau W) = P(L) + P(W) = 30/60 + 30/60 = 1

d. Probabiliti Kaya dan Miskin:

P(K dan M) = P(K) x P(M) = 20/60 x 40/60 = 800/3.600

e. Probabiliti laki-laki atau kaya:

P(L atau K) = P(L) + P(K) - P(L dan K)

= 30/60 + 20/60 - 15/60 = 35/60 = 7/12

f. Probabiliti kaya dengan syarat wanita:

$$P(K/W) = \frac{P(K \text{ dan } W)}{P(W)} = \frac{5/60}{30/60} = 5/60 \times 60/30 = 1/6$$

g. Menentukan hubungan antara variabel jenis kelamin dengan Status Sosial Ekonomi:

Conditional Probabiliti: $P(K/W) = \dfrac{P(K \text{ dan } W)}{P(W)} = 1/6$

Dependen Probabiliti: $P(K \text{ dan } W) = P(K/W) \cdot P(W)$

Independen Probabiliti: $P(K \text{ dan } W) = \underline{P(K) \quad \cdot P(W)}$

$P(K/W) = 1/6$

$P(K) = 20/60 = 1/3$

$P(K/W) \neq P(W) \longrightarrow 1/6 = 1/3$

Jadi tidak sama diantara kedua probabiliti tersebut, ini berarti terdapat hubungan antara jenis kelamin dengan Status sosial ekonomi.

G. TEOREMA BAYES

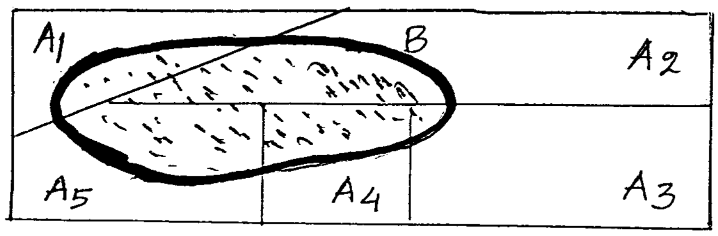
Misalkan S merupakan ruang sampel dari suatu eksperimen dan perhatikanlah k buah peristiwa-peristiwa A_1, ...,A_k dalam S sehingga A_1, ... A_k adalah saling lepas dan $\bigcup_{i=1} A_i$ =S. Dikatakan bahwa peristiwa-peristiwa tersebut membentuk sebuah partisi dari S.

Jika k buah peristiwa-peristiwa A_1, ..., A_k membentuk sebuah partisi dari S dan jika B adalah sembarang peristiwa lain dalam S, maka peristiwa-peritiwa A_1B, A_2B, ..., A_kB akan membentuk partisi dari B, seperti diilustrasikan dalam gambar pada halaman 23.

Dengan demikian kita dapat menulis:

$$\boxed{B = (A_1B) \cup (A_2B) \cup (A_kB)} \quad \ldots\ldots II.10$$

Gambar: Interaksi B dengan peristiwa A_1, ..., A_5 dari sebuah partisi



Akhirnya, jika $P(A_j) > 0$ untuk $j = 1, ..., k$, maka $P(A_j) = P(A_j)\ P(B/A_j)$ dan hal ini berakibat bahwa;

$$\boxed{P(B) = \sum_{j=1}^{k} P(A_j)\ P(B/A_j)\ .} \qquad \text{.........II.11}$$

<u>CONTOH II.16</u>:Dua buah kotak berisi botol-botol berleher panjang dan berleher pendek. Misalkan satu kotak tersebut berisi 70 botol berleher panjang dan 30 berleher pendek, sedangkan kotak yang lain berisi 20 botol berleher panjang dan 40 botol berleher pendek. Misalkan pula bahwa satu kotak dipilih secara acak dan kemudian sebuah botol dipilih secara acak dari kotak tersebut. Kita akan menentukan probabiliti bahwa botol ini berleher panjang.

penyelesaian: Misalkan A_1 adalah peristiwa bahwa kotak pertama terpilih, misalkan A_2 adalah peristiwa bahwa kotak kedua terpilih dan misalkan B adalah peristiwa bahwa sebuah botol panjang terpilih. Maka;

$$P(B) = P(A_1)P(B/A_1) + P(A_2)P(B/A_2)$$

Karena sebuah kotak terpilih secara acak,kita tahu bahwa $P(A_1) = P(A_2) = 1/2$. Selanjutnya probabiliti terpilihnya sebuah botol berleher panjang dari kotak pertama adalah sebesar $P(B/A_1) = 70/100 = 7/10$ dan probabiliti terpilihnya sebuah botol berleher panjang dari kotak kedua adalah sebesar $P(B/A_2) = 20/40 = 1/2$. Dengan demikian,

$$P(B) = 1/2 \, . 7/10 + 1/2 \, . \, 1/2 = 24/40 = 3/5$$

atau.... $(0.5)(0.7) + (0.5)(0.5) = 0.60$

Sekarang kita dapat menyatakan hasil berikut, yang terkenal sebagai Teorema Bayes.

Teorema Bayes = Misalkan peristiwa-peritiwa $A_1, \ldots A_k$ membentuk sebuah partisi dari ruang sampel S sehingga $P(A_j) > 0$ untuk $j = 1,\ldots,k$, dan misalkan B adalah sembarang peristiwa demikian sehingga $P(B) > 0$, maka untuk $i = 1, \ldots k$,

$$\boxed{P(A_j)/B) = \frac{P(A_j)P(B/A_j)}{\sum_{j=1}^{k} P(A_j)P(B/A_j)}} \quad \ldots\ldots \text{II.12}$$

Bukti: Dengan menggunakan definisi probabiliti bersyarat, pembilang pada ruas kanan pers. (II.12) adalah sama dengan $P(A_jB)$ dan penyebutnya sama dengan $P(B)$. Dengan demikian terbuktilah teorema tersebut (John E.Freund dan Benjamin M.Perles: 1974, hal 116).

<u>CONTOH II.17</u>: Suatu pabrik memproduksi semacam barang tertentu. Barang itu dihasilkan oleh tiga mesin A, B dan C yang berturut-turut sebanyak 40%, 20% dan 10% dari seluruh barang yang diproduksi pabrik tersebut. Persentase barang yang cacat yang dihasilkan

(output) tiga mesin tadi berturut-turut adalah 5%, 7% dan 3%. Jika sebuah barang terpilih itu adalah rusak berasal dari mesin A.

Penyelesaian; Misalkan X adalah peristiwa bahwa sebuah barang rusak. Peluang bahwa barang itu rusak dihasilkan oleh mesin A adalah P(A/X). Menurut teorema Bayes,

$$P(A/X) = \frac{P(A)P(X/A)}{P(A)P(X/A) + P(B)P(X/B) + P(C)P(X/C)}$$

$$= \frac{(0,40)(0,05)}{(0,40)(0,05) + (0,20)(0,07) + (0,10)(0,03)}$$

$$= 0,5405$$

H. SOAL-SOAL

1. Apakah yang dimaksud dengan probabiliti menurut pendekatan klasik dan pendekatan empiris?.
2. Berapakah probabiliti maksimum suatu peristiwa?.
3. Berapakah probabiliti minimum suatu kejadian?.
4. Bila dalam jangka panjang ditemukan dua jenis peristiwa saja.
   a. Berapakah probabiliti total dari kedua peristiwa tersebut?.
   b. Berapakah probabiliti salah satu peristiwa itu?.
   c. Mungkinkah total probabiliti kedua peristiwa itu kecil dari satu?.
   d. Mungkinkah probabiliti salah satu peristiwa tersebut negatif?.
5. Tiga buah uang logam dilambung sekaligus, tentukanlah ruang sampel yang akan terjadi?.

6. Dua buah uang logam dan satu buah dadu dilambung bersama-sama. berapakah banyak titik sampel yang mungkin terjadi?.
7. Jelaskan tiga macam pendekatan dalam menentukan probabiliti terjadinya peristiwa-peristiwa?.
8. Kertas undian yang bernomor 10 s/d 20 masing-masing digulung agar dapat dikocok. Berapakah probabiliti untuk memenangkan salah satu nomor bilangan prima?.
9. Sepasang suami-istri yang telah berumah tangga lebih dari 40 tahun, mempunyai kemungkinan untuk hidup bersama selama 30 tahun lagi. Sedangkan nilai kemungkinan untuk sampai usia 30 tahun lagi tidak sama antara suami dan istri tersebut. Dua kejadian itu dapat digolongkan ke dalam peristiwa.................?
10. Dari 120 kaleng susu yang dipilih secara acak, ternyata 20 kaleng rusak kalengnya (RK). Sepuluh (10) kaleng rusak isinya (RI). Yang rusak isinya dan rusak kalengnya sebanyak 5 kaleng.

    Pertanyaan:

    a. Berapakah probabiliti tidak rusak kalengnya (TRK)?
    b. Berapakah probabiliti tidak rusak isinya (TRI)?.
    c. Berapakah probabiliti tidak rusak isi atau rusak isi?
    d. Berapakah probabiliti tidak rusak kaleng dan rusak kaleng?.
    e. Berapakah probabiliti rusak isi dengan syarat rusak kaleng?.

f. Berapakah probabiliti rusak kaleng atau tidak rusak isi?.

g. Apakah terdapat hubungan antara kaleng susu yang digunakan dengan isi kaleng?.

11. Dalam suatu penelitian guna mengetahui keadaan pasaran rokok dari berbagai merk, telah diwawancarai 120 orang. Dari hasil penelitian ini diketahui: 20 orang tidak penghisap rokok dan dari yang menghisap rokok diketahui 60 orang menyenangi rokok kretek, sisanya menyenangi bukan rokok kretek. Jumlah yang merokok, tetapi bukan rokok kretek adalah 50 orang.

    Pertanyaan:

    a. Berapakah probabiliti orang yang tidak merokok?.

    b. berapakah probabiliti orang yang menghisap bukan rokok kretek dan yang tidak menghisap rokok?.

    c. Berapakah probabiliti orang yang menghisap rokok kretek dan yang tidak menghisap rokok?.

    d. Berapakah probabiliti dari orang yang merokok adalah menghisap rokok kretek?.

    e. Berapakah probabiliti merokok kretek atau tidak merokok sama sekali?.

    f. Berapakah probabiliti orang perokok tetapi dengan syarat rokoknya rokok kretek?.

    g. Berapakah probabiliti orang perokok atau tidak perokok sama sekali?.

12. Berdasarkan soal nomor 10 di atas berapakah Probabiliti rusak isi dengan syarat tidak rusak kalengnya?.

13. Pada suatu jurusan tertentu , 4% mahasiswa pria dan 1% mahasiswa wanita tinggi badan mereka lebih dari 170 cm. Selanjutnya 60% dari seluruh mahasiswa adalah wanita. Sekarang jika seorang mahasiswa dipilih secara acak dan tinggi badanya lebih dari 170 cm, berapakah probabiliti bahwa ia seorang wanita?.

14. Kotak A berisi dua kalereng merah, kotak B berisi dua kalereng putuh, dan kotak C berisi satu kalereng putih. Sebuah kotak dipilih secara acak (dengan probabiliti sama) dan satu kalereng diambil secara acak dari kotak tersebut.

    a. Hitunglah probabilitinya bahwa kalereng yang terambil itu berwarna putih, katakan P(W).

    b. Jika kalereng yang terpilih itu putih, hitunglah probabiliti bersyarat bahwa kalereng yang lain dalam kotak itu adalah berwarnaa merah.?.

Catatan: singkatan-singkatan anda buat sendiri.

BAB III

PERMUTASI DAN KOMBINASI

A. PERMUTASI

Kalau kita mempunyai tiga buah angka, yaitu 1, 2 dan angka 3; kita ingin mengetahui berapa buah susunan yang terdiri dari dua angka dapat diperbuat dari ketiga angka tadi, maka pertanyaan tersebut dapat dijawab sesudah melakukan penyusunan berikut.

12	21	31
13	23	32

ada enam buah susunan yang berbeda dapat dibentuk dari ketiga bilangan itu.

Contoh lain, kalau kita ingin memilih calon ketua dan wakil ketua suatu organisasi pemuda. Calon tersebut ada 4 orang yaitu A, B, C dan D. Ada berapa buah susunan yang mungkin diperoleh dari 4 orang calon tersebut bila kesemua calon mempunyai kesempatan yang sama untuk menjadi ketua dan wakil ketua,

AB	AC	AD	BA
CA	DA	BC	BD
CB	DB	CD	DC

ada 12 pasangan (susunan) calon ketua dan wakil ketua organisasi pemuda tersebut yang akan dipilih.Hal susunan di atas tak lain dari pada permutasi. Jadi Permutasi adalah penyusunan obyek-obyek sejumlah n yang tiap-tiap kali diambil sejumlah X, dengan memperhatikan tata susunannya (Sutrisno Hadi: 1986, hal 207).

Adapun jumlah permutasi dari objek sejumlah n yang tiap-tiap kali mengambil sebanyak X itu diberi simbul $_nP_X$ dan dirumuskan:

$$_nP_X = (n)\ (n-1)\ (n-2)\ \ldots\ldots\ldots\ (n - X + 1)$$

$$\boxed{_nP_X = \frac{n\,!}{(n - X)!}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{III.1}$$

dimana:

$n\,! =$ disebut n faktorial
$n\,! = n(n-1)(n-2)\ \ldots\ldots\ldots$
$0\,! = 1$

<u>CONTOH III.1</u>: Dalam sebuah mikrolet yang sedang mangkal tersedia 10 tempat duduk. Tiga orang calon penumpang memasukinya. Dalam berapa cara calon penumpang tersebut dapat mengambil tempat duduk?.

Jawab: Diket. $n = 10$ $X = 3$

Rumus: $$_nP_X = \frac{n\,!}{(n - X)!}$$

$$_{10}P_3 = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10.9.8.7.6.5\ldots\ldots}{7.6.5\ldots\ldots\ldots\ldots} = 720$$

atau cara orang awam menjawabnya:

Penumpang ke-1 leluasa dapat memilih 1 dari 10 tempat duduk yang tersedia. Penumpang ke-2 terbatas hanya dapat memilih 1 dari (10-1) tempat duduk. Penumpang ke-3 terbatas hanya dapat memilih 1 dari (10-2) tempat duduk.

B. KOMBINASI

Kalau pada permutasi letak dari objek diperhatikan tetapi pada kombinasi tidak diperhatikan. 12 dan 21 dipandang dua permutasi yang berlainan, tetapi dipandang sama secara kombinasi.

Kombinasi adalah seleksi terhadap objek-objek sejumlah n yang tiap-tiap kali diambil sebanyak X, tanpa memperhatikan tata susunannya (Sutrisno Hadi: 1986, hal 211). Jumlah kombinasi diberi simbul

$$_{n}C_{X} \quad \text{atau} \quad \binom{n}{X}$$

Kombinasi tingkat X dari n objek adalah suatu anak gugus yang terdiri dari X objek yang dipilih dari suatu gugus yang terdiri dari n objek. Yang menjadi masalah berapa jumlah kombinasi tingkat X yang mungkin disusun dari n buah objek?. Masalah tersebut dapat dipandang sebagai masalah menyusun suatu kombinasi dari n objek yang terdiri atas dua kelompok objek. Kelompok pertama terdiri dari X buah objek yang akan dipilih di dalam anak gugus. Kelompok kedua terdiri dari (n-X) buah objek yang tidak akan terpilih. Maka jumlah kombinasi yang mungkin disusun adalah:

$$\boxed{\binom{n}{X} = \frac{n\,!}{X!\,(n-X)!}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{III.2}$$

Perbedaan antara permutasi dengan kombinasi dapat dikemukakan dengan contoh susunan angka-angka berikut:

Permutasi	$12 \neq 21$ $13 \neq 31$ $23 \neq 32$	Kombinasi	$12 = 21$ $13 = 31$ $23 = 32$

<u>CONTOH III.2</u>: Ada 5 kesebelasan sepak bola yang akan bertanding, katakanlah kesebelasan itu A, B, C D dan E. Tentukanlah:

a. Berapa kali pertandingan yang harus dilaksanakan oleh panitia pertandingan?.

b. Berapa kali setiap kesebelasan main bertanding?.

Jawab: diket. n = 5
X = 2

a. rumus. $\binom{n}{X} = \dfrac{n\,!}{X!(n-X)!}$

$$\binom{5}{2} = \frac{5\,!}{2!(5-2)!} = \frac{5.4.3.2.1}{2.1(3.2.1)} = 10$$

b.

