STATISTIK 2 :

TEORI PELUANG DAN ESTIMASI

Oleh :

DRS. AKHIRMEN, M.Si

JURUSAN EKONOMI
FAKULTAS ILMU-ILMU SOSIAL
UNIVERSITAS NEGERI PADANG
2003

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah S.W.T., yang dengan rahmat dan ridho-Nya telah memberi petunjuk kepada penulis untuk menyelesaikan penulisan buku ini, dengan judul: "Statistik 2 : Teori Peluang dan Estimasi". Embrio buku ini berasal dari catatan kuliah dan makalah yang telah penulis kumpulkan selama ini. Sebagian besar materi buku ini berasal dari catatan-catatan kuliah yang penulis berikan kepada mahasiswa S1 jurusan Ekonomi, Fakultas Ilmu-Ilmu Sosial – Universitas Negeri Padang dan mahasiswa S1 Fakultas Ekonomi Universitas Ekasakti Padang yang mengambil mata kuliah Statistik 2. Inilah yang mendorong dipublikasikannya buku ini.

Sebuah karya sebenarnya sulit dikatakan sebagai usaha satu orang, tanpa bantuan orang lain. Demikian juga buku ini. Buku ini tidak akan mungkin terselesaikan tanpa adanya dorongan yang terus-menerus, bantuan dan kritik membangun dari banyak pihak. Pertama penulis mengucapkan terima kasih kepada Bapak Prof. Dr. H. Azinar Sayuti, MA., yang telah meluangkan waktu untuk membantu, membimbing, mengarahkan penulis selama ini, sehingga penulis dapat menyusun buku ini. Kedua penulis mengucapkan terima kasih kepada Prof. Dr. H. Agus Irianto yang telah membaca dan mereviuw buku ini, sehingga buku ini dapat lebih sempurna. Ketiga penulis mengucapkan terima kasih kepada Ketua dan Sekretaris Jurusan Ekonomi FIS UNP yang telah memberi kesempatan kepada penulis untuk menyusun buku ini. Dan ucapan terima kasih kepada semua pihak yang telah ikut membantu penulis dalam penyusunan buku ini. Hanya Allah S.W.T yang memberi pahala kepada semua pihak yang telah membantu penulis.

Penulis menyadari bahwa dalam analisis maupun dalam penyajian, buku ini masih jauh dari sempurna. Tiada gading yang tidak retak, kata pepatah. Namun upaya mencari gading yang tidak retak setidaknya telah penulis usahakan. Segala komentar, kritik maupun tanggapan mengenai buku ini akan diterima dengan senang hati. Penulis selalu belajar dari kritik betapapun kerasnya.

Akhirnya, segala kesalahan dan kekurangan adalah tanggung jawab penulis. Namun apabila terdapat kebenaran dalam buku ini semata hanya karena ridho, tuntunan dan petunjuk Allah, Sang Maha Pencipta.

Padang, 5 Nopember 2003

Penulis,

Akhirmen

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

Halaman

DAFTAR GAMBAR

Halaman

DAFTAR LAMPIRAN

Halaman

BAB I

PENDAHULUAN

Pada abad informasi ini berlaku hukum : "siapa yang lebih cepat mengetahui informasi, maka ialah yang unggul dalam persaingan". Unggul dalam persaingan yang dimaksud di sini adalah keberhasilan untuk memperoleh manfaat yang maksimal dari kesempatan (*opportunity*) yang ada. Statistika adalah satu alat yang dapat digunakan untuk mengolah data menjadi informasi yang diperlukan untuk mengambil keputusan dalam usaha memperoleh keunggulan dalam persaingan.

Dewasa ini statistika merupakan suatu ilmu yang penggunaannya makin dirasakan kepentingannya. Hampir semua bidang ilmu pengetahuan menggunakan statistika dalam rangka mengembangkan bidang masing-masing, sehingga dikenal statistika pertanian, statistika ekonomi, statistika kedokteran, statistika pendidikan, statistika ilmu-ilmu sosial dan sebagainya

Statistika dikembangkan dari pengalaman atau secara empiris, akan tetapi untuk menemukan kaidah-kaidahnya diperlukan bantuan matematika, terutama ilmu hitung peluang. Dengan demikian berkembangnya matematika, statistika juga ikut berkembang, sehingga aplikasinya semakin luas.

A. Statistik Deskriptif dan Statistik Induktif

Ada dua macam statistik sebagai suatu metode yaitu Statistik Deskriptif (*Descriptive Statistics*) dan Statistik Induktif (*Inductive Statistics*).

Statistik deskriptif adalah bidang ilmu statistik yang mempelajari tata cara pengumpulan, penyusunan, penyajian, penganalisisan dan penginterpretasian sekelompok data sehingga memberikan informasi yang berguna, misalnya dalam bentuk tabel frekuensi dan grafik, selanjutnya dilakukan pengukuran nilai-nilai statistiknya seperti *arithmetic mean* dan *standard deviation*. Sedang *statistik induktif (inferensial)* adalah bidang ilmu pengetahuan statistik yang mempelajari tata cara penarikan kesimpulan mengenai keseluruhan populasi berdasarkan data yang ada dalam suatu bagian dari populasi tersebut (data sampel). Kegiatan utama dalam statistik induktif adalah melakukan estimasi, pengujian hipotesis, dan prediksi. Statistik induktif membahas perilaku populasi berdasarkan data sampel yang dianalisis.

McClave dan Benson (1988) menulis tentang pengertian statistik inferensial, populasi dan sampel sebagai berikut :

> A statistical inference is a decision, estimate, prediction, or generalization about the population based on information contained in a sample.
> The population is a set of data that characterizes some phenomenon (in our situation, some business phenomenon).
> A sample is a sub set of data selected from the population.

Statistik inferensial adalah suatu keputusan, perkiraan, ramalan, atau generalisasi tentang keadaan populasi berdasarkan pada informasi yang terdapat dalam suatu sampel.

Populasi adalah suatu set data yang menunjukkan karakteristik beberapa peristiwa (dalam suatu situasi, beberapa peristiwa bisnis). Sedangkan suatu sampel adalah suatu subset data yang diambil dari populasi.

Pada hakekatnya statistik adalah suatu kerangka teori dan metode yang dikembangkan untuk melakukan pengumpulan, penganalisisan, dan pelukisan data sampel guna memperoleh kesimpulan yang bermanfaat. Fungsi utamanya adalah membantu peneliti untuk membuat keputusan yang relatif tentang parameter populasi dari mana data sampel diambil (Chao,1974:5).

Pengertian dua macam statistik tersebut menunjukkan bahwa ruang lingkup statistik induktif lebih luas dari pada statistik deskriptif. Penarikan kesimpulan yang dilakukan pada statistik induktif/inferensial merupakan generalisasi dari suatu populasi berdasarkan data sampel. Sedangkan penarikan kesimpulan (kalaupun ada) pada statistik deskriptif hanya ditujukan pada kumpulan data yang ada, bukan untuk tujuan generalisasi yang berlaku umum. Jadi kesimpulan yang dibuat pada statistik deskriptif berlaku khusus terhadap kelompok data yang dianalisis. Sedangkan kesimpulan yang dibuat pada statistik induktif berlaku untuk populasi.

Sesuai dengan ruang lingkupnya, analisis statistik deskriptif meliputi:

1. Distribusi frekuensi serta pengukuran nilai-nilai statistik, seperti : pengukuran nilai tendensi sentral, dispersi, *skewness*, dan pengukuran kurtosis dan grafik, seperti histogram, poligon, dan *ogive*.
2. Angka indeks.
3. *Time series analysis* atau analisis deret waktu.
4. Analisis regresi dan korelasi sederhana.