AB	BC	CD	DE
AC	BD	CE	
AD	BE		
AE			

Setiap kesebelasan main bertanding sebanyak 4 kali.

C. KAITAN KOMBINASI DAN TEORI BINOMIAL

Nilai $\binom{n}{X}$ disebut juga dengan koefisien binomial.

Secara aljabar dibahas teori binomial;

$(p+q)^2 = (p+q)(p+q) = p^2 + 2pq + q^2$ atau

$(p+q)^3 = p^3 + 3pq^2 + q^3$

$(p+q)^4 = p^4 + 4p^3q + 6p^2q^2 + 4pq^3 + q^4$

dan seterusnya...

Koefisien dari seluruh susunan binomium, terdiri dari $(p+q)$; $(p+q)^2$; $(p+q)^3$; $(p+q)^4$ ... yang merupakan segitiga Pascal,

```
          1   1
        1   2   1
      1   3   3   1
    1   4   6   4   1
```

Dari binomial $(p+q)^2$ di atas di dapat koefisien $p^2 = \binom{2}{2} = \binom{2}{0} = 1$; koefiesien pq = $\binom{2}{1} = 2$ dan koefisien $q^2 = \binom{2}{0} = \binom{2}{2} = 1$. Alhasil secara keseluruhan $(p+q)^2$ dapat diuraikan dengan koefisien sebagai kombinasi $\binom{n}{X}$ berikut.

$$(p+q)^2 = \binom{2}{0}p^2 + \binom{2}{1}pq + \binom{2}{2}q^2 \quad \text{atau}$$

$$(p+q)^2 = \binom{2}{2}p^2 + \binom{2}{1}pq + \binom{2}{0}q^2$$

$$= p^2 + 2pq + q^2$$

dan disingkat menjadi $(p+q)^2 = \sum_{i=0}^{2} \binom{2}{X} p^X q^{2-X}$

atau secara umum:

$$\boxed{(p+q)^n = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{X} p^X q^{n-X}} \quad .III.3$$

Pembahasan teori binomial ini ada kaitannya dengan Distribusi Binomial yang akan dibahas pada Bab IV.

D. SOAL-SOAL

1. Hitunglah permutasi dari:

a. ${}_5P_3$ b. ${}_{15}P_5$

b. ${}_3P_1$ c. ${}_{10}P_2$

2. Hitunglah kombinasi dari:

a. $\binom{6}{2}$ b. $\binom{30}{4}$

b. $\binom{15}{3}$ c. $\binom{4}{4}$

3. Pimpinan suatu perusahaan menginginkan lowongan pada jabatan mandor dan pembantu mandor segera diisi. Ada

lima tenaga yang dapat dimutasikan. Bagaimana kemungkinannya kelima tenaga itu akan menduduki jabatan mandor dan pembantu mandor?.

4. Dari 4 Bank swasta yang ada di kota Padang, hendak diadakan merger yang menjadi dua 2 Bank saja. Bagaimanakah kombinasinya?.

5. Seorang juru potret dipanggil untuk mengambil gambar 10 orang olaragawan, dengan ketentuan setiap dua orang (pasangan) harus diambil gambarnya. Ada berapa gambar yang harus diambil?.

6. Dari 5 pasang suami-isteri hanya diperlukan 4 orang untuk dijadikan panitia suatu perayaan. Ada berapa banyak kemungkinan yang dapat dikemukakan sebagai calon panitia jika semuanya mempunyai kesempatan yang sama untuk dipilih sebagai panitia?.

7. Sehubungan dengan soal no.6 di atas, ada berapa banyak kemungkinan yang dapat dikemukakan jika kepanitiaan memerlukan susunan 3 pria dan 1 wanita?.

8. Jika anda duduk bertiga pada sebuah bangku panjang, maka urutan duduk anda dapat digolongkan (pilih salah satu).......? a. kombinasi b. permutasi.

9. Seorang ibu yang melahirkan anak 4 kali diantaranya satu kali melahirkan anak kembar, sehingga ibu tersebut memiliki 5 orang anak, yang terdiri atas 3 laki-laki dan 2 wanita. Susunan jenis kelamin anak-anak tersebut dapat digolongkan suatu susunan (pilih salah satu).........?. a. kombinasi b. permutasi.

BAB IV
DISTRIBUSI TEORITIS

A. PENGERTIAN

Kita telah mengenal arti dari Distribusi Frekuensi yaitu suatu daftar yang menunjukkan penggolongan sekumpulan data, di dalam mana telah termasuk penentuan berapa bilangan yang termasuk ke dalam setiap golongan.

Sedangkan Distribusi Probabiliti Teoritis (selanjutnya disebut dengan Distribusi Teoritis) adalah distribusi frekuensi relatif (dalam jangka panjang) yang dapat diharapkan berdasarkan kepada pengalaman yang terdahulu atau berdasarkan kepada pertimbangan-pertimbangan teoritis.

Kegunaan distribusi teoritis ini memungkinkan para pembuat keputusan untuk memperoleh dasar-dasar logika yang kuat di dalam membuat keputusan-keputusan, dan untuk dasar pembuatan ramalan-ramalan berdasarkan informasi yang terbatas serta untuk menghitung probabiliti terjadinya suatu peristiwa.

Ada dua macam sifat variabel yaitu variabel diskrit dan variabel kuntinum (J.Supranto:1986, hal 54). Variabel diskrit adalah variabel yang satuannya selalu merupakan bilangan bulat (tidak pecahan) atau bilangan cacah, misalnya jumlah manusia, mobil, binatang, bola dan sebagainya. Dan variabel kontinum adalah variabel yang satuannya merupakan bilangan pecahan, misalnya

misalnya berat gula 1,5o kg; benang panjangnya 5,30 meter; IP mahasiswa 2,89 dan sebagainya. Dengan demikian distribusi teoritis ada dua macam pula yaitu distribusi teoritis dengan variabel diskrit dan distribusi teoritis dengan variabel kontinum.

Pada Bab empat ini akan dibahas hanya distribusi teoritis bersifat diskrit, yang terdiri dari distribusi Binomial, Poisson dan distribusi Hipergeometrik.

B. DISTRIBUSI BINOMIAL

Distribusi Binomial adalah salah satu distribusi probabiliti teoritis dengan variabel random diskrit. Penemunya adalah James Bernaulli, sehingga distribusi ini disebut juga dengan distribusi Bernaulli.

Distribusi Binomial didasarkan atas suatu eksperimen (percobaan) yang bersifat independen dan tiap percobaan menghasilkan 2 macam hasil yang berbeda. Dalam teori probabiliti, istilah eksperimen tidak usah harus diartikan eksperimen dalam laboratorium. Tetapi segala tindakan yang menyerupai eksperimen dapat juga dianggap suatu eksperimen dalam arti statistik. Penulis akan kemukakan beberapa contoh mengenai eksperimen (percobaan) demikian:

1. Pelemparan uang logam dapat menghasilkan muka gambar atau bukan muka gambar.
2. Hasil pertandingan Bulu tangkis dapat digolongkan ke dalam menang atau kalah.

3. Pelemparan mata dadu dapat menghasilkan sisi genap dan ganjil.
4. Semacam obat diberikan kepada pasien, maka adakalanya pasien tersebut sembuh atau tidak sembuh setelah makan obat tersebut.

Dalam analisis statistik, eksperimen (percobaan) yang memiliki dua macam hasil alternatif seperti di atas ternyata sangat penting dan banyak sekali kegunaannya.

Percobaan-percobaan di atas seringkali terdiri dari beberapa kali percobaan yang identik, bahkan percobaan itu dapat diulang hingga berkali-kali. Misalnya melemparkan satu uang logam tiga kali, melemparkan mata dadu lima kali. Betapapun juga, hasil percobaan hanyalah ada 2 macam saja. Secara statistik kita selalu menyatakan salah satu dari kedua hasil percobaan dengan istilah SUKSES, sedangkan hasil yang lain dengan istilah GAGAL.

Pada umumnya suatu eksperimen (percobaan) dikatakan eksperimen Binomial, kalau mempunyai 4 syarat berikut (J.Supranto: 1986, hal 96):

1. Banyaknya percobaan merupakan bilangan tertentu.
2. Setiap percobaan mempunyai dua hasil yang dikategorikan atas sukses dan gagal. Di dalam aplikasinya harus dijelaskan apa yang disebut dengan sukses tersebut.
   - lulus (sukses), tidak lulus (gagal)
   - senang (sukses), tidak senang (gagal)
   - puas (sukses), tidak puas (gagal)
   - muka gambar (sukses), tidak muka gambar (gagal)

3. Probabiliti sukses sama pada setiap percobaan (disimbulkan dengan "p").
4. Percobaan-percobaan tersebut harus bebas (independen) satu sama lain, artinya hasil percobaan yang satu tidak mempengaruhi yang lain.

Di bawah ini dikemukakan contoh eksperimen Binomial:

<u>CONTOH IV.1</u>: Kembali kita melambung mata uang logam sebanyak 2 buah sekaligus. Muka gambar disingkat dengan G dan bukan gambar disingkat dengan A. Bila probabiliti timbulnya muka G dinyatakan dengan p dan probabiliti munculnya muka A dinyatakan dengan 1-p atau q, maka:

	ruang sampel	Prob. Sampel	sukses (X)	P(X)
G → G	GG	pp	2	$p^2 = 1(1/2)^2(1/2)^{2-2} = 1/4$
G → A	GA	pq	1	$2pq = 2(1/2)\ (1/2)^{2-1} = 1/2$
A → G	AG	qp	1	
A → A	AA	qq	0	$q^2 = 1(1/2)^0(1/2)^{2-0} = 1/4$
				Jumlah......1.

terbukti.......... $P(X,n) = \binom{n}{X}(p)^X\ (1-p)^{X-n}$

dan diperoleh rumus distribusi binomial berikut:

$$P(X,n) = \binom{n}{X}(p)^X\ (1-p)^{X-n} \quad \text{atau}$$

$$\boxed{P(X,n) = \binom{n}{X}(p)^X\ (q)^{X-n}} \quad \text{..............IV.1}$$

dimana : $P(X,n)$ = Probabiliti X sukses dari n

$\binom{n}{X}$ = Koefisien Binomial (lihat bab II)

p = Probabiliti sukses

q = Probabiliti gagal

<u>CONTOH IV.2</u>: Tiga buah mata uang logam dilemparkan satu kali, maka akan diperoleh bermacam-macam peristiwa dan probabiliti masing-masing peristiwa seperti tabel berikut.

ruang sampel	Prob. Sampel	Sukses (X)	$P(X,n)=\binom{n}{X}(p)^X(q)^{n-X}$
GGG	p^3	3 →	$P(3,3)=\binom{3}{3}(1/2)^3(1/2)^{3-3} = 1/8$
GGA	$p^2(1-p)$	2	
GAG	$p^2(1-p)$	2 →	$P(2,3)=\binom{3}{2}(1/2)^2(1/2)^{3-2} = 3/8$
AGG	$p^2(1-p)$	2	
GAA	$p(1-p)^2$	1	
AGA	$p(1-p)^2$	1 →	$P(1,3)=\binom{3}{1}(1/2)^1(1/2)^{3-1} = 3/8$
AAG	$p(1-p)^2$	1	
AAA	$(1-p)^3$	0 →	$P(0,3)=\binom{3}{1}(1/2)^0(1/2)^{3-0} = 1/8$
			Jumlah ......= 1

Penjabaran dan perhitungan probabiliti di atas dapat disajikan dalam bentuk Tabel, yang disebut dengan Tabel Distribusi Probabiliti seperti di bawah ini (lihat halaman 43).

Suatu cara yang efektif untuk menghitung hasil distribusi binomial dapat dilakukan dengan bantuan sebuah tabel distribusi probabiliti binomial yang disajikan pada lampiran I di akhir buku ini.

Tabel Distribusi Probabiliti

Banyaknya G (X)	Frekuensi	Probabiliti
0	1	1/8
1	3	3/8
2	3	3/8
3	1	1/8

Cara melihat tabel distribusi binomial itu adalah:

n	X	p= 0,01;	0,05;	0,10;	0,20;	0,30;	... ;	0,99
:	:	:	:	:	:	:	:	:
:	:	:	:	:	:	:	:	:
:	:	:	:	:	:	:	:	:

jadi tentukan lebih dahulu n (jumlah peristiwa), X (yang diinginkan sukses) dan p (probabiliti) sukses.

Untuk contoh III.2 di atas kita dengan muda melihat tabel binomial saja, tanpa menghitungnya.

$$P(3,3) = 0,1250$$
$$P(2,3) = 0,3750$$
$$P(1,3) = 0,3750$$
$$P(0,3) = 0,1250$$

<u>CONTOH IV.3</u>: Seorang manejer perusahaan melakukan penelitian tentang efektifitas promosi yang dilakukannya. Sebelum dilakukan promosi ternyata untuk setiap 10 orang yang ditawarkan 3 diantaranya bersedia membeli. Pertanyaan:

1. Berapakah probabiliti tidak seorangpun membeli?
2. Berapakah probabiliti hanya satu orang membeli?.
3. Berapakah probabiliti paling banyak 2 orang yang bersedia membeli?.

4. Berapakah probabiliti paling sedikit 7 orang bersedia membeli?.

5. Berapakah probabiliti antara 3 sampai dengan 6 orang bersedia membeli?.

Jawab: Diketahui: $n = 10$

$p = 3/10 = 0{,}30$

$q = 1-0{,}30 = 0{,}70$

Rumus:

$$P(X,n) = \binom{n}{X}(p)^X (q)^{X-n}$$

1. $X = 0$; maka $P(0,10) = \binom{10}{0}(0{,}3)^0(0{,}7)^{10-0} = 0{,}0282$

2. $X = 1$; maka $P(1,10) = \binom{10}{1}(0{,}3)^1(0{,}7)^{10-1} = 0{,}1211$

3. $X \leqslant 2$; maka

$$P(0,10) = \binom{10}{0}(0{,}3)^0(0{,}7)^{10-0} = 0{,}0282$$

$$P(1,10) = \binom{10}{1}(0{,}3)^1(0{,}7)^{10-1} = 0{,}1211$$

$$P(2,10) = \binom{10}{2}(0{,}3)^2(0{,}7)^{10-2} = 0{,}0282$$

------- +

Jumlah $P(X \leqslant 2,10)$.............. $= 0{,}3828$

4. $X \geqslant 7$; maka $P(7,10) = 0{,}0090$
$P(8,10) = 0{,}0014$
$P(9,10) = 0{,}0001$
$P(10,10) = 0{,}0000$

------- +

Jumlah $P(X \geqslant 7,10) = 0{,}0105$

5. antara 3 sampai dengan 6. maka $P(3,10) = 0{,}2668$
$P(4,10) = 0{,}2001$
$P(5,10) = 0{,}1029$
$P(6,10) = 0{,}0368$

------- +

$P(3 \leqslant X \leqslant 6) = 0{,}6066$

<u>CONTOH IV.4</u>: Lima buah mata dadu dilambung sekali gus, berapakah probabiliti memperoleh 2 buah

mata dadu ganjil?

Jawab: Diketahui: n= 5
p= 1/2   X = 2

Rumus:

$$P(X,n) = \binom{n}{X}(p)^X (q)^{X-n}$$

$$P(2,5) = \binom{5}{2}(1/2)^2(1/2)^{5-2} = 0,3125$$

<u>CONTOH IV.5</u>: Desna ingin memilih satu diantara 2 buah kenderaan Bus (Bus ANS & NPM) yang ingin ditumpanginya untuk pergi ke Jakarta. Bus ANS mempunyai roda 4 buah dan Bus NPM mempunyai roda 6 buah. Berdasarkan pengalaman Desna, kemungkinan roda Bus ANS akan meletus diperjalanan 1/5. Sedangkan Bus NPM kemungkinan meletusnya 1/4. Seandainya kalau 50 persen dari roda masing-masing bus sudah meletus diperjalanan. Bus manakah yang sebaiknya dipilih oleh Desna untuk pergi ke Jakarta?.