Sedang statistik induktif mencakup materi :

1. Teori probabilitas.
2. Distribusi teoritis.
3. Sampling dan distribusi sampling.
4. Estimasi harga parameter.
5. Uji hipotesis, termasuk uji *chy-square* dan analisis *varians*.
6. Analisis regresi dan prediksi.
7. Korelasi dan uji signifikansi dan analisis *varians*

Buku ini hanya membahas Teori Probabilitas dan Distribusi Teoritis.

B. Statistik Parametrik dan Statistik Nonparametrik

Statistik induktif terdiri atas dua macam, yaitu statistik parametrik dan nonparametrik. Pengambilan kesimpulan mengenai keseluruhan populasi didasarkan data sampel membutuhkan persyaratan atau kondisi-kondisi tertentu.

Dalam statistik induktif, kondisi atau persyaratan adalah parameter dari populasinya harus mengikuti distribusi tertentu (misalnya distribusinya normal) dan mempunyai varians yang homogen. Statistik induktif yang memenuhi persyaratan demikian termasuk dalam *Statistik Parametrik*. Apabila kondisi atau persyaratan itu tidak terpenuhi (biasanya karena jumlah observasinya sedikit atau tipe datanya nominal atau ordinal) dipakai *Statistik Nonparametrik*. Parameterik sama artinya dengan membahas parameter-parameter populasi dan nonparametrik tidak membahas parameter-parameter populasi.

Jadi statistik nonparametrik adalah bagian dari statistik inferensial yang berusaha untuk mengambil suatu kesimpulan mengenai keseluruhan populasi apabila kondisi parameter populasinya tidak memenuhi syarat yakni tidak mengikuti suatu distribusi tertentu (*free distribution*). Dengan perkataan lain uji statistik nonparametrik adalah uji yang modelnya tidak menetapkan syarat-syarat mengenai parameter-parameter populasi yang merupakan induk sampel penelitiannya.

C. Variabel Penelitian dan Pengukurannya

Sesudah variabel penelitian dirumuskan, peneliti harus menyusun alat pengukur yang tepat. Variabel adalah konsep yang mempunyai variasi nilai di mana minimal dapat dibedakan dalam dua atribut seperti variabel jenis kelamin yang dipisah dalam atribut laki-laki dan perempuan.

Skala pengukuran amat bervariasi . Skala yang sederhana adalah satu skala yang digunakan untuk mengukur beberapa karakteristik. Misalnya : apakah anda laki-laki atau perempuan ?. Skala yang kompleks adalah skala yang beragam yang digunakan untuk mengukur beberapa karakteristik. Misalnya bagaimana tanggapan anda tentang pemberantasan penyakit AIDS di kompleks lokalisasi pelacuran: sangat tidak setuju, tidak setuju, tidak peduli, setuju dan sangat setuju.

Sebelum melakukan observasi terhadap suatu variabel (peubah) yang akan diukur, terlebih dahulu perlu ditentukan skala pengukuran yang akan digunakan karena skala pengukuran ini akan mempengaruhi metode statistika yang digunakan. Di antara bermacam-macam skala pengukuran yang dapat dipergunakan untuk mengukur suatu ciri atau karakteristik objek amatan, dalam statistika dapat dilakukan klasifikasi terhadap skala pengukuran yang menunjukan empat tingkatan pengukuran, yaitu :

a. Skala Nominal
b. Skala Ordinal
c. Skala Interval atau Selang
d. Skala Nisbah atau Rasio

1. Skala Nominal

Nominal berasal dari kata *name*. Skala pengukuran nominal merupakan skala pengukuran yang paling sederhana. Skala pengukuran ini digunakan untuk mengklasifikasikan objek-objek amatan atau kejadian-kejadian dalam kelompok (kategori) yang terpisah untuk menunjukkan kesamaan atau perbedaan ciri-ciri tertentu dari objek.

Kategori-kategori (kelompok) yang ada sudah didefinisikan sebelumnya dan dilambangkan dengan kata-kata, huruf, simbol atau angka. Fungsi angka di sini hanya sebagai lambang yang menunjukkan ke dalam kelompok mana suatu pengamatan harus dimasukkan, maka nilai-nilai yang ada sama sekali tidak menunjukkan besarnya sesuatu yang diukur tadi dan tidak pula mengungkapkan perbandingan besar atau peringkat tertentu. Dengan demikian pada skala pengukuran nominal tidak dapat dilakukan pengolahan matematika seperti penambahan, pengurangan, pengalian dan pembagian.

Dengan skala pengukuran nominal setiap observasi harus dimasukkan hanya pada satu kategori saja tidak boleh lebih atau dengan kata lain antara kategori yang satu dengan lainnya harus saling meniadakan (tidak tumpang tindih). Kategori atau kelompok yang ada harus dibuat lengkap sehingga dapat menampung semua kemungkinan yang relevan bagi objek atau kejadian

Data nominal yaitu data yang dinyatakan dalam bentuk kategori. Sebagai contoh, industri di Indonesia oleh BPS digolongkan menjadi : (Kuncoro, 2003).

Contoh 1.1 :

- Industri rumah tangga, dengan jumlah tenaga kerjanya 1 – 4 orang yang diberi kategori 1.
- Industri rumah tangga, dengan jumlah tenaga kerjanya 5 – 19 orang yang diberi kategori 2.
- Industri rumah tangga, dengan jumlah tenaga kerjanya 20 – 100 orang yang diberi kategori 3.
- Industri rumah tangga, dengan jumlah tenaga kerjanya lebih dari 100 orang yang diberi kategori 4.

Angka yang menyatakan kategori ini menunjukkan posisi data sama derajatnya. Dalam contoh di atas, angka 4 tidak berarti industri besar nilainya lebih tinggi dibandingkan industri kecil yang angkanya 1. Angka ini hanya sekedar menunjukkan kategori yang berbeda.

Contoh 1.2 : Sekumpulan bunga yang ada di suatu taman diklasifikasikan menjadi bunga merah, putih atau kuning. Dengan pengklasifikasian ini kita dapat mengetahui apakah bunga yang ada di taman tersebut mempunyai klasifikasi yang sama atau tidak, tetapi tidak dapat diketahui apakah individu yang satu lebih besar atau lebih kecil dibandingkan yang lain. Selain itu karena kita hanya membuat tiga kelompok warna bunga, maka harus dilakukan penentuan untuk warna bunga merah muda masuk ke warna merah, warna bunga kuning muda masuk ke kuning dan sebagainya, sehingga tidak ada bunga yang masuk ke dalam dua kelompok warna.

2. Skala Ordinal

Dengan menggunakan skala pengukuran ordinal, objek-objek yang ada dapat digolongkan ke dalam kelompok (kategori) tertentu. Dibandingkan dengan skala nominal, angka atau huruf yang diberikan pada skala ordinal mengandung tingkatan, sehingga dari kelompok yang terbentuk dapat dibuat suatu urutan peringkat yang menyatakan hubungan lebih dari atau kurang dari menurut suatu aturan penataan tertentu.

Seperti halnya dalam skala nominal, kelompok-kelompok yang sudah didefinisikan sebelumnya juga menggunakan lambang angka atau huruf. Bilangan yang diberikan pada objek-objek atau kejadian-kejadian ketika mereka ditempatkan pada suatu skala ordinal hanya menyatakan tempatnya dalam suatu susunan. Mereka tidak menyatakan apa-apa mengenai jarak dari satu datum ke datum berikutnya sehubungan dengan karakteristik yang ada padanya. Dengan demikian jarak atau beda nilai antara nilai-nilai yang berbeda dari sepasang objek adalah tidak terukur.

Ukuran yang ada pada skala ordinal tidak memberikan nilai absolut pada objek, tetapi hanya memberikan urutan (*ranking*) saja. Jarak antara golongan satu dan golongan dua tidak perlu harus sama dengan jarak antara golongan dua dan tiga dan seterusnya. Dalam skala ordinal, peringkat yang ada tidak mempunyai satuan ukur.