Jawab: Diket.: p bus ANS = 1/5 = 0,20 ; bus NPM = 0,25
n bus ANS = 4 ; bus NPM = 6
X = 50% dari 4 = 2 ; X = 50% x 6=3
maka X = 0,1,2 ; maka X=0,1,2,3

Rumus:

$$P(X,n) = \binom{n}{X}(p)^X (q)^{X-n}$$

Perhitungan Bus ANS

$$P(0,4) = \binom{4}{0}(0,20)^0(0,80)^{4-0} = 0,3277$$

$$P(1,4) = \binom{4}{1}(0,20)^1(0,80)^{4-1} = 0,4096$$

$$P(2,4) = \binom{4}{2}(0,20)^2(0,80)^{4-2} = 0,2048$$

Probabiliti meletus roda ANS 0,9421

Perhitungan Bus NPM

$$P(0,6) = \binom{6}{0}(0,25)^{0}(0,75)^{6-0} = 0,1780$$

$$P(1,6) = \binom{6}{1}(0,25)^{1}(0,75)^{6-1} = 0,3560$$

$$P(2,6) = \binom{6}{2}(0,25)^{2}(0,80)^{6-2} = 0,2966$$

$$P(3,6) = \binom{6}{3}(0,25)^{3}(0,75)^{6-0} = 0,1318$$

Probabiliti meletus roda NPM 0,9624

Kesimpulan: Bus yang dipilih oleh Desna untuk pergi ke Jakarta adalah Bus ANS, karena probabiliti meletus rodanya lebih kecil dari Bus NPM.

C. RATA-RATA DAN DEVIASI STANDAR DISTRIBUSI BINOMIAL

Dari distribusi binomial kita dapat menghitung rata-rata dan deviasi standarnya.

Rata-rata hitung dari suatu distribusi frekuensi (mean dari grouped data) adalah:

$$\bar{X} = \frac{\sum F_i X_i}{\sum F_i} \quad \text{dimana} \quad \sum Fi = N$$

ini berasal dari:

$$\frac{F_1X_1}{N} + \frac{F_2X_2}{N} + \frac{F_3X_3}{N} \ldots \frac{F_kX_k}{N}$$

dimana F_i adalah frekuensi dari X_i.

Rumus rata-rata di atas dapat dirubah menjadi:

$$\bar{X} = \sum X_i \frac{F_i}{N}$$

$\frac{F_i}{N}$ adalah frekuensi relatif dari X_i

Kita masih ingat rumus II.3 pada halamam 9 bahwa:

$$P(X_i) = \lim_{N \to \infty} F_i/N \qquad N = n$$

sehingga didapat rumusan rata-rata distribusi binomial:

$$\boxed{\bar{X} = \sum X_i . P(X_i)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots IV.2$$

ingat $\bar{X} = \mu$

di dalam distribusi binomial X_i menunjukkan jumlah SUKSES 0, 1, 2, 3, 4,... dan n;

dan $P(X_i)$ adalah probabiliti untuk mendapatkan "X_i Sukses dari n percobaan". Dengan demikian secara sederhana rata-rata dari distribusi binomial dihitung dengan rumus:

$$\boxed{\mu = np} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots IV.3$$

Deviasi standar distribusi frekuensi, dituliskan dengan rumus:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(X_i - \mu)^2 F_i}{N}}$$

$$\sigma^2 = \frac{(X_1 - \mu)^2 F_1}{N} + \frac{(X_2 - \mu)^2 F_2}{N} + \ldots \frac{(X_k - \mu)^2 F_k}{N}$$

atau boleh ditulis seperti berikut:

$$\sigma^2 = (X_1 - \mu)^2 \frac{F_1}{N} + (X_2 - \mu)^2 \frac{F_2}{N} + (X_k - \mu)^2 \frac{F_k}{N}$$

sehingga menjadi

$$\sigma^2 = \sum (X_i - \mu)^2 . P(X_i)$$

$$\boxed{\sigma = \sqrt{\sum (X_i - \mu)^2 . P(X_i)}} \quad \ldots\ldots \quad IV.4$$

secara singkat dapat ditulis:

$\sigma = \sqrt{np(1-p)}$ atau $\boxed{\sigma = \sqrt{npq}}$ IV.5

<u>CONTOH IV.6:</u> Hitunglah rata-rata dan deviasi standar dari pelambungan 3 buah mata uang logam sekaligus dengan rumus IV.2; IV.3; IV.4 dan IV.5 !

X_i	$P(X_i)$	$X_i.P(X_i)$	$(X_i - \mu)$	$(X_i - \mu)^2$	$(X_i - \mu)^2.P(X_i)$
0	0,1250	0,0000	-1,50	2,25	0,2813
1	0,3750	0,3750	-0,50	0,25	0,0938
2	0,3750	0,7500	0,50	0,25	0,0938
3	0,1250	0,3750	1,50	2,25	0,2813
Jumlah		1,5000	0		0,7502

dengan rumus IV.2 $\bar{X} = \mu = \sum X_i . P(X_i) = 1,5$

dengan rumus IV.3 $\mu = np$ $n = 3 \; ; \; p = 0,50$

$= 3\ (0,50) = 1,5$

dengan rumus IV.4 $\sigma = \sqrt{(X_i - \mu)^2 . P(X_i)}$

$= \sqrt{0,7502}$

$= 0,866$

dengan rumus IV.5 $\sigma = \sqrt{npq}$

$= \sqrt{3(0,50)(0,50)}$

$= \sqrt{0,75}$

$= 0,866$

<u>CONTOH IV.7:</u> Bila dilambung 10 buah mata dadu sekali gus. Berapakah rata-rata dan deviasi standar kalau yang tampak di atas mata dadu 3?.

Jawab: Diket: $n = 10$
$p = 1/6 = 0,16667$

$$\mu = np$$

$$\mu = 10\ (0{,}1667) = 1{,}6667$$

$$\sigma = \sqrt{npq}$$

$$\sigma = \sqrt{10(1/6)(5/6)} = \sqrt{1{,}3889} = 1{,}1785$$

<u>CONTOH IV.8</u>: Pengalaman masa lalu menunjukkan bahwa 4 dari 10 orang pengunjung ke suatu toko sepatu bata tertarik untuk membeli. Berapakah rata-rata dan deviasi standar kalau 100 orang pengunjung tertarik untuk membeli sepatu bata.

Jawab: Diket. $n = 100$
$p = 4/10 = 0{,}40$

$$\mu = np$$

$$= 100\ (0{,}40) = 40 \text{ orang}$$

$$\sigma = \sqrt{npq}$$

$$= \sqrt{100(0{,}4)(0{,}6)} = 4{,}8990$$

D. DISTRIBUSI MULTINOMIAL

Perluasan dari distribusi binomial adalah distribusi multinomial (Sudjana: 1989, hal 132).

Bila dalam suatu percobaan dapat terjadi peristiwa peristiwa X_1, X_2, X_3 ... X_k yang matually exclusive dan exhaustive", dimana probabilitinya masing-masing p_1, p_2, p_3, ... p_k = 1. Maka probabiliti munculnya peristiwa-peristiwa itu masing-masing sebanyak X_1, X_2, X_3 ... X_k kali dalam n kali percobaan ($X_1 + X_2 + X_3 + \ldots X_k = n$):

$$\boxed{P(X_1, X_2, \ldots X_k) = \frac{n!}{X_1!, X_2!, \ldots X_k!}(p_1)^{X_1}\,(p_2)^{X_2} \ldots (p_k)^{X_k}} \quad \ldots \text{IV.6}$$

<u>CONTOH IV.9:</u> Pabrik Semen Padang memakai mesin jenis AL untuk memproduksi semen, menghasilkan 80% berkualitas baik, 15% kurang baik dan 5% berkualitas buruk. Dari sampel sebanyak 12 zak semen. Berapakah probabiliti diperoleh hasil yang berkualitas baik sebanyak 7 zak; kurang baik 3 zak dan yang berkualitas buruk 2 zak semen?.

Jawab: Diket. $n = 12$

baik $(X_1) = 7$ $p(X_1) = 0,80$

kurang baik $(X_2) = 3$ $p(X_2) = 0,15$

Buruk $(X_3) = 2$ $p(X_3) = 0,05$

$$P(X_1, X_2, \ldots X_k) = \frac{n!}{X_1!,\ X_2!, \ldots X_k!} (p_1)^{X_1} (p_2)^{X_2} \ldots (p_k)^{X_k}$$

$$P(7,3,2) = \frac{12!}{7!.\ 3!.\ 2!.} (0,80)^7 (0,15)^3 (0,05)^2$$

$$= 7.920\ (0,2097)(0,0034)(0,0025)$$

$$= 0,0141.$$

<u>CONTOH IV.10:</u> Di dalam suatu kotak terdapat 50 buah kalereng yang terdiri atas 3 macam warna. 25 buah diantaranya berwarna merah, 10 buah berwarna putih dan 15 buah berwarna Biru. Berapakah probabiliti kalau terpilih 10 buah kalereng merah, 6 buah kalereng putih dan 4 buah kalereng Biru ?.

Jawab: Diket. $n = 20$

p(merah) = 25/50 = 0,50 merah = 10 buah

p(putih) = 10/50 = 0,20 putih = 6 buah

p(biru) = 15/50 = 0,30 biru = 4 buah

Rumus:

$$P(X_1,X_2,...X_k)=\frac{n!}{X_1!,\ X_2!,...X_k!}(p_1)^{X_1}\ (p_2)^{X_2}\ ...(p_k)^{X_k}$$

$$P(10,6,4) = \frac{20}{10!.\ 6!.\ 4!}(0,50)^{10}\ (0,20)^{6}\ (0,30)^{4}$$

$$= 38.798.760\ (0,0010)(0,0001)(0,0081)$$

$$= 0,0314$$

E. DISTRIBUSI POISSON

Apabila n sangat besar jumlahnya dan X_i kecil,maka sulit kita memakai distribusi binomial dalam menghitung probabiliti. Misalnya dari 400.000 orang pembaca surat kabar Haluan di kota Padang, berapa orang kemungkinannya yang tertarik akan suatu iklan yang ada dalam surat kabar itu? atau dari 200.000 buah hasil produksi, yang cacat hanya 5 buah. Kita dapat bayangkan sukarnya untuk menghitung nilai probabiliti;

$$P(5,200.000)= \binom{200.000}{5}(0,5)^{5}(0,5)^{199.995}$$

dalam hal demikian untuk menghitung nilai probabiliti akan lebih mudah dengan menggunakan Distribusi Poisson. Distribusi ini pertama kali ditemukan dan dikembangkan oleh Simoon Denis Poisson (1781-1840) bangsa Perancis.

Distribusi Poisson disebut juga sebagai distribusi untuk peristiwa-peristiwa yang jarang terjadi (distribution of rate events) dan merupakan salah satu distribusi teoritis dengan variabel random diskrit (Anto Dajan: 1984, hal.159).

Secara ringkas penulis kemukakan beda pemakaian Distribusi Poisson dengan Distribusi Binomial yaitu:

		Dist.Poisson	:	Dist.Binomial
Jumlah data	:	$\geq$ 30 atau	:	< 30
Probabiliti Sukses	:	kecil sekali mendekati nol	:	$\leq$ 1
rata-rata (np)	:	< 20	:	$\geq$ 20

Rumus:

$$\boxed{P(X_i) = \frac{\mu^{X} . e^{-\mu}}{X!}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{IV.7}$$

dimana:

X = variabel random diskrit 0,1,2,3 ...

X! = X(X-1)(X-2) ...

e = 2,71828 bilangan natural

μ = np

CONTOH IV.11: Pengalaman masa lalu menunjukkan bahwa 2% dari bola bulu tangkis buatan pabrik "Z" tidak bisa dipakai (cacat). Kalau dugaan itu benar maka tidak lebih dari 5 buah bola dari 200 buah yang dibeli adalah cacat. Berapakah probabiliti bola bulu tangkis yang cacat itu?.

Jawab: Diket. n = 200

p = 2% = 0,02

μ = 200(0,02) = 4

X = 0,1,2,3,4 dan 5

Rumus:

$$P(X_i) = \frac{\mu^{X} . e^{-\mu}}{X!}$$

$$P(0) = \frac{4^0 . 2,71828^{-4}}{0!} = \frac{4^0 \dfrac{1}{2,71828^4}}{1} = 0,0183 \ **$$

$$P(1) = \frac{4^1 . 2,71828^{-4}}{1!} = \frac{4^1 \dfrac{1}{2,71828^4}}{1} = 0,0183 \ **$$

$$P(2) = \frac{4^2 . 2,71828^{-4}}{2!} = \frac{4^2 \dfrac{1}{2,71828^4}}{2.1} = 0,1465 \ **$$

$$P(3) = \frac{4^3 . 2,71828^{-4}}{3!} = \dots\dots\dots\dots = 0,1954 \ **$$

$$P(4) = \frac{4^4 . 2,71828^{-4}}{4!} = \dots\dots\dots\dots = 0,1954 \ **$$

$$P(5) = \frac{4^5 . 2,71828^{-4}}{5!} = \dots\dots\dots\dots = 0,1563 \ **$$

Total $P(X \leqslant 5) = 0,7852$

<u>CONTOH IV.12</u>: Dealer sepeda motor merk "Honda" mengiklankan Honda Astria Prima pada salah satu surat kabar di kota Padang untuk dijual. Surat kabar tersebut mempunyai 500.000 orang pembaca setiap hari. Jika kemungkinan 1 dari 100.000 orang pembaca terpengaruh oleh iklan untuk membeli sepeda motor itu. Berapakah

1. rata-rata diharapkan akan terpengaruh untuk membeli?.
2. probabiliti hanya 1 orang terpengaruh untuk membeli?.
3. probabiliti sebanyak-banyaknya 2 orang terpengaruh untuk untuk membeli?.

** angka-angka ini dapat dilihat dalam tabel distribusi Poisson pada Lampiran II halaman akhir buku ini

4. probabiliti paling sedikit 14 orang terpengaruh untuk membeli?.
5. probabiliti antara 2 - 4 orang terpengaruh membeli?

Jawab: Diket. n = 500.000

p = 1/100.000 = 0,00001

1. $\mu = np$. $\mu = 500.000(0,00001) = 5$

Rumus:

$$P(X_i) = \frac{\mu^X . e^{-\mu}}{X!}$$

2. X = 1

$$P(1) = \frac{5^1 . 2,71828^{-5}}{1!} = 0,0337$$

3. $X \leqslant 2$

$$P(0) = \frac{5^0 . 2,71828^{-5}}{0!} = 0,0067$$

$$P(1) = \frac{5^1 . 2,71828^{-5}}{1!} = 0,0337$$

$$P(2) = \frac{5^2 . 2,71828^{-5}}{2!} = 0,0842$$

Jumlah..... $P(X \leqslant 2) = 0,1246$ +

4. $X \geqslant 14$

$$P(14) = \frac{5^{14} . 2,71828^{-5}}{14!} = 0,0005$$

$$P(15) = \frac{5^{15} . 2,71828^{-5}}{15!} = 0,0002$$

$$P(16) = \frac{5^{16} . 2,71828^{-5}}{16!} = 0,0000$$

Jumlah..... $P(X \geqslant 14) = 0,0007$ +

untuk P(17) dan seterusnya tidak usah ditulis karena hasilnya 0 (nol). Dalam matematik bilangan nol tidak berarti kalau dijumlahkan dengan bilangan lain.

5. antara 2 - 4 ($2 \leq X \leq 4$)

$$P(2) = \frac{5^2 . 2,71828^{-5}}{2!} = 0,0842$$

$$P(3) = \frac{5^3 . 2,71828^{-5}}{3!} = 0,1404$$

$$P(4) = \frac{5^4 . 2,71828^{-5}}{4!} = 0,1755$$

Jumlah.... $P(2 \leq X \leq 4) = 0,4001$ +

F. DISTRIBUSI HIPERGEOMETRIK

Bila pengambilan sampel dari populasi dilakukan dengan sistem pemulihan (<u>With Replecement</u>) secara random, maka dipakai distribusi binomial untuk menghitung probabilitinya. Tetapi bila pengambilan sampel tidak dikembalikan (<u>With out Replecement</u>) maka dipakai perumusan Distribusi Hipergeometrik berikut.

$$\boxed{P(a,b) = \frac{\binom{a+c}{a}\binom{b+d}{b}}{\binom{N}{a+b}}} \qquad \text{.................... IV.8}$$

dimana: $a \leq a+c$
$b \leq b+d$

ingat tabel 2x2

	a	b	a+b
	c	d	c+d
	a+c	b+d	N

<u>CONTOH IV.13</u>: Dalam suatu kardus terdapat 20 kaleng susu susu, diantaranya 5 kaleng sudah kedaluwarsa (tidak boleh diedarkan lagi atau sudah rusak). Jika dari kardus itu telah terjual sebanyak 10 kaleng.

Pertanyaan:

1. Berapa kalengkah susu yang tidak rusak isinya?.
2. Mungkinkah susu yang terjual itu rusak semuanya?.
3. Mungkinkah susu yang rusak terjual semuanya?.
4. Berapakah probabiliti susu yang terjual itu tidak satupun yang rusak?.
5. Berapakah probabiliti susu yang terjual paling sedikit rusak 4 kaleng?.
6. Berapakah probabiliti susu yang terjual itu paling banyak rusak 2 kaleng?.

Jawab:

	R	TR	Σ
J	0	10	10
TJ	5	5	10
Σ	5	15	20

	R	TR	Σ
J	1	9	10
TJ	4	6	10
Σ	5	15	20

	R	TR	Σ
J	2	8	10
TJ	3	7	10
Σ	5	15	20

	R	TR	Σ
J	3	7	10
TJ	2	8	10
Σ	5	15	20

	R	TR	Σ
J	4	6	10
TJ	1	9	10
Σ	5	15	20

	R	TR	Σ
J	5	5	10
TJ	0	10	10
Σ	5	15	20

J = Terjual R = Rusak

TJ= Tidak terjual TR = Tidak rusak

1. Jumlah kaleng susu yang tidak rusak isinya= 15
2. Tidak mungkin. Sebab jumlah yang rusak 5 kaleng.
3. Mungkin saja. Sebab Jumlah yang terjual 10 kaleng.
4. probabiliti tidak satupun yang rusak=

$$P(0,10) = \frac{\binom{5}{0}\binom{15}{10}}{\binom{20}{10}} = \frac{(1)(3.003)}{(184.756)} = 0{,}0163$$

5. probabiliti paling sedikit 4 kaleng susu yang rusak

$$X \geqslant 4 : \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad \underbrace{4 \quad 5}$$

$$P(4,6) = \frac{\binom{5}{4}\binom{15}{6}}{\binom{20}{10}} = \frac{(5)(5.005)}{(184.756)} = 0{,}1354$$

$$P(5,5) = \frac{\binom{5}{5}\binom{15}{5}}{\binom{20}{10}} = \frac{(1)(3.003)}{(184.756)} = 0{,}0163$$

$$\text{Jumlah} \quad P(X \geqslant 4) = 0{,}1517$$

6. probabiliti paling banyak 2 kaleng susu yang rusak

$$X \leqslant 2 : \quad \underbrace{0 \quad 1 \quad 2} \quad 3 \quad 4 \quad 5$$

$$P(0,10) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 0{,}0163$$

$$P(1,9) = \frac{\binom{5}{1}\binom{15}{9}}{\binom{20}{10}} = \frac{(5)(5.005)}{(184.756)} = 0{,}1354$$

$$P(2,8) = \frac{\binom{5}{2}\binom{15}{8}}{\binom{20}{10}} = \frac{(10)(6.435)}{(184.756)} = 0{,}3483$$

$$\text{Jumlah}\ldots \quad P(X \leqslant 2) = 0{,}5000$$

6. SOAL-SOAL

1. Apakah yang dimaksud dengan variabel diskrit dan variabel kontinum?.
2. Sebutkan syarat-syarat suatu eksprimen dikatakan eksperimen binomial!.
3. Ada Dua peristiwa yaitu: berlaba, dan meruginya suatu perusahaan pada waktu yang berbeda. Dapatkah peristiwa-peristiwa tersebut dikatakan eksperimen binomial?. (Ya atau tidak, jelaskan secara ringkas).
4. Seorang agen asuransi jiwa menjual polis pada 5 orang yang usia dan keadaan kesehatannya sama.Menurut tabel <u>martality probability</u> bahwa seseorang dalam usia ini akan hidup 30 tahun lagi adalah 0,30. Hitunglah probabiliti:
   a. Semua orang masih hidup ?.
   b. Paling sedikit 3 orang masih hidup?
   c. Hanya 2 orang yang masih hidup?.
   d. Tidak ada yang hidup?.
5. Diketahui bahwa dari calon-calon mahasiswa yang memasuki jurusan PDU tahun 1988/1989 sebanyak 20 persen diterima. Dari 10 orang calon yang dipilih secara acak kemudian diselidiki, berapakah probabiliti dari 10 orang calon mahasiswa yang diselidiki tersebut:
   a. tidak seorangpun yang diterima?
   b. paling sedikit 3 orang yang diterima?
   c. paling banyak 6 orang yang diterima?.
   d. Buatlah distribusi binomial!.

6. Di suatu rumah sakit, ternyata probabiliti bayi perempuan lahir 40 persen dari jumlah bayi yg lahir. Pada suatu hari lima orang suami muda sama-sama menunggu kelahiran bayinya di rumah sakit itu. Pertanyaan:
   a. Seandainya ke lima-limanya menginginkan bayi perempuan, berapakah probabiliti ke 5 suami itu memperoleh bayi perempuan masing-masingnya?.
   b. Berapakah probabiliti setinggi-tingginya 3 orang dari suami itu memperoleh bayi perempuan?
   c. Berapakah probabiliti sekurang-kurangnya 2 orang dari suami tersebut memperoleh bayi laki-laki?.
7. Bila dilambung mata uang 400 kali berapakah rata-rata memperoleh gambar burung dan berapakah simpangan baku nya dari melambung mata uang itu.
8. Berdasarkan soal no.6,berapakah rata-rata dan deviasi standar untuk memperoleh bayi perempuan?.
9. Berdasarkan data yang ada pada kantor BPS cabang Padang, diketahui 20% perusahaan yang ada di kota Padang memperoleh laba pada tahun 1980, 70 persen tidak berlaba dan tidak merugi; dan hanya 10 persen perusaan menderita kerugian.Bila diambil sampel secara random sebanyak 10 buah perusahaan. Berapakah probabiliti: 5 buah perusahaan berlaba 4 buah pulang pokok dan satu buah perusahaan yang menderita kerugian.
10. Seorang pejabat Departemen Koperasi menyatakan bahwa penduduk di daerahnya rata-rata sudah mengenal kope-

rasi. Kemungkinan seorang anggota koperasi di daerah tersebut adalah 60%. Apabila ada seseorang ingin mengetahui/menyelidiki mengenai pernyataan tersebut. Berapakah kemungkinan dari 20 orang penduduk dijumpai akan terdapat 12 orang anggota koperasi?.

11. Apa beda distribusi binomial dan distribusi Poisson?. (jelaskan secara ringkas).

12. Menurut data yang ada.pada kantor kepolisian di negara "Antabaranta". Banyak kematian karena kecelakaan lalu lintas tiap tahun 4 dari 100.000 orang penduduk. Hitunglah probabiliti bahwa di suatu kota dengan 50.000 orang penduduk terdapat:

   a. 10 orang kematian karena kecelakaan lalu lintas?
   b. antara 3 sampai dengan 7 orang kematian?.
   c. lebih dari dua orang kematian.?.
   d. tidak seorangpun yang meninggal karena kecelakaan?
   e. Paling banyak 5 orang yang meninggal?.

13. Antara jam 14.oo sampai jam 16.oo wib, rata-rata banyaknya panggilan telepon setiap menit yang masuk papan penghubung suatu perusahaan adalah 2,5. hitunglah probabiliti bahwa selama waktu tertentu akan terdapat:

   a. tidak ada panggilan telepon.?.
   b. dua panggilan telepon?.
   c. $\geq$ 6 panggilan telepon?
   d. $\leq$ 5 panggilan telepon?.
   e. 4 panggilang telp.?
   f. antara 2 - 5 ?
   g. $\geq$16 panggilan telp?

14. Secara rata-rata terdapat dua orang dalam setiap 5.000 orang melakukan kesalahan dalam perhitungan

pajak pendapatannya. Jika diambil 10.000 lembar isian pajak secara random untuk diteliti, tentukanlah probabiliti akan terdapat 3, 7, 0 dan 8 lembar yang salah perhitungannya?.

15. Dari hasil suatu penelitian diperoleh penemuan bahwa terdapat 10 orang manejer perusahaan besar di kota AB Jumlah yang berpenghasilan tinggi adalah 5 orang dan sama banyak dengan yang berpenghasilan rendah. Kemudian jumlah manejer yang tamatan Perguruan tinggi 5 orang sama banyak pula dengan tamatan di bawah perguruan tinggi. Pertanyaan:

    a. Berapakah jumlah maksimum dari mereka yang berpenghasilan tinggi dan berpenghasilan rendah?.

    b. Berapakah probabiliti tidak seorangpun yang berpenghasilan tinggi dan berpenghasilan rendah?.

    c. Berapakah probabiliti paling banyak dua orang yang penghasilan tinggi dan berpenghasilan rendah?.

    d. Berapakah probabiliti paling sedikit 4 orang yang berpenghasilan tinggi dan berpenghasilan rendah?

    e. Buatlah tabel distribusi hipergeometrik!.

BAB V

DISTRIBUSI NORMAL

A. PENGERTIAN

Distribusi normal adalah distribusi probabiliti yang banyak dipakai dalam Statistik, oleh karena berbagai eksperimen mengikuti distribusi probabiliti yang normal atau yang sangat mendekati distribusi normal.

Studi mengenai distribusi normal dimulai sejak abad ke-17 oleh Abraham De Moivre (1667-1745) seorang pakar matematika bangsa Inggris, Pierre Laplace telah mengenal distribusi normal sebelum tahun 1775. Selanjutnya Carl Gauss (1777-1855) meneruskan studi mengenai distribusi normal dan mempublikasikan hasilnya pada awal abad ke-19, tepatnya pada tahun 1809. Untuk menghormati karya Carl Gauss ini, maka distribusi normal disebut juga distribusi Gauss. Kemudian pada abad ke-19, Francis Galton seorang pakar bangsa Inggris melakukan penelitian terus-menerus mengenai gejala-gejala alam dan gejala-gejala psikologis, yang hasilnya menunjukkan bahwa gejala-gejala tersebut mengikuti hukum-hukum distribusi normal.

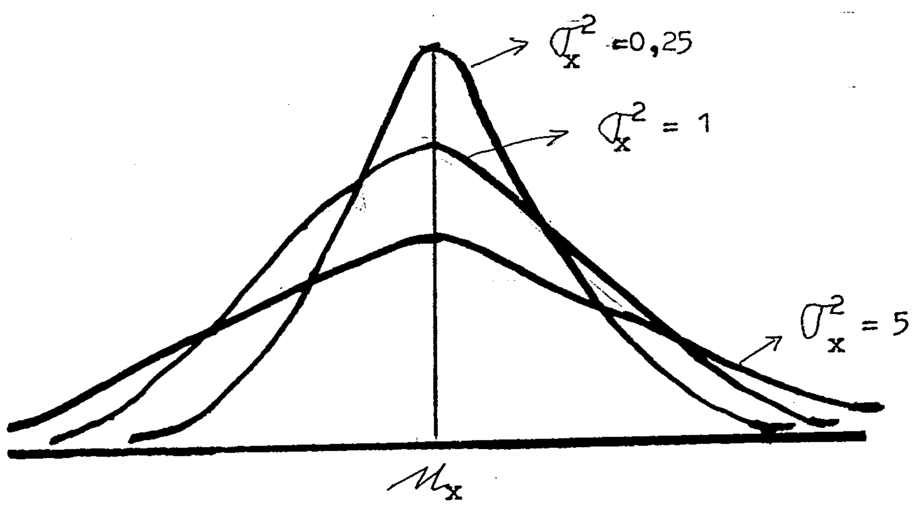
Menurut Anto Dajan (1984, hal 172) bahwa distribusi normal merupakan distribusi teoritis dari variabel random yang kontinum. Kurva dari distribusi normal disebut kurva normal yang simetris berbentuk genta dan memiliki fungsi frekuensi:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2}}\, e^{-(1/2\sigma_x^2)(x - \mu_x)^2} \qquad \text{.......V.1}$$

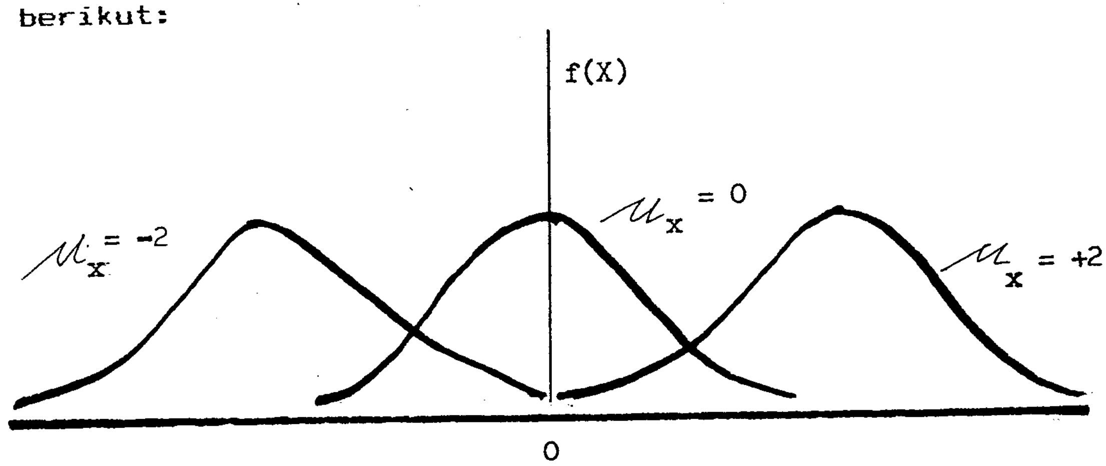
Fungsi f(x) di atas dinamakan fungsi kepekatan normal.

Rumus V.1 di atas tergantung pada dua parameter-nya yaitu rata-rata (μ_x) dan varian (σ_x). Dengan kata lain distribusi normal umum merupakan sekeluarga kurva yang berparameter dua buah dan kedua parameter di atas harus diberi harga yang tertentu pula.

Suatu distribusi normal dapat dibedakan dari distribusi normal yang lain atas dasar perbedaan rata-rata-nya atau variannya atau kedua-duanya. Jika μ_x sudah tertentu tanpa menentukan σ_x^2 ,maka kita akan memperoleh serangkaian keluarga distribusi normal yang memiliki rata-rata yang sama dengan varian yang berbeda seperti gambar di bawah ini;



Sebaliknya, jika σ_x^2 sudah tertentu sedangkan μ_x tidak ditentukan kita akan memperoleh serangkaian keluarga kurva normal yang memiliki bentuk yang sama dengan lokasi yang berbeda sepanjang sumbu X seperti dalam gambar berikut:



B. CIRI-CIRI KURVA NORMAL

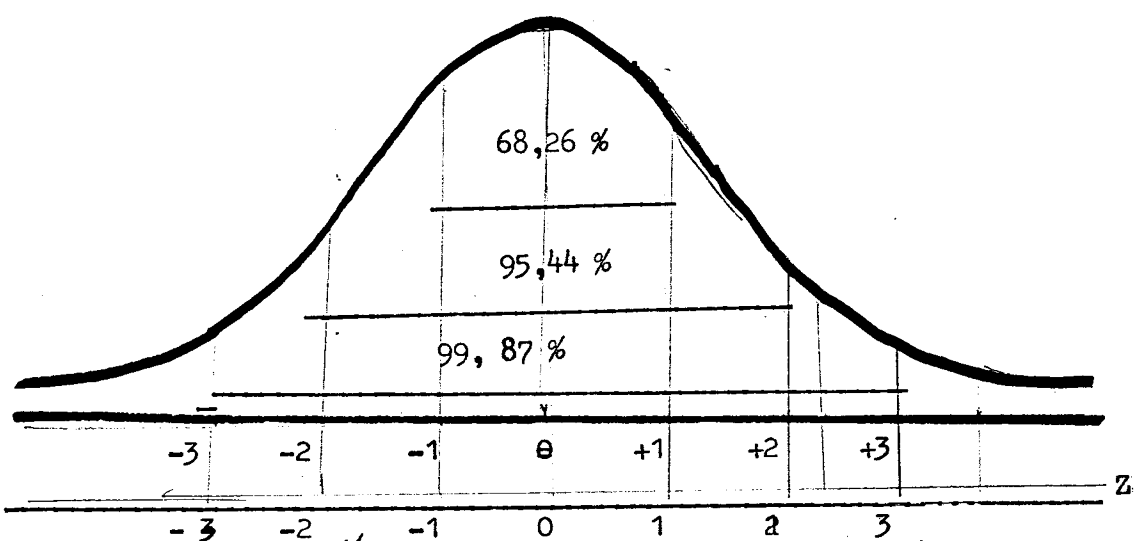
Berikut dikemukakan ciri-ciri kurva normal yaitu;

1. Kurvanya berbentuk garis lengkung yang halus dan berbentuk seperti genta.
2. Simetris terhadap mean ($\bar{X}$) = μ
3. Kedua ekor/ujungnya semakin mendekati sumbu absisnya tetapi tidak pernah memotong.
4. Jarak titik belok kurva tersebut dengan sumbu simetrisnya sama dengan σ
5. Luas daerah di bawah lengkungan kurva tersebut dari $-\infty$ sampai $+\infty$ sama dengan 1 atau 100%

C. DISTRIBUSI NORMAL STANDAR

Cara menghitung probabiliti distribusi kontinu dilakukan dengan jalan menentukan luas di bawah kurvanya, tetapi fungsi frekuensi yang dikemukakan di atas tidak memiliki integral yang sempurna sehingga probabilitinya dihitung dengan menggunakan distribusi normal standar.