Dengan menimbang karakteristik skala ordinal, dapat dilihat bahwa tingkat skala pengukuran ordinal lebih tinggi dari pada skala nominal, karena di sini selain dapat ditentukan objeknya sama atau tidak sama, juga dapat ditentukan mana yang lebih besar atau lebih kecil (secara umum mana yang lebih dan mana yang kurang).

Data ordinal adalah data yang dinyatakan dalam bentuk kategori, namun posisi data tidak sama derajatnya, karena dinyatakan dalam skala peringkat (Kuncoro, 2003).

Contoh 1.3 : Tingkat kepadatan penduduk suatu daerah diketegorikan :

- Sangat rendah diberi kode 1
- Rendah diberi kode 2
- Moderat diberi kode 3
- Tinggi diberi kode 4
- Sangat tinggi diberi kode 5

Contoh 1.4 : Diketahui bahwa bunga Melati lebih harum daripada bunga Soka. Sedangkan bunga Sedap Malam lebih harum dari pada bunga Melati. Di sini dapat dijumpai adanya peringkat keharuman dari ketiga jenis bunga tersebut, tetapi seberapa jauh perbedaan keharumannya tidak dapat diukur dengan pasti.

Contoh 1.5 : Bila kita mengatakan bahwa kursi ini lebih bagus dari yang itu. Di sini juga kita jumpai kondisi peringkat, tetapi seberapa jauh perbedaan kebagusan kursi juga tidak dapat diukur dengan pasti.

3. Skala Interval

Skala interval adalah suatu pemberian angka kepada kelompok dari objek-objek yang mempunyai sifat skala nominal dan ordinal ditambah dengan satu sifat lain yaitu jarak yang sama dari ciri atau sifat objek yang diukur.

Data skala interval diperoleh sebagai hasil suatu pengukuran dan biasanya mempunyai satuan pengukuran. Nilai-nilai dari objek dapat diperingkatkan dan diukur jarak diantaranya, dengan kecermatan tertentu dengan menyepakati dua titik penyajian sehingga kemudian apa yang disepakati mengenai satu satuan ukur dapat dimengerti.

Suatu ciri penting dari skala interval adalah datanya bisa ditambahkan, dikurangi, digandakan dan dibagi tanpa mempengaruhi jarak relatif diantara skor-skornya. Karakteristik penting lainnya adalah skala pengukuran ini tidak mempunyai nilai nol mutlak sehingga tidak dapat diinterpretasikan secara penuh besarnya skor dari rasio tertentu. Pada skala interval, rasio antara dua interval semua barang tidak tergantung pada nilai nol dan unit pengukuran.

Menurut Kuncoro (2003) data interval adalah data yang diukur dengan jarak di antara dua titik pada skala yang sudah diketahui.

Contoh 1.6 : Suhu udara dalam Celcius berkisar antara interval 0 derajat hingga 100 derajat, nilai GMAT atau TOEFL bagi mahasiswa yang mau belajar di luar negeri, jumlah bulan dalam satu tahun.

Contoh 1.7: Sebagai gambaran skala pengukuran interval dapat diperhatikan pengukuran suhu dalam skala celcius. Bila kita mempunyai tiga wadah yang berisi air dengan suhu 0^0 C, 50^0 C dan 100^0 C, maka selang suhu dari 0^0 C ke 50^0 C dan dari 50^0 C ke 100^0 C menyatakan adanya perbedaan suhu-suhu yang sama antara kedua selang suhu tersebut. Meskipun demikian tidak dapat dikatakan bahwa air yang bersuhu 100^0 C dua kali lebih panas daripada air yang bersuhu 50^0 C. Selain itu juga diketahui bahwa titik suhu 0^0 C hanyalah merupakan suatu titik yang didefinisikan sebagai suhu air yang mencair dari es pada tekanan 1 atm.

Contoh 1.8: Untuk melengkapi gambaran tentang skala pengukuran ini sekali lagi dapat kita perhatikan pengukuran suhu dalam skala Celcius dan Farenheit.

C	0	10	30	100
F	32	50	86	212

Bila diperhatikan rasio suhu pada skala Celcius untuk (30 – 10) / (10 – 0) = 2 dan rasio suhu pada skala Farenhit (86 – 50) / (50 – 32) = 2. Rasio dari keduanya sama yaitu 2, tetapi bila diperhatikan rasio antara dua nilai pada masing-masing unit pengukuran tersebut tidak sama (100/10 dalam skala Celcius = 10 tetapi 212 / 50 pada skala Fahrenheit = 4,24).

4. Skala Rasio

Skala rasio adalah skala pengukuran yang mempunyai semua sifat skala pengukuran sebelumnya ditambah dengan satu sifat lain yaitu memberikan keterangan tentang nilai absolut dari objek yang diukur.

Skala rasio menggunakan titik baku mutlak (titik nol mutlak). Angka pada skala rasio menunjukkan nilai yang sebenarnya dari objek yang diukur, sedangkan besar satu satuan ukur ditetapkan dengan suatu perjanjian tertentu. Pada skala rasio, jarak dan waktu pengukuran mempunyai titik nol sejati dan rasio antara titik skala tidak tergantung pada unit pengukuran.

Menurut Kuncoro (2003) data rasio adalah data yang diukur dengan suatu proporsi atau persentase. Misalnya persentase jumlah pengangguran di Sumatera Barat, persentase pendapatan yang digunakan untuk konsumsi dalam suatu rumah tangga.

Contoh 1.9: Bila ingin membandingkan berat dua benda, berat benda A 50 gram dan benda B 100 gram. Di sini dapat diketahui berat benda B dua kali berat benda A. Karena nilai variabel numerik berat mengungkapkan suatu rasio dengan nilai 0 sebagai titik bakunya.

Contoh 1.10: Bila kita melakukan pengukuran berat dalam pon dan dalam ons.

Pon	1	2	3	4
Ons	5	10	15	20

Rasio antara dua nilai dalam pon (4/1 = 4) sama dengan rasio dua nilai dalam ons (20/5 = 4).

Rasio antara dua selang nilai dalam pon (4 – 3)/(3 – 2) = 1 sama dengan rasio dua nilai dalam ons (20 – 15)/(15 – 10) = 1.

Perlu diperhatikan bahwa skala pengukuran yang lebih tinggi dapat diubah menjadi skala pengukuran yang lebih rendah, tetapi hal yang sebaliknya tidak dapat dilakukan. Variabel yang terlanjur diukur dengan skala nominal tidak dapat ditingkatkan lagi pengukurannya ke skala pengukuran ordinal, interval atau rasio, akan tetapi sebaliknya bila suatu variabel terlanjur diukur dalam skala rasio/interval, maka hasil pengukurannya dapat diubah ke ordinal atau nominal.

Sebagai gambaran bila kita dihadapkan dengan dua buah mobil, dan kita terlanjur melakukan pengukuran dengan skala nominal dengan menggolongkannya menjadi mobil bagus dan jelek. Informasi yang diperoleh hanyalah menyatakan mobil mana yang masuk kategori bagus dan mana yang masuk dalam kategori jelek, tanpa informasi lainnya. Bila kita ditanya sampai seberapa jauh perbedaan kebagusan, maka kita tidak bisa memberi gambaran karena tidak ada data yang tersedia. Bila kedua mobil tersebut ingin dibandingkan dari segi harganya, kita juga tidak dapat memberikan gambaran karena sekali lagi informasi yang diperoleh tidak memberikan gambaran tentang itu.

Sebaliknya bila kedua mobil diukur dalam skala rasio misalnya dari segi harganya. Dengan mengetahui harga ke dua mobil tersebut kita bisa mengetahui berapa besarnya selisih harga kedua mobil, mobil mana yang lebih bagus, mobil mana yang masuk kelas bagus dan yang masuk kelas jelek.