Kurva dari distribusi normal standar adalah kurva normal yang sudah dirubah menjadi distribusi nilai Z (Zerro), dimana distribusi tersebut akan mempunyai $\mu_{..}=0$ dan deviasi standar $\sigma_{..} = 1$. Nilai Z adalah angka yang menunjukkan penyimpangan suatu nilai variabel (X) dari mean (μ) dihitung dalam satuan deviasi standar (σ). Di bawah ini dikemukakan contoh kurva normal standar.



Rumus $\boxed{Z = \dfrac{X - \mu}{\sigma}}$ V.2

(John E.Freund dan Benjamin M.Perles: 1974, hal 148)

Luas seluruh kurva normal adalah 100 %, setengah kurva 50 %, luas nilai Z antara −1 sampai 1 adalah 68,26 %, luas antara −2 sampai 2 adalah 95,44 % dan luas antara −3 sampai 3 adalah 99,87 %.

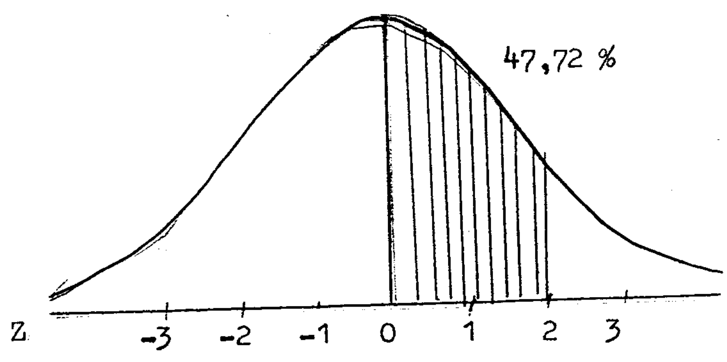
Untuk mengetahui berbagai luas di bawah lengkungan kurva normal standar sudah tersedia tabelnya yakni Tabel Luas Kurva Normal Standar (pada Lampiran III).

<u>CONTOH V.1</u> : Misalnya dipunyai kurva normal dengan

$\mu_{..} = 100$ dan $\sigma_{..} = 15$.

a. Hitunglah luas kurva normal antara 100 - 130

P(100 <X< 130)

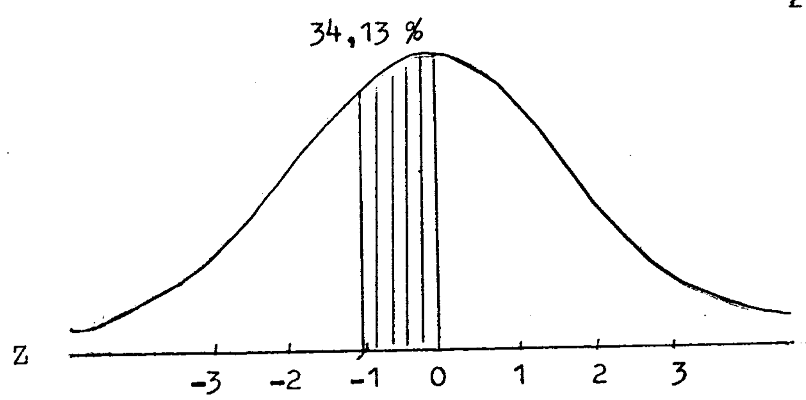


$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$= \frac{130 - 100}{15} = 2$$

menurut tabel luas nya= 0,4772 atau 47,72 %

b. Hitunglah luas kurva normal antara 85 - 100

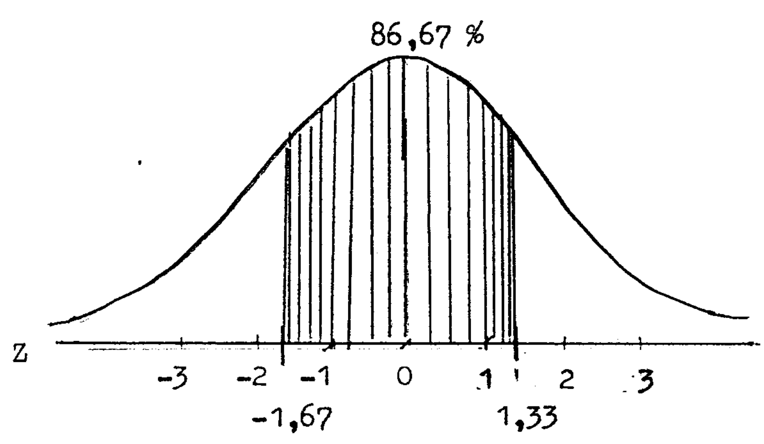


$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$= \frac{85 - 100}{15} = -1.$$

menurut tabel luas nya= 0,3413 atau 34,13 %

c. Hitunglah luas kurva normal antara 75 - 120



$$Z_1 = \frac{75 - 100}{15} =$$
$$= -1,67$$

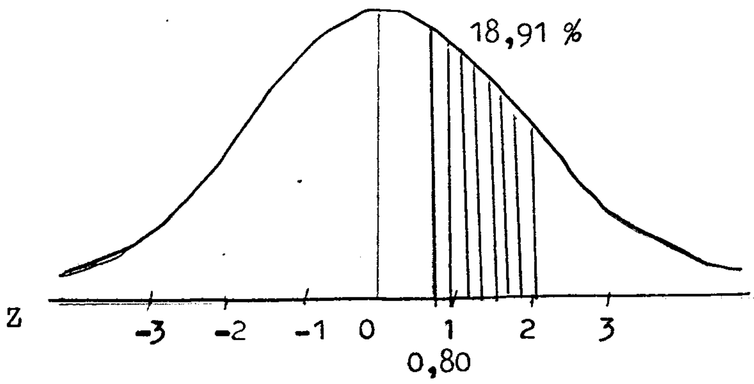
luasnya 0,4525

$$Z_2 = \frac{120 - 100}{15}$$
$$= 1,33$$

luasnya 0,4082

Jadi luas seluruhnya adalah 0,4525 + 0.4082 = 0,8607 atau 86,07%.

d. Hitunglah luas kurva normal antara 112 – 130



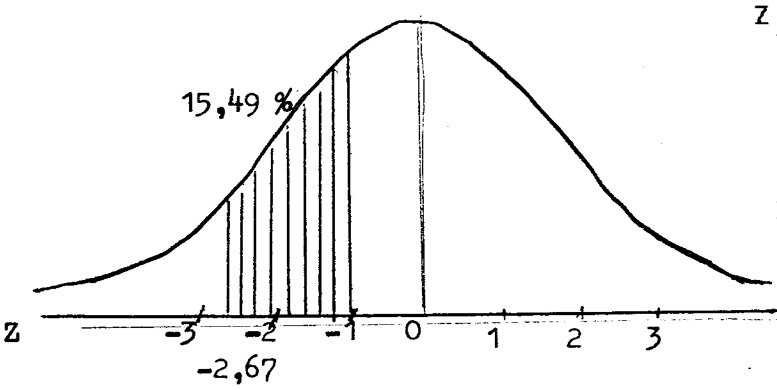
$$Z_1 = \frac{112 - 100}{15}$$
$= 0,80$
luasnya 0,2881

$$Z_2 = \frac{130 - 100}{15}$$
$= 2$

luasnya 0,4772

Jadi luas seluruhnya adalah 0,4772 – 0,2881 = 0,1891 atau 18,91%.

e. Hitunglah luas kurva normal antara 60 – 85



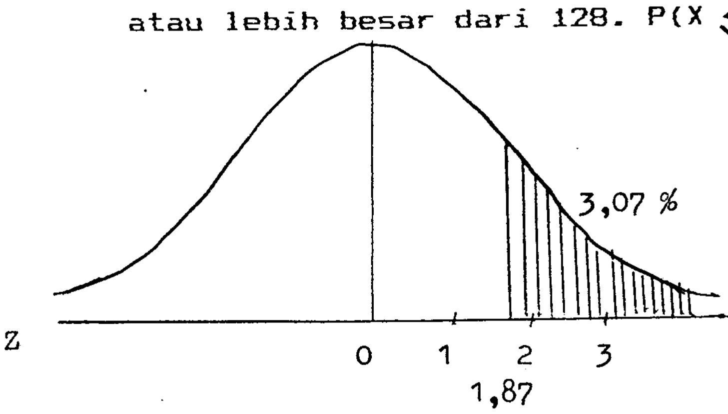
$$Z_1 = \frac{60 - 100}{15}$$
$= -2,67$
luasnya 0,4962

$$Z_2 = \frac{85 - 100}{15}$$
$= -1$

luasnya 0,3413

Jadi luas seluruhnya adalah 0,4962 – 0.3413 = 0,1549 atau 15,49%

f. Hitunglah luas kurva normal 128 kekanan. Di sini sama saja menghitung probabiliti untuk nilai X yang sama atau lebih besar dari 128. $P(X \leq 128)$.

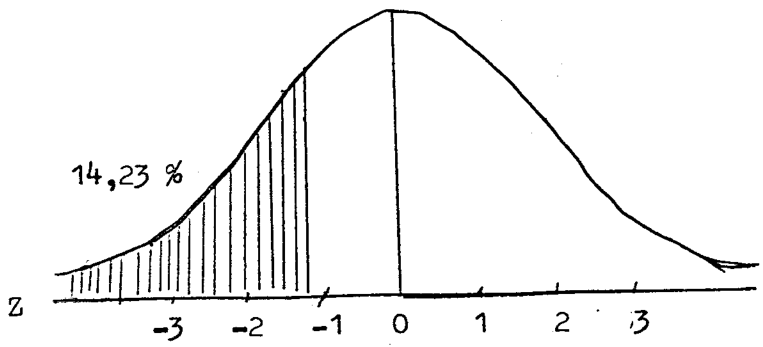


$$Z = \frac{128 - 100}{15}$$
$= 1,87$
luasnya 0,4693

JADI 0,5 – 0,4693=

= 0,0307 atau 3,07%

g. Hitunglah luas kurva normal 84 ke kiri!



$$Z = \frac{84 - 100}{15}$$

$= -1,07$

luasnya 0,3577

JADI 0,5 − 0,3577=

0,1423 atau 14,23%

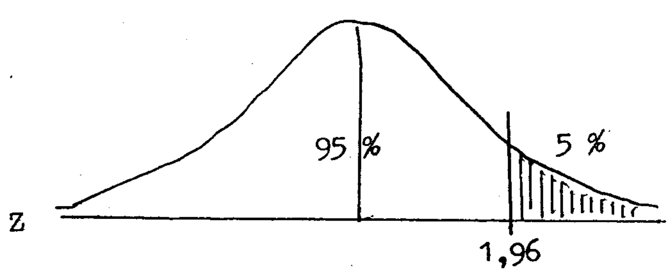
<u>CONTOH V.2</u>: Toko buku sebuah universitas sering menghadapi masalah mengenai persediaan sejenis buku yang harus dipesan dari penerbit. Jika pesanan terlalu sedikit, penerbit mengenakan biaya tambahan, sedangkan bila pesanan terlalu banyak buku-buku tersebut mungkin tidak akan terjual semua.

Andaikan jumlah mahasiswa yang mengambil kuliah Statistika I berdistribusi normal di universitas tersebut, dengan rata-rata 150 orang mahasiswa persemester dan simpangan baku 20 orang mahasiswa. Berapa banyak buku Statistika harus dipesan oleh toko buku tersebut, jika ia mengharapkan bahwa tidak lebih dari 5 % kemungkinan kehabisan persediaan?.

Jawab: Diket: $\mu = 150$
$\sigma = 20$

$Z = 1,96$ (100% − 5% = 95%).

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$



$$1,96 = \frac{X - 150}{20}$$

$1,96(20) = X - 150$

$X = 150 + 39,2 = 189,2$ ...... Jadi = 190 buah buku.

<u>CONTOH V.3</u>: Jarak rata-rata yang dapat ditempuh dengan satu liter bensin dari sepeda motor-sepeda motor yang diselidiki adalah 38 km per jam dengan deviasi standar 6 km per jam. Dengan menganggap bahwa distribusi jarak yang dapat ditempuh setiap pemakaian satu liter bensin dari sepeda motor itu mendekati distribusi normal, maka diminta;

a. Berapa persen dari sepeda motor tersebut yang hanya dapat mencapai maksimal 30 km per jam setiap pemakaian satu liter bensin?.

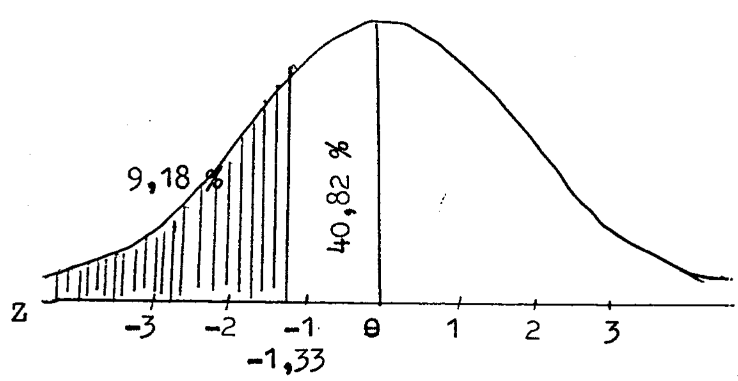
b. Berapa persen yang dapat mencapai antara 25 km sampai 35 km per jam?.

c. Berapa persen yang dapat mencapai lebih dari 50 km per jam?.

d. Sepuluh persen (10%) dikatakan sepeda motor yang berbahan bakar hemat, berapakah jarak minimalnya?.