Dengan pertimbangan di atas, karena informasi yang diperoleh lebih banyak bila digunakan skala pengukuran yang lebih tinggi dan dengan melihat bahwa bila diperlukan skala pengukuran yang lebih.

Contoh-contoh nilai statistik yang cocok dan uji statistik yang sesuai bagi keempat skala pengukuran variabel tersebut dapat diperiksa pada Tabel 1.1.

Tabel 1.1
Empat Tingkatan Pengukuran Variabel dan
Statistik yang Cocok untuk Masing-Masing Tingkat

<table>
<tr><th>Skala</th><th>Contoh-contoh Statistik yang cocok</th><th>Uji Statistik yang sesuai</th></tr>
<tr><td>Nominal</td><td>Modus / Mode
Frekuensi
Koefisien kontingensi</td><td rowspan="2">Uji Statistik Nonparametrik</td></tr>
<tr><td>Ordinal</td><td>Median
Kuartil
Desil
Fresentil
Spearman r_s
Kendall R
Kendall W
Mann – Whitney
Kruskal-Wallis</td></tr>
<tr><td>Interval</td><td>Mean (Rata-rata)
Deviasi standar
Korelasi product moment
Pearson
Korelasi product moment berganda</td><td rowspan="2">Uji statistik nonparametrik dan parametrik</td></tr>
<tr><td>Ratio</td><td>Mean geometric
Koefisien variasi</td></tr>
</table>

Catatan : Skala ratio & interval statistiknya bisa sama.

Sumber: Sidney Siegel, Nonparametric Statistic for Behavioral Sciences, (Tokyo: McGraw-Hill Kogakusha, Ltd, 1956).

D. Soal-Soal Untuk Latihan

1. Jelaskan kegunaan/peranan statistika dalam era globalisasi saat ini
2. Jelaskan perbedaan yang mendasar antara statistik deskriptif dan statistik induktif.
3. Tunjukkanlah apakah contoh-contoh di bawah ini menggunakan analisis dengan menggunakan statistik deskriptif atau statistik induktif :
   a. Menghitung rata-rata, median, modus dan standar deviasi data pendapatan 20 orang kepala keluarga di desa Telbet.
   b. Berdasarkan data sampel, dilakukan pengujian hipotesis tentang hubungan pendapatan dengan konsumsi keluarga di kecamatan Batang Kapas dengan tingkat kepercayaan 95 %.
   c. Dibuat kesimpulan tentang hasil pengujian hipotesis data sampel
   d. Dibuat kesimpulan tentang hasil analisis data, tetapi kesimpulan itu hanya berlaku terhadap data yang dianalisis saja.
   e. Dibandingkan rata-rata dan standar deviasi dua kelompok data
4. Jelaskan pengertian populasi penelitian dan kemukakan contoh-contoh yang relevan.
5. Jelaskan perbedaan yang mendasar antara statistik parametrik dan statistik nonparametrik dan tuliskan masing-masing 3 buah rumus yang terdapat dalam statistik tersebut..
6. Jelaskan pengertian variabel penelitian dan kemukakan 5 buah contoh variabel yang terdapat dalam ilmu ekonomi.
7. Tuliskan 4 macam skala pengukuran variabel.
8. Jelaskan pentingnya skala variabel ditentukan dalam penelitian !.
9. Tuliskan masing-masing 3 (tiga) buah contoh variabel yang skala pengukurannya nominal, ordinal, interval dan rasio.
10. Jika peneliti menghubungan jenis kelamin dengan pendapatan, rumus statistik apa yang cocok dipakai untuk menguji hubungan itu

BAB II

TEORI PROBABILITAS

A. Pengertian

Istilah probabilitas berasal dari bahasa Inggris yaitu *probability* yang artinya adalah kemungkinan atau peluang atau kesempatan atau kebolehjadian. Kata kemungkinan sering dipakai dalam kehidupan sehari-hari. Misalnya mungkinkah hari akan hujan nanti malam ?, mungkinkah suatu restouran banyak pengunjungnya ?, mungkinkah anda menjadi orang kaya kelak ?, mungkinkah kita bisa hidup sampai umur 60 tahun ?, mungkinkah anda pada besok pagi jam 08.00 akan menerima kedatangan teman lama ?, dan berbagai kemungkinan yang selalu menyertai kehidupan kita, yang merupakan ciri khas makhluk manusia normal.

Masalah sekarang adalah sejauh manakah kemungkinan-kemungkinan itu akan menjadi kenyataan ?. Yakinkah anda bahwa kemungkinan yang selalu membuntuti anda selama ini akan menjadi kenyataan 100 % atau dengan kata lain bahwa segala kemungkinan yang membuntuti anda akan terjadi dengan pasti ?. Hanya Allah SWT yang dapat mengetahui segala kepastian yang anda pertanyakan itu. Sedangkan kita sebagai manusia hanya sekedar diberi "harapan" dan harapan itu mempunyai kadar/tingkatan. Berapa persenkah kemungkinan suatu peristiwa akan menjadi kenyataan ?.

Semua kejadian di alam ini sifatnya tidak pasti, artinya kita tidak dapat mengetahui secara pasti hasil akhir kejadian tersebut. Terlebih lagi, jika kejadian itu menyangkut masa yang akan datang. Untuk menghadapi keadaan yang tidak pasti biasanya orang mengandalkan tebakan. Dari tebakan muncul peluang kejadian yang bersangkutan, yang kemudian melahirkan sebuah teori yang dikenal dengan teori probabilitas.

Dalam statistika disediakan suatu teori untuk mengetahui kadar kemungkinan terjadinya suatu peristiwa yang disebut dengan teori probabilitas. Dengan teori probabilitas memberikan cara pengukuran kuantitatif tentang tingkat kepastian terjadinya suatu peristiwa.

Sebagaimana dikemukakan di atas bahwa kemungkinan terjadinya suatu peristiwa (*event*) mempunyai tingkatan atau kadar, besar kecilnya kemungkinan itu sering dipergunakan untuk dasar pembuatan keputusan, misalnya kemungkinan besar akan turun hujan dan banjir maka seseorang memutuskan tidak masuk kantor, kemungkinan besar penjualan akan meningkat maka perusahaan akan menambah produksi barang, kemungkinan besar perusahaan akan mengalami kerugian maka tenaga kerja yang melamar tidak diterima. Seorang pengusaha akan dihadapkan pada masalah berhasil tidaknya usaha yang dikelolanya. Seorang mahasiswa akan dihadapkan masalah berhasil tidak ujian mata kuliah Statistik 2 yang sedang ditempuh, dan sebagainya. Teori peluang mempunyai peranan yang sangat penting di dalam kehidupan sehari-hari pada berbagai bidang disiplin ilmu.

Mendenhall dan Reinmuth, (1982) menulis pengertian probabilitas, yakni *Probability is a measure of a likelihood of the occurance of random event.* Probabilitas adalah suatu nilai yang digunakan untuk mengukur tingkat terjadinya suatu peristiwa yang acak.

Jadi *probabilitas* adalah suatu bilangan relatif yang menyatakan besarnya kemungkinan terjadinya suatu peristiwa yang sifatnya jangka panjang. Jika peristiwa itu disebut A, maka probabilitas terjadinya peristiwa A dapat ditulis dengan P(A).

Hasan (1999) menulis bahwa probabilitas adalah suatu indeks atau nilai yang digunakan untuk menentukan tingkat terjadinya suatu kejadian yang bersifat random (acak). Oleh karena probabilitas merupakan suatu indeks atau nilai maka probabilitas memiliki batas-batas yaitu dari 0 sampai 1.