Jawab:

a. persentase sepeda motor yang dapat mencapai maksimal 30 km per jam setiap pemakaian satu liter bensin adalah;



$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

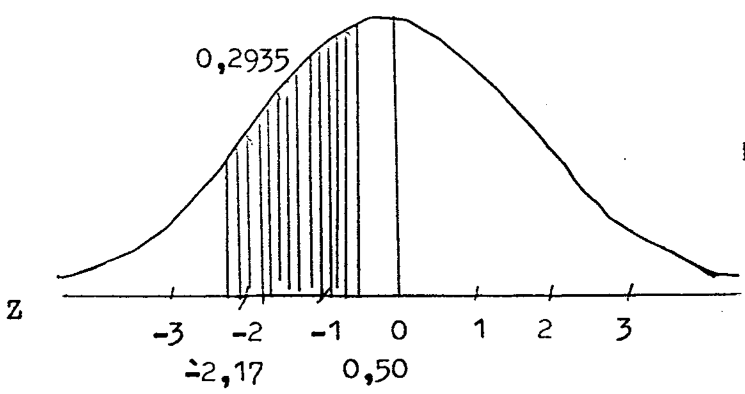
$$Z = \frac{30 - 38}{6} = \frac{-8}{6}$$

$Z = -1,33$

Luasnya = 0,4082

jadi 0,5 − 0,4082 = 0,0918 atau 9,18%.

b. persentase yang dapat mencapai antara 25 km sampai 35 km per jam adalah;



$$Z_1 = \frac{25 - 38}{6} = \frac{-13}{6}$$

$= -2,17$

Luasnya = 0,4850

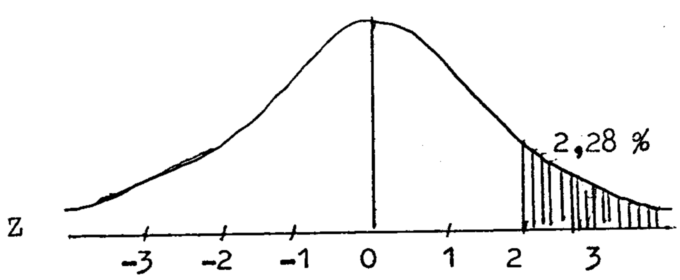
$$Z_2 = \frac{35 - 38}{6} = \frac{-3}{6}$$

$= -0,50$

luasnya = 0,1915

jadi luasnya = 0.4850 – 0.1915 = 0,2935 atau 29,35%

c. Persentase yang dapat mencapai lebih dari 50 km/jam =



$$Z = \frac{50 - 38}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

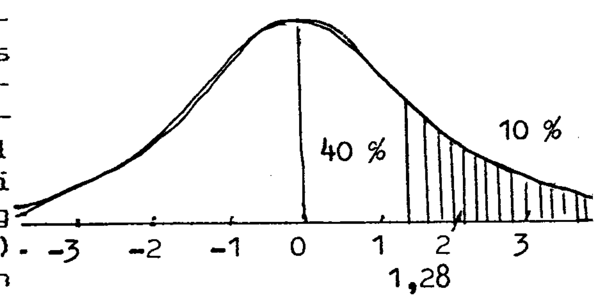
Luasnya = 0,4772

jadi = 0.5 – 0.4772 =

0,0228 atau 2,28%

d. Sepuluh persen (10%) dikatakan sepeda motor yang berbahan bakar hemat, jarak minimalnya adalah =

10% berbahan bakar hemat berarti terletak pada ujung kanan kurva. Ini berarti luas 40% (50% – 10%) terletak pada jarak berapa dari rata-rata 38 km. Berdasarkan tabel 40% terletak pada nilai Z= 1,28 (bila tidak ada yang tepat diambil yang mendekati). Jarak minimal yang ditanyakan dapat dihitung dengan;



$$1,28 = \frac{X - 38}{6} = 1,28\ (6) = X - 38$$

7,68 = X – 38. Tentu X =45,68 km/jam (jarak minimal)

D. PENDEKATAN KURVA NORMAL UNTUK DISTRIBUSI BINOMIAL

Apabila p sama dengan 1/2 dan n adalah besar, maka distribusi binomial akan mendekati distribusi normal. Di dalam prakteknya, daerah kurva normal dapat dipergunakan untuk menghitung probabiliti binomial, walaupun n adalah relatif kecil dan p tidak sama dengan 1/2.

Oleh karena distribusi binomial mempunyai variabel diskrit, sedangkan distribusi normal bervariabel kontinum, maka dalam menggunakan distribusi normal untuk memecahkan persoalan binomial perlu diadakan penyesuaian sebagai berikut : untuk harga variabel X batas bawah diundurkan 0,5 dan harga variabel X batas atas dimajukan pula 0,5.

<u>CONTOH V.4</u>: Besarnya probabiliti untuk memperoleh 4 buah permukaan A dalam 10 kali lemparan dari mata uang logam yang masih baik, dapat dihitung sebagai berikut:

$n = 10, \quad X = 4 \quad \text{dan} \quad p = 1/2$

$$P(4;10) = \binom{10}{4} (1/2)^4 \, (1/2)^6 = 210(0{,}0625)(0{,}0156)$$

$$= 0{,}2048$$

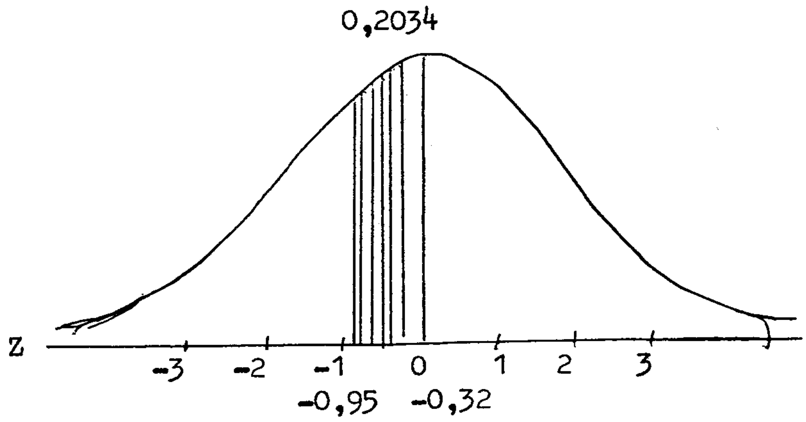
Apabila kita gunakan kurva normal:

$$\mu = np = 10\ (1/2) = 5$$

$$\sigma = \sqrt{np\ (1 - p)} = \sqrt{10\ (1/2)\ (1/2)} = 1{,}58$$

$$Z_1 = \frac{3{,}5 - 5}{1{,}58} = \frac{-1{,}5}{1{,}58} = -0{,}95$$

$$Z_2 = \frac{4,5 - 5}{1,58} = \frac{-0,5}{1,58} = -0,32$$



Luasnya masing-masing adalah 0,3289 dan 0,1255. Jadi luas 3,5 sampai 4.5 = 0,3289 − 0,1255 = 0,2034.

Perbedaan antara hasil rumus binomial dengan kurva normal adalah 0,2048 − 0,2034 = 0,0014 (karena pembulatan dan dapat diabaikan).

<u>CONTOH V.5</u>: Sebuah mesin pencetak menghasilkan cetakan yang rusak sebanyak 12%. Dari sampel sebesar 300 unit barang cetakan dari proses produksi yang sedang berjalan, tentukanlah probabiliti:

a. yang rusak 40 unit barang?.

b. yang rusak antara 35 sampai 40 unit barang?.

c. yang rusak paling banyak 48 unit barang?.

d. 41 atau lebih akan rusak?.

Jawab: diket: $n = 300$

$p = 12\%$

$\mu = np = 300(12\%) = 36$

$\sigma = \sqrt{np\ (1 - p)}$

$= \sqrt{36\ (12\%)\ (88\%)}$

$= \sqrt{3,8016} = 1,95$

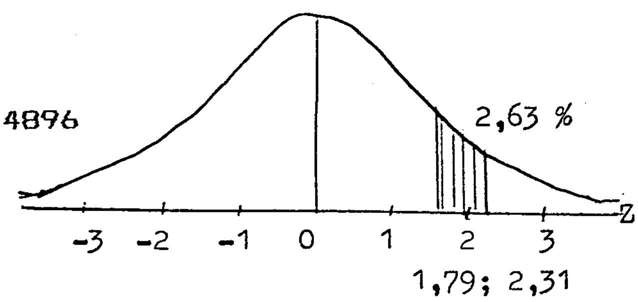
a. probabiliti yang rusak 40 unit barang adalah

$$Z_1 = \frac{40,5 - 36}{1,95} = \frac{4,5}{1,95}$$

= 2,31 ... luasnya 0,4896

$$Z_2 = \frac{39,5 - 36}{1,95} = \frac{3,5}{1,95}$$

= 1,79 ... luasnya 0,4633



Jadi luas antara 39,5 - 40,5 adalah 0,4896 - 0,4633= 0,0263 atau 2,63%.

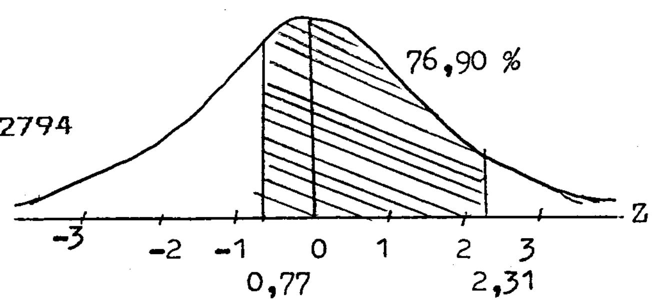
b. Probabiliti rusak antara 35 sampai 40 unit adalah;

$$Z_1 = \frac{34,5 - 36}{1,95} = \frac{-1,5}{1,95}$$

= -0,77... luasnya 0,2794

$$Z_2 = \frac{40,5 - 36}{1,95} = \frac{4,5}{1,95}$$

= 2,31 ... luasnya 0,4896

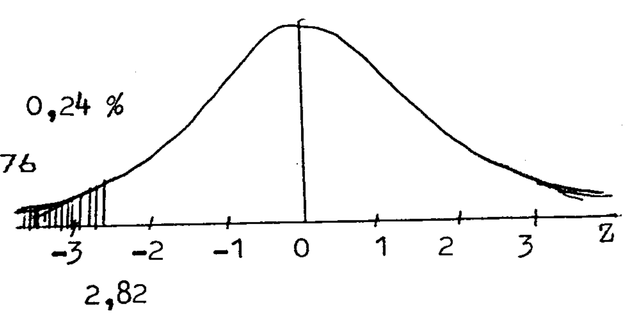


Jadi luas antara 34,5 - 40,5 adalah 0,4896 + 0,2794= 0,769 atau 76,90%

c. Probabiliti rusak paling banyak 30 unit adalah;

$$Z = \frac{30,5 - 36}{1,95} = \frac{-5,5}{1,95}$$

= -2.82. luasnya 0,4976



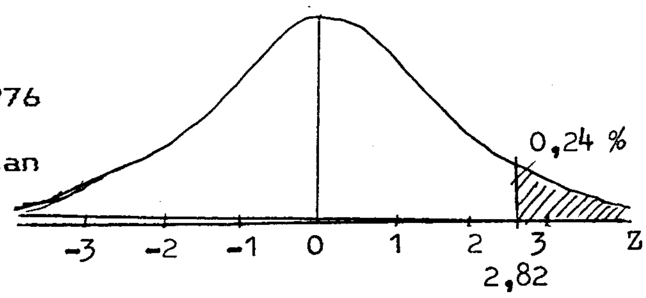
Jadi luas 30,5 ke kiri adalah 0,5 - 0,4976 = 0,0024 atau 0,24%.

d. Probabiliti 41 unit atau lebih akan rusak adalah;

$$Z = \frac{41{,}5 - 36}{1{,}95} = \frac{5{,}5}{1{,}95}$$

$= 2.82$ ..luasnya 0,4976

Jadi luas 41,5 ke kanan adalah 0,5 − 0,4976 = 0,0024 atau 0,24%.



Distribusi bervariabel kontinum yang lain (di samping distribusi normal) adalah Distribusi nilai t, Distribusi nilai X^2 dan Distribusi nilai F. Tetapi distribusi-distribusi tersebut tidak dibahas dalam buku ini.

E. SOAL-SOAL

1. Hitunglah luas kurva normal yang terletak:
   a. ke kiri dari Z = 1,87
   b. ke kanan dari Z = 2,23
   c. antara Z = 0,54 dan Z = 1,92
   d. antara Z = −1,04 dan Z = 1,34
2. Apabila suatu distribusi normal mempunyai rata-rata 75 dan deviasi standar 16,8. Hitunglah:
   a. luas kurva normal antara 75 dan 86,4
   b. luas kurva normal dari 83,5 ke kanan
   c. luas kurva normal dari 68,2 ke kiri
   d. luas kurva normal 100 ke kanan
3. Hitunglah nilai Z apabila:
   a. luas kurva normal antara 0 dan Z adalah 0,3598
   b. luas kurva normal ke kanan dari Z adalah 0,2032

c. luas kurva normal ke kiri dari Z adalah 0,8765

d. luas kurva normal antara -Z dan Z adalah 0,9621

4. Lama hidup dari sejenis produk perusahaan tertentu hampir berdistribusi normal dengan rata-rata 5 tahun dan deviasi standar 2 tahun. Jika produk itu diberi garansi untuk satu tahun, berapa persenkah dari penjualan semula akan mendapat penggantian?.

5. Andaikan masa pakai sejenis barang yang diproduksi oleh sebuah perusahaan berdistribusi secara normal dengan rata-rata 63 bulan dan simpangan baku 5 bulan. Berdasarkan kepada masa pakai barang tersebut dibuat penggolongan atas kualitas I, II dan kualitas III, di mana barang yang masa pakainya di atas atau sama dengan 20% tertinggi termasuk kualitas I. Berapakah masa pakai terendah dari barang yang termasuk kualitas I tersebut?.

6. Dari 1.000 orang calon mahasiswa baru tahun 1985 yang ingin memasuki jurusan PDU FPIPS IKIP Padang, mengingat terbatasnya fasilitas dan demi pertimbangan mutu hanya akan diterima 120 orang. Dari nilai testing masuk diketahui bahwa nilai rata-ratanya 60 dan deviasi standar 10. Seandainya hasil test masuk tersebut mendekati distribusi normal, ditanyakan;

   a. Berapa hasil tes masuk minimal yang dicapai calon yang diterima di jurusan PDU?.

   b. Seandainya 5% dari calon yang mempunyai nilai tes baik akan diberikan keringanan SPP pada tahun per-

tama, berapakah nilai tes minimal dari calon mahasiswa yang mendapatkan keringanan SPP tersebut?.

7. Apabila 4% pita kaset yang diproduksi oleh suatu perusahaan adalah cacad, berapakah probabilitinya bahwa dalam suatu sampel random 100 buah pita kaset hasil produksi perusahaan tersebut;
   a. 5 buah pita kaset cacad
   b. antara 2 dan 3 pita kaset cacad
   c. kurang dari 4 buah pita kaset cacad
8. Suatu perusahaan ingin mempromosikan produk barunya dan ternyata diketahui bahwa 20% rumah tangga yang dikunjungi oleh salesman membeli produk baru tersebut. Jika salesman mengunjungi 30 rumah tangga, tentukanlah probabiliti bahwa 10 atau lebih rumah tangga akan membeli produk baru tersebut?. Gunakan pendekatan distribusi normal.
9. Jika warna favorit dari 65% kelompok masyarakat adalah biru, berapa probabiliti bahwa dalam sampel sebanyak 1.000 orang, lebih dari 680 orang menyukai warna biru?. Pergunakan pendekatan kurva normal.
10. Hitunglah probabiliti (peluang) luas kurva normal, bila:

a. $Z \leq 1,54$	f. $-1 \leq Z \leq 2,76$
b. $Z \geq 1,92$	g. $1,86 \leq Z \leq 3,05$
c. $Z \geq -2,29$	h. $1,54 \leq Z \leq 0$
d. $Z \leq -4,31$	i. $-1,65 \leq Z \leq 4,17$
e. $Z \geq 5,12$	j. $-4,23 \leq Z \leq -1,75$

DAFTAR PERPUSTAKAAN

Dajan, Anton. (1984). Pengantar Metode Statistik. Jilid II. Jakarta: LP3ES.

Freund, John E. dan Perles, Benjamin M. (1974). Business Statistics. NJ.: Prentice-Hall, Inc.

Hadi, Sutrisno. (1986). Statistik 2. Yogyakarta: Yayasan Penerbit Fakultas Psikologi. UGM. Yogyakarta.

PS, Djarwanto. (1985). Statistik Induktif. Yogyakarta: Badan Penerbit Fakultas Ekonomi. UGM. Yogyakarta.

Sudjana. (1989). Metoda Statistik. Bandung: Tarsito.

Supranto, J. (1986). Statistik Teori dan Aplikasi. Jilid II. Jakarta: Erlangga.