Perkembangan teori probabilitas dimulai sejak abad ketujuh belas, ahli-ahli yang mempunyai andil dalam perkembangan teori probabilitas antara lain adalah para matematikawan Perancis bernama Blaise Pascal (1623 – 1662) dan Pierre Fermat (1601 – 1665). Mereka menjabarkan probabilitas secara tepat mengenai permainan judi, oleh karenanya tak usah heran jika contoh-contoh kasusnya banyak berkisar pada permainan dadu, permainan kartu atau pelemparan koin (mata uang logam). Selanjutnya berturut-turut muncul berbagai karya ilmiah dari Huygens (1657), J.Bernaulli (1713), De Moivre (1718) serta Bayes (1764). Karya mereka dalam perhitungan probabilitas berhubungan dengan teori permutasi dan kombinasi dari berbagai macam permainan dadu dan permainan kartu. Probabilitas secara numerik mengenai berbagai macam dadu sebelumnya telah dihitung oleh Girolamo Cardono (1501 – 1576) dan oleh Galilei (1564 – 1642).

Dewasa ini, teori probabilitas menjadi salah satu alat utama dari statistik induktif, sehingga sulit kalau membicarakan statistika induktif tanpa memahami arti probabilitas. Pengetahuan mengenai teori probabilitas dapat memberikan interpretasi terhadap hasil yang diperoleh dalam statistika induktif, karena banyak prosedur statistika induktif yang menghasilkan kesimpulan yang diambil dari sampel-sampel yang selalu dipengaruhi oleh variasi acak (variasi random). Dengan bantuan teori probabilitas variasi acak tersebut dapat secara numerik dalam menghasilkan kesimpulan statistika. Teori probabilitas itu juga merupakan alat penting dalam bidang rekayasa, sains, obat-obatan, meteorologi, fotografi yang berasal dari kapal ruang angkasa, marketing, ramalan gempa bumi dan tingkah laku manusia.

Dengan dipergunakannya teori peluang sebagai dasar penerapan statistika, dewasa ini semakin banyak orang mempelajari teori peluang sebagai alat untuk mengerti fenomena sosial dan memecahkan permasalahan dari berbagai disiplin ilmu. Selain itu semakin disadari bahwa sesungguhnya peluang merupakan bagian yang tak terpisahkan dari kehidupan kita setiap hari, karena dalam kehidupan sehari-hari setiap orang akan berhadapan dengan masalah-masalah ketidakpastian.

Peluang berhubungan erat dengan kesempatan (*chance*). Peluang berkaitan dengan percobaan (*trial*). Percobaan adalah suatu tindakan yang dilakukan untuk menemukan apa yang akan terjadi tentang suatu peristiwa yang mengandung unsur kesempatan. Proses dari pelaksanaan percobaan itu merupakan perbuatan random (*stokastic).* Pengertian percobaan dalam probabilitas luas, artinya percobaan itu tidak hanya dilakukan di dalam ruang saja, tetapi dapat pula dilakukan di lapangan. Dari segi waktu percobaan itu tidak hanya dilakukan pada saat ini, tetapi dapat juga berdasar percobaan pada masa lalu.

Dari suatu percobaan dapat terjadi suatu peristiwa. Kejadian (peristiwa) adalah suatu himpunan bagian dari ruang sampel. Sedangkan ruang sampel adalah himpunan dari seluruh terjadinya peristiwa atau jumlah frekuensi. Titik sampel adalah kejadian dasar, hasil dari suatu percobaan.

Di alam ini terdapat dua macam peristiwa, yaitu peristiwa yang pasti terjadi dan peristiwa yang mustahil terjadi. Peristiwa yang pasti terjadi peluangnya = 1, misalnya manusia pasti akan meninggal kelak, air hujan jatuh ke bawah, air sungai mengalir ke hilir, matahari terbit sebelah timur dan terbenam sebelah barat. Peristiwa yang mustahil terjadi peluangnya = 0, misalnya spidol menjadi sebatang rokok Dji Sam Sue, munculnya sisi 7 dari pelambungan sebuah mata dadu.

B. Pendekatan Menentukan Probabilitas.

Ada tiga pendekatan dalam menentukan peluang suatu peristiwa, yaitu (1) Pendekatan Klasik atau A Priori (2) Pendekatan Empiris dan (3) Pendekatan Subjektif (Djarwanto : 1985, hal 2). Berikut akan diuraikan satu persatu :

1. Pendekatan Klasik atau A priori

Konsep dasar pendekatan klasik adalah setiap peristiwa yang bakal terjadi dari suatu percobaan (eksperimen) mempunyai kesempatan yang sama untuk terjadi (*equally likely outcomes*), artinya dalam menentukan peluang suatu peristiwa sebelum percobaan dilakukan.

Contoh 2.1 : Jika kita mempunyai sebuah mata uang logam yang mempunyai dua sisi yaitu sisi yang bertuliskan angka (disebut peristiwa A) dan sisi yang bertuliskan gambar (disebut peristiwa B). Kita mengatakan probabilitas terjadinya A adalah ½ dan probabilitas terjadinya B juga ½ atau dengan cara yang lebih singkat dapat ditulis :

$$P(A) = 0{,}50 \quad \text{dan} \quad P(B) = 0{,}50$$

Contoh 2.2 : Jika kita akan melambungkan sebuah dadu, dadu tersebut mempunyai 6 sisi, maka kita dapat mengatakan bahwa probabilitas

$$P(1) = 1/6 \qquad P(4) = 1/6$$
$$P(2) = 1/6 \qquad P(5) = 1/6$$
$$P(3) = 1/6 \qquad P(6) = 1/6$$

Contoh 2.3 : Sebuah kantong berisi 3 bola putih dan 7 buah bola kuning, kalau secara sembarangan diambil sebuah bola dari dalam kantong itu, maka probabilitas untuk mendapatkan bola kuning sebesar 0,70 (70%).

Contoh 2.4 : Pada saat sebelum pertandingan sepak bola antara kesebelasan Semen Padang dengan kesebelasan Persija Jakarta, kita mengatakan bahwa kesebelasan Semen Padang akan menang 50 % dan kalah 50 %.

Contoh-contoh di atas dapat diperbanyak dengan mudah dari peristiwa peristiwa yang kita alami dalam kehidupan sehari-hari. Dan dari contoh-contoh itu dapat penulis kemukakan pengertian probabilitas menurut pendekatan klasik yaitu probabilitas adalah kemungkinan terjadinya suatu peristiwa di antara keseluruhan peristiwa yang bisa terjadi. Peristiwa di sini adalah bersifat saling lepas (*mutually exclusive*) dan memiliki kesempatan yang sama untuk terjadi. Jika peristiwa itu adalah A maka kemungkinan terjadinya A adalah :

Rumus : $\boxed{P(A)=\frac{x}{n}}$ ....(2.1)

Di mana :

P(A) = Probabilitas peristiwa A

x = Peristiwa yang diinginkan terjadi

n = Jumlah keseluruhan peristiwa

Jadi peluang peristiwa A (yang diinginkan sukses) adalah jumlah dari sukses (x) dibagi dengan jumlah kemungkinan hasil (n) dari percobaan tersebut.

Jika kita menginginkan terjadi bukan peristiwa A, maka probabilitas bukan peristiwa A adalah :

Rumus : $\boxed{P(\overline{A})=1-P(A)}$ ....(2.2)

$$P(A)=\frac{n-x}{n}=\frac{n}{n}-\frac{x}{n}=1-\frac{x}{n}$$

$$kalau\,x=0;P(A)=\frac{0}{n}=0$$

$$kalau\,x=1;P(A)=\frac{n}{n}=1$$

$$Jadi\ 0\leq P(A)\leq 1$$

oleh karena itu nilai suatu peluang maksimum 1 (100 %) dan minimum 0 (0 %). Dalam realitas kondisi ekstrim dengan peluang 0 atau 1 jarang sekali didapati, yang sering terjadi adalah peluang munculnya peristiwa antara 0 dan 1, misalnya P = 0,80 ; berarti peluang munculnya suatu peristiwa adalah 80 %. Konsep peluang ini diharapkan dapat digunakan untuk mendekati masalah-masalah yang mengandung ketidakpastian.