LAMPIRAN I. :

TABLE

BINOMIAL PROBABILITIES i)

n	x	p = 0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95
2	0	0.902	0.810	0.640	0.490	0.360	0.250	0.160	0.090	0.040	0.010	0.002
	1	0.095	0.180	0.320	0.420	0.480	0.500	0.480	0.420	0.320	0.180	0.095
	2	0.002	0.010	0.040	0.090	0.160	0.250	0.360	0.490	0.640	0.810	0.902
3	0	0.857	0.729	0.512	0.343	0.216	0.125	0.064	0.027	0.008	0.001	
	1	0.135	0.243	0.384	0.441	0.432	0.375	0.288	0.189	0.096	0.027	0.007
	2	0.007	0.027	0.096	0.189	0.288	0.375	0.432	0.441	0.384	0.243	0.135
	3		0.001	0.008	0.027	0.064	0.125	0.216	0.343	0.512	0.729	0.857
4	0	0.815	0.656	0.410	0.240	0.130	0.062	0.026	0.008	0.002		
	1	0.171	0.292	0.410	0.412	0.346	0.250	0.154	0.076	0.026	0.004	
	2	0.014	0.049	0.154	0.265	0.346	0.375	0.346	0.265	0.154	0.049	0.014
	3		0.004	0.026	0.076	0.154	0.250	0.346	0.412	0.410	0.292	0.171
	4			0.002	0.008	0.026	0.062	0.130	0.240	0.410	0.656	0.815
5	0	0.774	0.590	0.328	0.168	0.078	0.031	0.010	0.002			
	1	0.204	0.328	0.410	0.360	0.259	0.156	0.077	0.028	0.006		
	2	0.021	0.073	0.205	0.309	0.346	0.312	0.230	0.132	0.051	0.008	0.001
	3	0.001	0.008	0.051	0.132	0.230	0.312	0.346	0.309	0.205	0.073	0.021
	4			0.006	0.028	0.077	0.156	0.259	0.360	0.410	0.328	0.204
	5				0.002	0.010	0.031	0.078	0.168	0.328	0.590	0.774
6	0	0.735	0.531	0.262	0.118	0.047	0.016	0.004	0.001			
	1	0.232	0.354	0.393	0.303	0.187	0.094	0.037	0.010	0.002		
	2	0.031	0.098	0.246	0.324	0.311	0.234	0.138	0.060	0.015	0.001	
	3	0.002	0.015	0.082	0.185	0.276	0.312	0.276	0.185	0.082	0.015	0.002
	4		0.001	0.015	0.060	0.138	0.234	0.311	0.324	0.246	0.098	0.031
	5			0.002	0.010	0.037	0.094	0.187	0.303	0.393	0.354	0.232
	6				0.001	0.004	0.016	0.047	0.118	0.262	0.531	0.735
7	0	0.698	0.478	0.210	0.082	0.028	0.008	0.002				
	1	0.257	0.372	0.367	0.247	0.131	0.055	0.017	0.004			
	2	0.041	0.124	0.275	0.318	0.261	0.164	0.077	0.025	0.004		
	3	0.004	0.023	0.115	0.227	0.290	0.273	0.194	0.097	0.029	0.003	
	4		0.003	0.029	0.097	0.194	0.273	0.290	0.227	0.115	0.023	0.004
	5			0.004	0.025	0.077	0.164	0.261	0.318	0.275	0.124	0.041
	6				0.004	0.017	0.055	0.131	0.247	0.367	0.372	0.257
	7					0.002	0.008	0.028	0.082	0.210	0.478	0.698
8	0	0.663	0.430	0.168	0.058	0.017	0.004	0.001				
	1	0.279	0.383	0.336	0.198	0.090	0.031	0.008	0.001			
	2	0.051	0.149	0.294	0.296	0.209	0.109	0.041	0.010	0.001		
	3	0.005	0.033	0.147	0.254	0.279	0.219	0.124	0.047	0.009		
	4		0.005	0.046	0.136	0.232	0.273	0.232	0.136	0.046	0.005	
	5			0.009	0.047	0.124	0.219	0.279	0.254	0.147	0.033	0.005
	6			0.001	0.010	0.041	0.109	0.209	0.296	0.294	0.149	0.051
	7				0.001	0.008	0.031	0.090	0.198	0.336	0.383	0.279
	8					0.001	0.004	0.017	0.058	0.168	0.430	0.663
9	0	0.630	0.387	0.134	0.040	0.010	0.002					
	1	0.299	0.387	0.302	0.156	0.060	0.018	0.004				
	2	0.063	0.172	0.302	0.267	0.161	0.070	0.021	0.004			
	3	0.008	0.045	0.176	0.267	0.251	0.164	0.074	0.021	0.003		
	4	0.001	0.007	0.066	0.172	0.251	0.246	0.167	0.074	0.017	0.001	
	5		0.001	0.017	0.074	0.167	0.246	0.251	0.172	0.066	0.007	0.001
	6			0.003	0.021	0.074	0.164	0.251	0.267	0.176	0.045	0.008
	7				0.004	0.021	0.070	0.161	0.267	0.302	0.172	0.063
	8					0.004	0.018	0.060	0.156	0.302	0.387	0.299
	9						0.002	0.010	0.040	0.134	0.387	0.630
10	0	0.599	0.349	0.107	0.028	0.006	0.001					
	1	0.315	0.387	0.268	0.121	0.040	0.010	0.002				
	2	0.075	0.194	0.302	0.233	0.121	0.044	0.011	0.001			
	3	0.010	0.057	0.201	0.267	0.215	0.117	0.042	0.009	0.001		
	4	0.001	0.011	0.088	0.200	0.251	0.205	0.111	0.037	0.006		
	5		0.001	0.026	0.103	0.201	0.246	0.201	0.103	0.026	0.001	
	6			0.006	0.037	0.111	0.205	0.251	0.200	0.088	0.011	0.001
	7			0.001	0.009	0.042	0.117	0.215	0.267	0.201	0.057	0.010
	8				0.001	0.011	0.044	0.121	0.233	0.302	0.194	0.075
	9					0.002	0.010	0.040	0.121	0.268	0.387	0.315
	10						0.001	0.006	0.028	0.107	0.349	0.599

i) Sumber: Freund, John E. dan Perles, Benjamin M. (1974). Business Statistics. NJ.: Prentice-Hall, Inc. Hal. 338-343.

n	x	p = 0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95
11	0	0.569	0.314	0.086	0.020	0.004						
	1	0.329	0.384	0.236	0.093	0.027	0.005	0.001				
	2	0.087	0.213	0.295	0.200	0.089	0.027	0.005	0.001			
	3	0.014	0.071	0.221	0.257	0.177	0.081	0.023	0.004			
	4	0.001	0.016	0.111	0.220	0.236	0.161	0.070	0.017	0.002		
	5		0.002	0.039	0.132	0.221	0.226	0.147	0.057	0.010		
	6			0.010	0.057	0.147	0.226	0.221	0.132	0.039	0.002	
	7			0.002	0.017	0.070	0.161	0.236	0.220	0.111	0.016	0.001
	8				0.004	0.023	0.081	0.177	0.257	0.221	0.071	0.014
	9				0.001	0.005	0.027	0.089	0.200	0.295	0.213	0.087
	10					0.001	0.005	0.027	0.093	0.236	0.384	0.329
	11							0.004	0.020	0.086	0.314	0.569
12	0	0.540	0.282	0.069	0.014	0.002						
	1	0.341	0.377	0.206	0.071	0.017	0.003					
	2	0.099	0.230	0.283	0.168	0.064	0.016	0.002				
	3	0.017	0.085	0.236	0.240	0.142	0.054	0.012	0.001			
	4	0.002	0.021	0.133	0.231	0.213	0.121	0.042	0.008	0.001		
	5		0.004	0.053	0.158	0.227	0.193	0.101	0.029	0.003		
	6			0.016	0.079	0.177	0.226	0.177	0.079	0.016		
	7			0.003	0.029	0.101	0.193	0.227	0.158	0.053	0.004	
	8			0.001	0.008	0.042	0.121	0.213	0.231	0.133	0.021	0.002
	9				0.001	0.012	0.054	0.142	0.240	0.236	0.085	0.017
	10					0.002	0.016	0.064	0.168	0.283	0.230	0.099
	11						0.003	0.017	0.071	0.206	0.377	0.341
	12							0.002	0.014	0.069	0.282	0.540
13	0	0.513	0.254	0.055	0.010	0.001						
	1	0.351	0.367	0.179	0.054	0.011	0.002					
	2	0.111	0.245	0.268	0.139	0.045	0.010	0.001				
	3	0.021	0.100	0.246	0.218	0.111	0.035	0.006	0.001			
	4	0.003	0.028	0.154	0.234	0.184	0.087	0.024	0.003			
	5		0.006	0.069	0.180	0.221	0.157	0.066	0.014	0.001		
	6		0.001	0.023	0.103	0.197	0.209	0.131	0.044	0.006		
	7			0.006	0.044	0.131	0.209	0.197	0.103	0.023	0.001	

n	x	p = 0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95
13	8			0.001	0.014	0.066	0.157	0.221	0.180	0.069	0.006	
	9				0.003	0.024	0.087	0.184	0.234	0.154	0.028	0.003
	10				0.001	0.006	0.035	0.111	0.218	0.246	0.100	0.021
	11					0.001	0.010	0.045	0.139	0.268	0.245	0.111
	12						0.002	0.011	0.054	0.179	0.367	0.351
	13							0.001	0.010	0.055	0.254	0.513
14	0	0.488	0.229	0.044	0.007	0.001						
	1	0.359	0.356	0.154	0.041	0.007	0.001					
	2	0.123	0.257	0.250	0.113	0.032	0.006	0.001				
	3	0.026	0.114	0.250	0.194	0.085	0.022	0.003				
	4	0.004	0.035	0.172	0.229	0.155	0.061	0.014	0.001			
	5		0.008	0.086	0.196	0.207	0.122	0.041	0.007			
	6		0.001	0.032	0.126	0.207	0.183	0.092	0.023	0.002		
	7			0.009	0.062	0.157	0.209	0.157	0.062	0.009		
	8			0.002	0.023	0.092	0.183	0.207	0.126	0.032	0.001	
	9				0.007	0.041	0.122	0.207	0.196	0.086	0.008	
	10				0.001	0.014	0.061	0.155	0.229	0.172	0.035	0.004
	11					0.003	0.022	0.085	0.194	0.250	0.114	0.026
	12					0.001	0.006	0.032	0.113	0.250	0.257	0.123
	13						0.001	0.007	0.041	0.154	0.356	0.359
	14							0.001	0.007	0.044	0.229	0.488
15	0	0.463	0.206	0.035	0.005							
	1	0.366	0.343	0.132	0.031	0.005						
	2	0.135	0.267	0.231	0.092	0.022	0.003					
	3	0.031	0.129	0.250	0.170	0.063	0.014	0.002				
	4	0.005	0.043	0.188	0.219	0.127	0.042	0.007	0.001			
	5	0.001	0.010	0.103	0.206	0.186	0.092	0.024	0.003			
	6		0.002	0.043	0.147	0.207	0.153	0.061	0.012	0.001		
	7			0.014	0.081	0.177	0.196	0.118	0.035	0.003		
	8			0.003	0.035	0.118	0.196	0.177	0.081	0.014		
	9			0.001	0.012	0.061	0.153	0.207	0.147	0.043	0.002	
	10				0.003	0.024	0.092	0.186	0.206	0.103	0.010	0.001
	11				0.001	0.007	0.042	0.127	0.219	0.188	0.043	0.005
	12					0.002	0.014	0.063	0.170	0.250	0.129	0.031
	13						0.003	0.022	0.092	0.231	0.267	0.135
	14							0.005	0.031	0.132	[illegible]	0.366
	15								0.005	0.035	0.206	0.463

TABLE FACTORIALS

n	$n!$
0	1
1	1
2	2
3	6
4	24
5	120
6	720
7	5,040
8	40,320
9	362,880
10	3,628,800
11	39,916,800
12	479,001,600
13	6,227,020,800
14	87,178,291,200
15	1,307,674,368,000

TABLE BINOMIAL COEFFICIENTS

n	$\binom{n}{0}$	$\binom{n}{1}$	$\binom{n}{2}$	$\binom{n}{3}$	$\binom{n}{4}$	$\binom{n}{5}$	$\binom{n}{6}$	$\binom{n}{7}$	$\binom{n}{8}$	$\binom{n}{9}$	$\binom{n}{10}$
0	1										
1	1	1									
2	1	2	1								
3	1	3	3	1							
4	1	4	6	4	1						
5	1	5	10	10	5	1					
6	1	6	15	20	15	6	1				
7	1	7	21	35	35	21	7	1			
8	1	8	28	56	70	56	28	8	1		
9	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1	
10	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1
11	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11
12	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66
13	1	13	78	286	715	1287	1716	1716	1287	715	286
14	1	14	91	364	1001	2002	3003	3432	3003	2002	1001
15	1	15	105	455	1365	3003	5005	6435	6435	5005	3003
16	1	16	120	560	1820	4368	8008	11440	12870	11440	8008
17	1	17	136	680	2380	6188	12376	19448	24310	24310	19448
18	1	18	153	816	3060	8568	18564	31824	43758	48620	43758
19	1	19	171	969	3876	11628	27132	50388	75582	92378	92378
20	1	20	190	1140	4845	15504	38760	77520	125970	167960	184756

LAMPIRAN III:

Table:

Poisson probability distribution $[p(x)]$ ii)

Example:

$\mu = 0.40$

$p(x = 2) = 0.0536$

$p(x < 2) = p(x \leq 1) = 0.2681 + 0.6703 = 0.9384$

$p(x \geq 4) = 0.0007 + 0.0001 = 0.0008$

	μ									
x	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00
0	.9048	.8187	.7408	.6703	.6065	.5488	.4966	.4493	.4066	.3679
1	.0905	.1637	.2222	.2681	.3033	.3293	.3476	.3595	.3659	.3679
2	.0045	.0164	.0333	.0536	.0758	.0988	.1217	.1438	.1647	.1839
3	.0002	.0011	.0033	.0072	.0126	.0198	.0284	.0383	.0494	.0613
4	.0000	.0001	.0003	.0007	.0016	.0030	.0050	.0077	.0111	.0153
5	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0004	.0007	.0012	.0020	.0031
6	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0003	.0005
7	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001

	μ									
x	1.10	1.20	1.30	1.40	1.50	1.60	1.70	1.80	1.90	2.00
0	.3329	.3012	.2725	.2466	.2231	.2019	.1827	.1653	.1496	.1353
1	.3662	.3614	.3543	.3452	.3347	.3230	.3106	.2975	.2842	.2707
2	.2014	.2169	.2303	.2417	.2510	.2584	.2640	.2678	.2700	.2707
3	.0738	.0867	.0998	.1128	.1255	.1378	.1496	.1607	.1710	.1804
4	.0203	.0260	.0324	.0395	.0471	.0551	.0636	.0723	.0812	.0902
5	.0045	.0062	.0084	.0111	.0141	.0176	.0216	.0260	.0309	.0361
6	.0008	.0012	.0018	.0026	.0035	.0047	.0061	.0078	.0098	.0120
7	.0001	.0002	.0003	.0005	.0008	.0011	.0015	.0020	.0027	.0034
8	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0003	.0005	.0006	.0009
9	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0000	.0002

	μ									
x	2.10	2.20	2.30	2.40	2.50	2.60	2.70	2.80	2.90	3.00
0	.1225	.1108	.1003	.0907	.0821	.0743	.0672	.0608	.0550	.0498
1	.2572	.2438	.2306	.2177	.2052	.1931	.1815	.1703	.1596	.1494
2	.2700	.2681	.2652	.2613	.2565	.2510	.2450	.2384	.2314	.2240
3	.1890	.1966	.2033	.2090	.2138	.2176	.2205	.2225	.2237	.2240
4	.0992	.1082	.1169	.1254	.1336	.1414	.1488	.1557	.1622	.1680
5	.0417	.0476	.0538	.0602	0668	.0735	.0804	.0872	.0940	.1008
6	.0146	.0174	.0206	.0241	.0278	.0319	.0362	.0407	.0455	.0504
7	.0044	.0055	.0068	.0083	.0099	.0118	.0139	.0163	.0188	.0216
8	.0011	.0015	.0019	.0025	.0031	.0038	.0047	.0057	.0068	.0081
9	.0003	.0004	.0005	.0007	.0000	.0011	.0014	.0018	.0022	.0027
10	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003	.0004	.0005	.0006	.0008
11	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002
12	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001

	μ									
x	3.10	3.20	3.30	3.40	3.50	3.60	3.70	3.80	3.90	4.00
0	.0450	.0408	.0369	.0034	.0302	.0273	.0247	.0224	.0202	.0183
1	.1397	.1304	.1217	.1135	.1057	.0984	.0915	.0850	.0789	.0733
2	.2165	.2087	.2008	.1929	.1850	.1771	.1692	.1615	.1539	.1465
3	.2237	.2226	.2209	.2186	.2158	.2125	.2087	.2046	.2001	.1954
4	.1733	.1781	.1823	.1858	.1888	.1912	.1931	.1944	.1951	.1954

ii) Sumber : Freund, John E. dan Perles, Benjamin M. (1974). <u>Business Statistics</u>. NJ.: Prentice-Hall, Inc. Hal. 344-351.