Suatu peristiwa yang nilai kemungkinannya sama dengan 0 (nol) disebut dengan peristiwa yang mustahil terjadi, misalnya kemungkinan terjadinya pena dari sebatang rokok, kemungkinan munculnya dadu bermata 7, kemungkinan laki-laki melahirkan dan sebagainya.

Sebaliknya peristiwa yang nilai kemungkinannya sama dengan satu, disebut dengan peristiwa yang pasti terjadi, misalnya kemungkinan semua makhluk hidup di dunia ini akan mati, ayam betina akan bertelur, matahari terbit sebelah timur.

Contoh 2.5 : Seorang manejer koperasi mengatakan bahwa dari 500 orang anggotanya, ada 100 orang yang tidak puas dengan layanan koperasi. Pada suatu hari kita bertemu dengan anggota koperasi tersebut. Berapakah probabilitas bahwa anggota yang bertemu itu tidak puas dengan layanan koperasi ?.

Jawab : Diketahui : n = 500

x = 100 A = Anggota yang tidak puas

maka

$$P(A) = \frac{x}{n}$$

$$P(A) = \frac{100}{500} = 0{,}20 \; atau \; 20\%$$

Perhitungan probabilitas dengan pendekatan klasik yang dibahas di atas harus diketahui lebih dahulu jumlah peristiwa secara keseluruhan, yang dalam prakteknya sulit dilaksanakan.

2. Pendekatan Empiris

Banyak peristiwa yang probabilitasnya tidak dapat diukur/ ditaksir dengan cara klasik, karena kita tidak dapat menentukan peristiwa-peristiwa elementer yang kemungkinan terjadinya. Berapa probabilitas seseorang akan mengenai botol yang akan ditembaknya dari jarak tertentu, tidak dapat kita tentukan sebelum dilakukan percobaan berulang-ulang. Jika dari 300 kali menembak botol, yang kena sebanyak 160 kali, maka saat itu kita taksir kemungkinan probabilitas mengenai botol (x) atau p (x) : yaitu dengan cara perbandingan antara beberapa kali mengenai botol (fi) dengan jumlah penembakan (n) sehingga probabilitas untuk peristiwa ini adalah :

$$P(x) = \frac{fi}{n} = \frac{160}{300} = 16/30 \; atau \; 0{,}5333$$

Tetapi nilai taksiran P(x) yang lebih banyak tentulah, jika n adalah besar, sehingga didefenisikan :

Rumus: $$P(x) = \lim_{n \to \infty} \frac{f_i}{n} \qquad \text{..........................(2.3)}$$

di mana : $P(x)$ = probabilitas peristiwa x_i

f_i = frekuensi peristiwa i

n = banyaknya peristiwa yang bersangkutan

Maksud dari rumus 2.3 di atas adalah bahwa probabilitas suatu peristiwa merupakan limit dari frekuensi relatif.

Pendekatan frekuensi relatif didasarkan pada :

(1) pengamatan frekuensi relatif dari suatu peristiwa dalam percobaan yang dilakukan berulangkali.

(2) Proporsi waktu dari suatu peristiwa dalam jangka panjang bila kondisi stabil.

Pendekatan frekuensi relatif adalah pendekatan yang menggunakan perhitungan frekuensi relatif yang didasarkan pada terjadinya peristiwa masa lalu sebagai suatu peluang. Pendekatan frekuensi relatif ini menunjukkan seringnya sesuatu terjadi pada masa lalu dan digunakan untuk memprediksi peluang bahwa sesuatu tersebut akan terjadi lagi di masa datang.

Probabilitas yang diperoleh taksirannya dengan cara melakukan lebih dahulu percobaan-percobaan atau menggunakan hasil percobaan masa lalu disebut dengan pendekatan empiris atau probabilitas statistik. Untuk lebih jelasnya perhatikan tabel berikut.

Peristiwa (X)	Frekuensi	Frekuensi Relatif
X_1	f_1	f_1/n
X_2	f_2	f_2/n
-	-	-
-	-	-
X_t	f_t	f_t/n
Jumlah ……..	$f_i = n$	$f_i / n = 1$

Contoh 2.6 : Berikut adalah Nilai Mata Kuliah Statistika 2 dari 100 orang mahasiswa Jurusan Ekonomi FIS Universitas Negeri Padang pada semester Juli - Desember 2003.

Nilai Statistika 2	Jumlah Mahasiswa
A	10
B	25
C	40
D	20
E	5
Jumlah	100

Tentukanlah probabilitas mahasiswa yang memperoleh nilai A dan nilai C serta peluang bukan nilai B ?.

Nilai (x_i)	Frekuensi	Frekuensi Relatif
A	10	10/100
B	25	25/100
C	40	40/100
D	20	20/100
E	5	5/100
Jumlah	100	100/100 = 1

tentu P (nilai A) = 10/100 dan

P (nilai C) = 40/100

P (bukan nilai B) = 75/100

3. Pendekatan Subjektif

Menurut Pendekatan ini, probabilitas ditentukan berdasarkan perasaan atau kira-kira dari seseorang. Jadi cara ini dipengaruhi oleh pribadi seseorang sehingga bersifat subjektif. Pendekatan subjektif menitik beratkan probabilitasnya di antara 0 dan 1 terhadap suatu peristiwa, sesuai dengan derajat kepercayaan akan terjadinya peristiwa itu. Setiap orang dapat berbeda derajat kepercayaannya terhadap suatu peristiwa, karena tergantung nilai, pengalaman, sikap, dan lain-lain, sesuai dengan apa yang ia miliki baik berbentuk data kualitatif maupun kuantitatif. Tetapi, seseorang harus benar-benar berhati-hati dan konsisten dalam memberikan besarnya nilai probabilitas terhadap suatu peristiwa, kalau tidak, ia akan kehilangan arah dalam memberikan kesimpulan. Di dalam statistika derajat keyakinan (*level of confidence*) itu merupakan hal penting dalam memberikan keputusan secara statistika. Jadi pendekatan subjektif adalah pendekatan yang didasarkan pada tingkat kepercayaan individu yang membuat dugaan terhadap suatu peluang.

Contoh 2.7 : Misalnya jika peristiwa Y dan Z terjadi dalam suatu kondisi yang sama dan kita dua kali lebih yakin akan terjadinya peristiwa Y, probabilitas peristiwa Y atau P (Y) = 2/3 dan P (Z) = 1/3.

Contoh 2.8: Seorang mahasiswa menetapkan peluang untuk memperoleh nilai A dalam mata kuliah Statistika 2 sebesar 90 %. Relatif besarnya angka peluang ini ditetapkan oleh mahasiswa tersebut, karena memperoleh nilai A pada mata kuliah Statistika 1. pada semester yang lalu.

Contoh 2.9 : Pada saat sebelum pertandingan sepak bola antara kesebelasan Semen Padang dengan kesebelasan Persija Jakarta, kita mengatakan bahwa kesebelasan Semen Padang akan menang sebesar 95 %. Hal ini didasarkan atas pengalaman pada masa lalu, bahwa kesebelasan Semen Padang selalu menang main di kandang. Mungkin si B mengatakan kemungkinan kesebelasan Semen Padang menang sebesar 80 %. 1

C. Hubungan Pendekatan Klasik dan Empiris

Pendekatan klasik berbeda dengan pendekatan empiris. Sering kali keduanya menghasilkan probabilitas yang tidak sama. Dapat diuraikan dengan contoh berikut.

Menurut pendekatan klasik probabilitas munculnya permukaan A sama dengan probabilitas munculnya permukaan B dari pelemparan satu buah mata uang logam yang simetris atau P(A) = P(B) = 0,50. Jika mata uang logam itu dilemparkan 100 kali, maka diperkirakan akan mendapat 50 permukaan A dan 50 pula permukaan B. Hal yang sama juga ditemui dari pelemparan mata dadu, dimana sama besarnya probabilitas munculnya setiap sisi dadu { P(1) = 1/6; P(2) =1/6; P(3) = 1/6; P(4) = 1/6; P(5) = 1/6; P(6) = 1/6 }.

Tetapi menurut pendekatan empiris mungkin saja dari 100 kali melempar mata uang logam diperoleh permukaan A sebanyak 40 kali dan permukaan B sebanyak 60 kali, jadi P(A) = 0,40 dan P(B) = 0,60. Mungkin juga diperoleh permukaan A sebanyak 80 kali dan permukaan B sebanyak 20 kali atau P(A) = 0,80 dan P(B) = 0,20; tergantung dari hasil pelemparan itu. Dengan demikian jelaslah bahwa kedua pendekatan ini sering berbeda hasilnya kalau melemparkan hanya 100 kali.

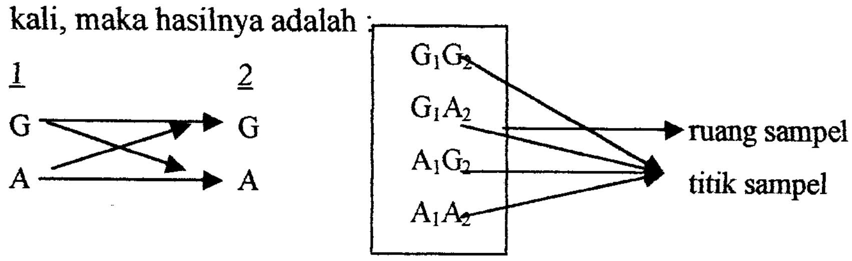
Menurut Hadi (1986) jika semakin besar frekuensi pelemparan mata uang, maka probabilitas yang dihasilkan (probabilitas empiris) akan semakin mendekati probabilitas klasik (teoritis) dan bisa saja sama kalau percobaan tersebut tidak terhingga.

D. Ruang dan Titik Sampel

Seluruh kemungkinan-kemungkinan peristiwa yang muncul dalam suatu percobaan (eksperimen) disebut dengan ruang sampel, karena terdiri dari segala sesuatu yang dapat terjadi. Sedangkan menurut Supranto (2000) ruang sampel adalah himpunan dari seluruh kemungkinan hasil, yang terdiri dari beberapa titik sampel.

Ruang sampel disebut juga himpunan semesta atau himpunan pembicaraan tentang peristiwa-peristiwa yang mungkin terjadi dari suatu percobaan. Tiap anggota ruang sampel disebut juga dengan titik sampel. Banyak titik sampel yang terjadi dari dua peristiwa adalah sama dengan hasil perkalian banyaknya kemungkinan yang mungkin terjadi dari masing-masing kejadian. Misalnya pada dua buah mata uang logam yang dilambungkan bersama-sama, kita ketahui bahwa tiap mata uang logam itu hanya ada 2 permukaan yang mungkin terlihat yaitu permukaan gambar (G) dan permukaan angka (A). maka banyak titik sampel dari dua mata uang yang dilambungkan bersama-sama itu adalah 2 x 2 = 4 buah titik sampel, perhatikan contoh berikut.

Contoh 2.10 : Dua mata uang logam dilambungkan bersama-sama satu kali, maka hasilnya adalah :



Jadi jika kita melambungkan dua mata uang logam sekali gus, maka titik sampel sebanyak 4 buah (asalnya 2^2); tiga mata uang logam dilambung, maka titik sampelnya sebanyak $2^3 = 8$ buah ; empat mata uang logam, titik sampelnya $2^4 = 16$; dua mata dadu dilambungkan, titik sampelnya $6^2 = 36$ dan tiga mata dadu dilambungkan sekali gus, maka titik sampelnya $6^3 = 216$

Contoh 2.11: Jika dilambungkan sebuah dadu Hijau (H) dan Kuning (K) kemungkinan hasilnya akan berjumlah 6 x 6 = 36 buah titik sampel.

K \ H	1	2	3	4	5	6
1	(1.1)	(1.2)	(1.3)	(1.4)	(1.5)	(1.6)
2	(2.1)	(2.2)	(2.3)	(2.4)	(2.5)	(2.6)
3	(3.1)	(3.2)	(3.3)	(3.4)	(3.5)	(3.6)
4	(4.1)	(4.2)	(4.3)	(4.4)	(4.5)	(4.6)
5	(5.1)	(5.2)	(5.3)	(5.4)	(5.5)	(5.6)
6	(6.1)	(6.2)	(6.3)	(6.4)	(6.5)	(6.6)

Dari tabel di atas dapat diambil beberapa kesimpulan antara lain :

- Probabilitas tiap titik sampel yang terdapat dalam ruang sampel pada tabel di atas adalah 1/36.
- Titik sampel yang anggota-anggotanya mata dadu hijau sama dengan mata dadu kuning yaitu : (1.1); (2.2); (3.3); (4.4); (5.5); (6.6). Probabilitas masing-masingnya = 6/36 = 1/6
- Susunan ruang sampel, yang titik sampelnya beranggotakan dadu hijau bermata ganjil, sedangkan dadu kuning bermata prima yaitu :
  S = {(M,K) / M = ganjil; K = prima}
  (1.2); (1.3); (1.5); (3.2); (3.3); (3.5); (5.2); (5.3); (5.5). Tentu probabilitas dari masing-masing titik sampel = 9/36 = 1/4.
- Probabilitas titik sampel yang jumlah anggota-anggotanya ≥ 8 = 15/36 = 5/12 (karena ada 15 buah titik sampel). Dan probabilitas titik sampel yang jumlah anggota-anggotanya ≤ 5 = 10/36 = 5/18.

E. Himpunan

1. Pengertian

Untuk memahami teori probabilitas, terlebih dahulu harus mengerti dan memahami teori himpunan. Himpunan adalah kumpulan objek yang dapat didefinisikan dengan jelas dan dapat dibeda-bedakan. Setiap objek secara kolektif membentuk himpunan tersebut disebut elemen atau anggota dari himpunan tersebut.

Himpunan ditulis dengan pasangan kurung kurawal { } dan biasanya nama himpunan dinyatakan dengan huruf kapital, seperti : A, B, C ... Z. Anggota himpunan ditulis dengan lambang $\in$; bukan anggota himpunan dengan lambang $\notin$.

2. Penulisan Himpunan

Himpunan dapat ditulis dengan dua cara, yaitu cara pendaftaran dan cara pencirian atau kaidah.

Cara Pendaftaran: dengan cara pendaftaran, elemen himpunan ditulis satu persatu atau didaftar.

Contoh 2.12 : 1) $A = \{a, e, i, o, u\}$

2) $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

Cara penulisan seperti contoh (2.12) menghasilkan data diskrit. Kelemahan cara pendaftaran ini adalah jika banyak elemennya, kita harus menuliskan satu persatu nama-nama elemennya. Jika elemennya 100 orang mahasiswa, harus ditulis satu-persatu nama mahasiswanya.

Cara pencirian : dengan cara pencirian, elemen himpunan ditulis dengan menyebutkan sifat-sifat atau ciri-ciri elemen himpunan tersebut.

Contoh 2.13 : 1) $A = \{X : x = \text{huruf hidup}\}$

2) $B = \{X : 1 \leq x \leq 5\}$

Cara penulisan seperti contoh (2.12) menghasilkan data kontinum.