Table *(continued)*

	μ									
x	3.10	3.20	3.30	3.40	3.50	3.60	3.70	3.80	3.90	4.00
5	.1075	.1140	.1203	.1264	.1322	.1377	.1429	.1477	.1522	.1563
6	.0555	.0608	.0662	.0716	.0771	.0826	.0881	.0936	.0989	.1042
7	.0246	.0278	.0312	.0348	.0385	.0425	.0466	.0508	.0551	.0595
8	.0095	.0111	.0129	.0148	.0169	.0191	.0215	.0241	.0269	.0298
9	.0033	.0040	.0047	.0056	.0066	.0076	.0089	.0102	.0116	.0132
10	.0010	.0013	.0016	.0019	.0023	.0028	.0033	.0039	.0045	.0053
11	.0003	.0004	.0005	.0006	.0007	.0009	.0011	.0013	.0016	.0019
12	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003	.0003	.0004	.0005	.0006
13	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002
14	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001

	μ									
x	4.10	4.20	4.30	4.40	4.50	4.60	4.70	4.80	4.90	5.00
0	.0166	.0150	.0136	.0123	.0111	.0101	.0091	.0082	.0074	.0067
1	.0679	.0630	.0583	.0540	.0500	.0462	.0427	.0395	.0365	.0337
2	.1393	.1323	.1254	.1188	.1125	.1063	.1005	.0948	.0894	.0842
3	.1904	.1852	.1798	.1743	.1687	.1631	.1574	.1517	.1460	.1404
4	.1951	.1944	.1933	.1917	.1898	.1875	.1849	.1820	.1789	.1755
5	.1600	.1633	.1662	.1687	.1708	.1725	.1738	.1747	.1753	.1755
6	.1093	.1143	.1191	.1237	.1281	.1323	.1362	.1398	.1432	.1462
7	.0640	.0686	.0732	.0778	.0824	.0869	.0914	.0959	.1002	.1044
8	.0328	.0360	.0393	.0428	.0463	.0500	.0537	.0575	.0614	.0653
9	.0150	.0168	.0188	.0209	.0232	.0255	.0281	.0307	.0334	.0363
10	.0061	.0071	.0081	.0092	.0104	.0118	.0132	.0147	.0164	.0181
11	.0023	.0027	.0032	.0037	.0043	.0049	.0056	.0064	.0073	.0082
12	.0008	.0009	.0011	.0013	.0016	.0019	.0022	.0026	.0030	.0034
13	.0002	.0003	.0004	.0005	.0006	.0007	.0008	.0009	.0011	.0013
14	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003	.0003	.0004	.0005
15	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002

Table · *(continued)*

	μ									
x	5.10	5.20	5.30	5.40	5.50	5.60	5.70	5.80	5.90	6.00
0	.0061	.0055	.0050	.0045	.0041	.0037	.0033	.0030	.0027	.0025
1	.0311	.0287	.0265	.0244	.0225	.0207	.0191	.0176	.0162	.0149
2	.0793	.0746	.0701	.0659	.0618	.0580	.0544	.0509	.0477	.0446
3	.1348	.1293	.1239	.1185	.1133	.1082	.1033	.0985	.0938	.0892
4	.1719	.1681	.1641	.1600	.1558	.1515	.1472	.1428	.1383	.1339
5	.1753	.1748	.1740	.1728	.1714	.1697	.1678	.1656	.1632	.1606
6	.1490	.1515	.1537	.1555	.1571	.1584	.1594	.1601	.1605	.1606
7	.1086	.1125	.1163	.1200	.1234	.1267	.1298	.1326	.1353	.1377
8	.0692	.0731	.0771	.0810	.0849	.0887	.0925	.0962	.0998	.1033
9	.0392	.0423	.0454	.0486	.0519	.0552	.0586	.0620	.0654	.0688
10	.0200	.0220	.0241	.0262	.0285	.0309	.0334	.0359	.0386	.0413
11	.0093	.0104	.0116	.0129	.0143	.0157	.0173	.0190	.0207	.0225
12	.0039	.0045	.0051	.0058	.0065	.0073	.0082	.0092	.0102	.0113
13	.0015	.0018	.0021	.0024	.0028	.0032	.0036	.0041	.0046	.0052
14	.0006	.0007	.0008	.0009	.0011	.0013	.0015	.0017	.0019	.0022
15	.0002	.0002	.0003	.0003	.0004	.0005	.0006	.0007	.0008	.0009
16	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0002	.0003	.0003
17	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001

	μ									
x	6.10	6.20	6.30	6.40	6.50	6.60	6.70	6.80	6.90	7.00
0	.0022	.0020	.0018	.0017	.0015	.0014	.0012	.0011	.0010	.0009
1	.0137	.0126	.0116	.0106	.0098	.0090	.0082	.0076	.0070	.0064
2	.0417	.0390	.0364	.0340	.0318	.0296	.0276	.0258	.0240	.0223
3	.0848	.0806	.0765	.0726	.0688	.0652	.0617	.0584	.0552	.0521
4	.1294	.1249	.1205	.1161	.1118	.1076	.1034	.0992	.0952	.0912
5	.1579	.1549	.1519	.1487	.1454	.1420	.1385	.1349	.1314	.1277
6	.1605	.1601	.1595	.1586	.1575	.1562	.1546	.1529	.1511	.1490
7	.1399	.1418	.1435	.1450	.1462	.1472	.1480	.1486	.1489	.1490
8	.1066	.1099	.1130	.1160	.1188	.1215	.1240	.1263	.1284	.1304
9	.0723	.0757	.0791	.0825	.0858	.0891	.0923	.0954	.0985	.1014
10	.0441	.0469	.0498	.0528	.0558	.0588	.0618	.0649	.0679	.0710
11	.0244	.0265	.0285	.0307	.0330	.0353	.0377	.0401	.0426	.0452
12	.0124	.0137	.0150	.0164	.0179	.0194	.0210	.0227	.0245	.0263
13	.0058	.0065	.0073	.0081	.0089	.0099	.0108	.0119	.0130	.0142
14	.0025	.0029	.0033	.0037	.0041	.0046	.0052	.0058	.0064	.0071

	μ									
x	6.10	6.20	6.30	6.40	6.50	6.60	6.70	6.80	6.90	7.00
15	.0010	.0012	.0014	.0016	.0018	.0020	.0023	.0026	.0029	.0033
16	.0004	.0005	.0005	.0006	.0007	.0008	.0010	.0011	.0013	.0014
17	.0001	.0002	.0002	.0002	.0003	.0003	.0004	.0004	.0005	.0006
18	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0002
19	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001

x	μ 7.10	7.20	7.30	7.40	7.50	7.60	7.70	7.80	7.90	8.00
0	.0008	.0007	.0007	.0006	.0006	.0005	.0005	.0004	.0004	.0003
1	.0059	.0054	.0049	.0045	.0041	.0038	.0035	.0032	.0029	.0027
2	.0208	.0194	.0180	.0167	.0156	.0145	.0134	.0125	.0116	.0107
3	.0492	.0464	.0438	.0413	.0389	.0366	.0345	.0324	.0305	.0286
4	.0874	.0836	.0799	.0764	.0729	.0696	.0663	.0632	.0602	.0573
5	.1241	.1204	.1167	.1130	.1094	.1057	.1021	.0986	.0951	.0916
6	.1468	.1445	.1420	.1394	.1367	.1339	.1311	.1282	.1252	.1221
7	.1489	.1486	.1481	.1474	.1465	.1454	.1442	.1428	.1413	.1396
8	.1321	.1337	.1351	.1363	.1373	.1381	.1388	.1392	.1395	.1396
9	.1042	.1070	.1096	.1121	.1144	.1167	.1187	.1207	.1224	.1241
10	.0740	.0770	.0800	.0829	.0858	.0887	.0914	.0941	.0967	.0993
11	.0478	.0504	.0531	.0558	.0585	.0613	.0640	.0667	.0695	.0722
12	.0283	.0303	.0323	.0344	.0366	.0388	.0411	.0434	.0457	.0481
13	.0154	.0168	.0181	.0196	.0211	.0227	.0243	.0260	.0278	.0296
14	.0078	.0086	.0095	.0104	.0113	.0123	.0134	.0145	.0157	.0169
15	.0037	.0041	.0046	.0051	.0057	.0062	.0069	.0075	.0083	.0090
16	.0016	.0019	.0021	.0024	.0026	.0030	.0033	.0037	.0041	.0045
17	.0007	.0008	.0009	.0010	.0012	.0013	.0015	.0017	.0019	.0021
18	.0003	.0003	.0004	.0004	.0005	.0006	.0006	.0007	.0008	.0009
19	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0002	.0003	.0003	.0003	.0004
20	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002
21	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001

x	μ 8.10	8.20	8.30	8.40	8.50	8.60	8.70	8.80	8.90	9.00
0	.0003	.0003	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002	.0001	.0001
1	.0025	.0023	.0021	.0019	.0017	.0016	.0014	.0013	.0012	.0011
2	.0100	.0092	.0086	.0079	.0074	.0068	.0063	.0058	.0054	.0050
3	.0269	.0252	.0237	.0222	.0208	.0195	.0183	.0171	.0160	.0150
4	.0544	.0517	.0491	.0466	.0443	.0420	.0398	.0377	.0357	.0337
5	.0882	.0849	.0816	.0784	.0752	.0722	.0692	.0663	.0635	.0607
6	.1191	.1160	.1128	.1097	.1066	.1034	.1003	.0972	.0941	.0911
7	.1378	.1358	.1338	.1317	.1294	.1271	.1247	.1222	.1197	.1171
8	.1395	.1392	.1388	.1382	.1375	.1366	.1356	.1344	.1332	.1318
9	.1256	.1269	.1280	.1290	.1299	.1306	.1311	.1315	.1317	.1318
10	.1017	.1040	.1063	.1084	.1104	.1123	.1140	.1157	.1172	.1186
11	.0749	.0776	.0802	.0828	.0853	.0878	.0902	.0925	.0948	.0970
12	.0505	.0530	.0555	.0579	.0604	.0629	.0654	.0679	.0703	.0728
13	.0315	.0334	.0354	.0374	.0395	.0416	.0438	.0459	.0481	.0504
14	.0182	.0196	.0210	.0225	.0240	.0256	.0272	.0289	.0306	.0324
15	.0098	.0107	.0116	.0126	.0136	.0147	.0158	.0169	.0182	.0194
16	.0050	.0055	.0060	.0066	.0072	.0079	.0086	.0093	.0101	.0109
17	.0024	.0026	.0029	.0033	.0036	.0040	.0044	.0048	.0053	.0058
18	.0011	.0012	.0014	.0015	.0017	.0019	.0021	.0024	.0026	.0029
19	.0005	.0005	.0006	.0007	.0008	.0009	.0010	.0011	.0012	.0014
20	.0002	.0002	.0002	.0003	.0003	.0004	.0004	.0005	.0005	.0006
21	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0002	.0002	.0003
22	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001

Table (continued)

x	μ									
	9.10	9.20	9.30	9.40	9.50	9.60	9.70	9.80	9.90	10.00
0	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0000
1	.0010	.0009	.0009	.0008	.0007	.0007	.0006	.0005	.0005	.0005
2	.0046	.0043	.0040	.0037	.0034	.0031	.0029	.0027	.0025	.0023
3	.0140	.0131	.0123	.0115	.0107	.0100	.0093	.0087	.0081	.0076
4	.0319	.0302	.0285	.0269	.0254	.0240	.0226	.0213	.0201	.0189
5	.0581	.0555	.0530	.0506	.0483	.0460	.0439	.0418	.0398	.0378
6	.0881	.0851	.0822	.0793	.0764	.0736	.0709	.0682	.0656	.0631
7	.1145	.1118	.1091	.1064	.1037	.1010	.0982	.0955	.0928	.0901
8	.1302	.1286	.1269	.1251	.1232	.1212	.1191	.1170	.1148	.1126
9	.1317	.1315	.1311	.1306	.1300	.1293	.1284	.1274	.1263	.1251

x	μ									
	9.10	9.20	9.30	9.40	9.50	9.60	9.70	9.80	9.90	10.00
10	.1198	.1210	.1219	.1228	.1235	.1241	.1245	.1249	.1250	.1251
11	.0991	.1012	.1031	.1049	.1067	.1083	.1098	.1112	.1125	.1137
12	.0752	.0776	.0799	.0822	.0844	.0866	.0888	.0908	.0928	.0948
13	.0526	.0549	.0572	.0594	.0617	.0640	.0662	.0685	.0707	.0729
14	.0342	.0361	.0380	.0399	.0419	.0439	.0459	.0479	.0500	.0521
15	.0208	.0221	.0235	.0250	.0265	.0281	.0297	.0313	.0330	.0347
16	.0118	.0127	.0137	.0147	.0157	.0168	.0180	.0192	.0204	.0217
17	.0063	.0069	.0075	.0081	.0088	.0095	.0103	.0111	.0119	.0128
18	.0032	.0035	.0039	.0042	.0046	.0051	.0055	.0060	.0065	.0071
19	.0015	.0017	.0019	.0021	.0023	.0026	.0028	.0031	.0034	.0037
20	.0007	.0008	.0009	.0010	.0011	.0012	.0014	.0015	.0017	.0019
21	.0003	.0003	.0004	.0004	.0005	.0006	.0006	.0007	.0008	.0009
22	.0001	.0001	.0002	.0002	.0002	.0002	.0003	.0003	.0004	.0004
23	.0000	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0001	.0002	.0002
24	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0001

Table *(concluded)*

	μ									
x	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
0	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
1	.0002	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
2	.0010	.0004	.0002	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
3	.0037	.0018	.0008	.0004	.0002	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000
4	.0102	.0053	.0027	.0013	.0006	.0003	.0001	.0001	.0000	.0000
5	.0224	.0127	.0070	.0037	.0019	.0010	.0005	.0002	.0001	.0001
6	.0411	.0255	.0152	.0087	.0048	.0026	.0014	.0007	.0004	.0002
7	.0646	.0437	.0281	.0174	.0104	.0060	.0034	.0019	.0010	.0005
8	.0888	.0655	.0457	.0304	.0194	.0120	.0072	.0042	.0024	.0013
9	.1085	.0874	.0661	.0473	.0324	.0213	.0135	.0083	.0050	.0029
10	.1194	.1048	.0859	.0663	.0486	.0341	.0230	.0150	.0095	.0058
11	.1194	.1144	.1015	.0844	.0663	.0496	.0355	.0245	.0164	.0106
12	.1094	.1144	.1099	.0984	.0829	.0661	.0504	.0368	.0259	.0176
13	.0926	.1056	.1099	.1060	.0956	.0814	.0658	.0509	.0378	.0271
14	.0728	.0905	.1021	.1060	.1024	.0930	.0800	.0655	.0514	.0387
15	.0534	.0724	.0885	.0989	.1024	.0992	.0906	.0786	.0650	.0516
16	.0367	.0543	.0719	.0866	.0960	.0992	.0963	.0884	.0772	.0646
17	.0237	.0383	.0550	.0713	.0847	.0934	.0963	.0936	.0863	.0760
18	.0145	.0256	.0397	.0554	.0706	.0830	.0909	.0936	.0911	.0844
19	.0084	.0161	.0272	.0409	.0557	.0699	.0814	.0887	.0911	.0888
20	.0046	.0097	.0177	.0286	.0418	.0559	.0692	.0798	.0866	.0888
21	.0024	.0055	.0109	.0191	.0299	.0426	.0560	.0684	.0783	.0846
22	.0012	.0030	.0065	.0121	.0204	.0310	.0433	.0560	.0676	.0769
23	.0006	.0016	.0037	.0074	.0133	.0216	.0320	.0438	.0559	.0669
24	.0003	.0008	.0020	.0043	.0083	.0144	.0226	.0329	.0442	.0557
25	.0001	.0004	.0010	.0024	.0050	.0092	.0154	.0237	.0336	.0446
26	.0000	.0002	.0005	.0013	.0029	.0057	.0101	.0164	.0246	.0343
27	.0000	.0001	.0002	.0007	.0016	.0034	.0063	.0109	.0173	.0254
28	.0000	.0000	.0001	.0003	.0009	.0019	.0038	.0070	.0117	.0181
29	.0000	.0000	.0001	.0002	.0004	.0011	.0023	.0044	.0077	.0125
30	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0006	.0013	.0026	.0049	.0083
31	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0003	.0007	.0015	.0030	.0054
32	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0001	.0004	.0009	.0018	.0034
33	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0005	.0010	.0020
34	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0006	.0012
35	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0003	.0007
36	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002	.0004
37	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0002
38	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001
39	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001

TABLE iii)

THE STANDARD NORMAL DISTRIBUTION

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4946
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990

iii) Sumber: Freund, John E. dan Perles, Benjamin M. (1974). Business Statistics. NJ.: Prentice-Hall, Inc. Hal.325.