3. Macam-Macam Himpunan

a. Himpunan semesta

Himpunan semesta adalah himpunan yang memuat seluruh objek yang dibicarakan atau himpunan yang menjadi objek pembicaraan. Himpunan semesta dilambangkan dengan S atau U

b. Himpunan kosong

Himpunan kosong adalah himpunan yang tidak memiliki anggota. Himpunan kosong dilambangkan dengan ϕ atau { }

c. Himpunan bagian

Himpunan bagian adalah himpunan yang menjadi bagian dari himpunan lain. Himpunan A merupakan himpunan bagian dari B jika setiap unsur A merupakan unsur B atau A termuat di dalam B atau B memuat A.. Himpunan bagian dilambangkan dengan $\subset$, $A \subset B$. Banyak himpunan bagian dari sebuah himpunan dengan n elemen adalah 2.

Contoh 2.14 : Jika diketahui: $A = \{1, 2, 3\}$, tentukan banyaknya himpunan bagian dari A dan lukiskan himpunan-himpunan bagian tersebut.

Penyelesaian :

- Banyaknya himpunan bagian A adalah $2^3 = 8$
- Himpunan-himpunan bagian itu adalah : { } ; {1} , {2} ; {3}, {1, 2} {1, 3} ; {2, 3}, {1, 2, 3}

Himpunan kosong merupakan himpunan bagian dari semua himpunan. Himpunan bagian merupakan sampel.

d. Himpunan komplemen

Himpunan komplemen adalah himpunan semua unsur yang tidak termasuk dalam himpunan yang diberikan. Jika himpunannya adalah A, maka himpunan komplemennya dilambangkan dengan A^c atau A`

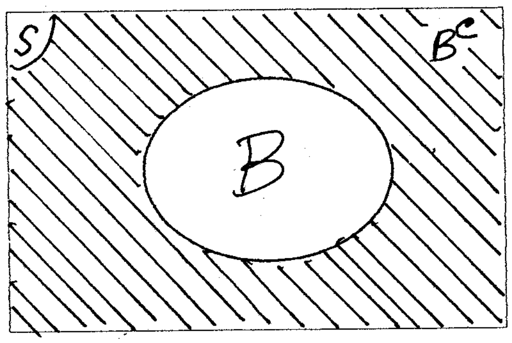
Contoh 2.15 : Jika diketehui : $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$B = \{2, 4, 6\}$

Tentukan B^c

Penyelesaian : $B^c = \{1, 3, 5, 7\}$ dan Diagram vennnya adalah:

B^c = daerah yang diarsir

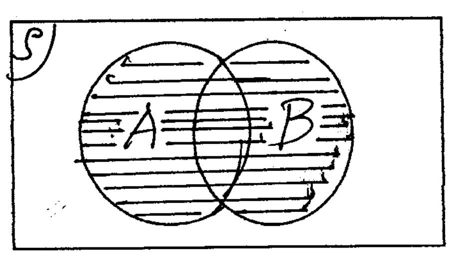


Gambar 2.1 : Diagram Venn Himpunan B^c

4. Operasi Himpunan

a. Operasi gabungan (union)

Gabungan dari himpunan A dan himpunan B adalah semua unsur yang termasuk di dalam A atau di dalam B atau di dalam A dan B sekaligus. Gabungan dari himpunan A dan himpunan B dilambangkan $A \cup B$ atau A + B. Dituliskan : $A \cup B = \{X : x \in A, x \in B, \text{atau } x \in AB\}$. Diagram vennnya:



$A \cup B$ daerah yang diarsir

Gambar 2.2 : Diagram Venn dari $A \cup B$

Contoh 2.16 : Diketahui $S = \{X : 0 \leq x \leq 10\}$

$A = \{2, 3, 5, 7\}$

$B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

Tentukan $A \cup B$!.

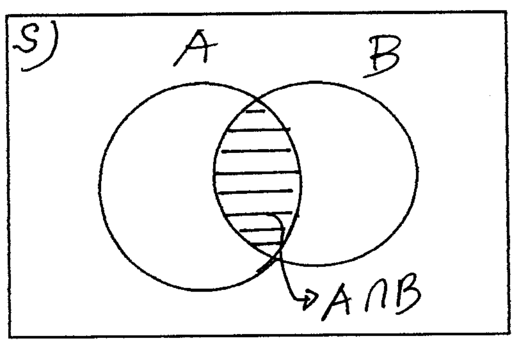
Penyelesaian : $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$

b. Operasi irisan (interaksi)

Irisan dari himpunan A dan himpunan B adalah himpunan semua unsur yang termasuk di dalam A dan di dalam B. Irisan dari himpunan A dan himpunan B dilambangkan $A \cap B$ atau AB

Dituliskan : $A \cap B = \{X : x \in A, x \in B\}$

Diagram vennnya:



$A \cap B$ daerah yang diarsir

Gambar 2.3 : Diagram Venn dari $A \cap B$

Contoh 2.17 : Diketahui $S = \{X : 0 \leq x \leq 8\}$

$A = \{2, 3, 5, 7\}$

$B = \{2, 4, 5, 6, 8\}$

Tentukan $A \cap B$!.

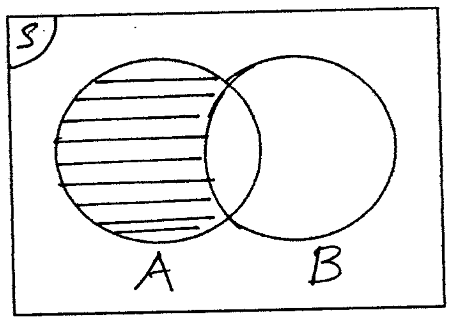
Penyelesaian : $A \cap B = \{2, 5\}$

c. Operasi selisih

Selisih himpunan A dan himpunan B adalah himpunan semua unsur A yang tidak termsauk di dalam B. Selisih himpunan A dan himpunan B dilambangkan A – atau $A \cap B^c$

Dituliskan : $\{X : x \in A, x \notin B\}$ atau $\{X : x \in A \text{ dan } x \in B^c\}$

Diagram vennnya:



A – B daerah yang diarsir

Gambar 2.4 : Diagram Venn dari A –B

Contoh 2.18: Diketahui $S = \{X : 1 \le x \le 9\}$

$A = \{2, 3, 5, 7\}$

$B = \{2, 4, 5, 6, 8\}$

Tentukan $A - B$!.

Penyelesaian : $A - B = \{3, 7\}$

5. Beberapa Aturan dalam Himpunan

a. Hukum komutatif (*commutative law*)

$A \cup B = B \cup A$

$A \cap B = B \cap A$

b. Hukum asosiatif (*associative law*)

$A \cup B \cup C = A \cup (B \cup C)$

$A \cap B \cap C = A \cap (B \cap A)$

c. Hukum distributif (*distributive law*)

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

d. Hukum identitas (*identity law*)

$A \cap S = A$

$A \cap \phi = \phi$

e. Hukum komplement (*complementation law*)

$A \cap A^c = \phi$

$A \cup A^c = S$

f. Hukum selisih

$A - A = \phi$

$S - A = S$

$A - \phi = A$

$A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$

$A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$

g. Hukum De Morgan

$A \cup B = A \cap B$

$A \cap B = A \cup B$

h. Jika $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(AB) - n(AC) - n(BC) + n(ABC)$

$n(A)$ = bilangan kardinal himpunan A

= jumlah anggota himpunan A

Contoh 2.19 : Suatu kelas jumlah mahasiswanya 60 orang, 42 orang di antaranya senang membaca (B), 30 orang senang Olah raga (OR) serta 17 orang senang kedua-duanya.

1) Berapa orang yang tidak senang membaca dan olah raga ?.

2) Gambarkan diagram vennnya

Penyelesaian :

1) $n(S) = 60$ orang, $n(B) = 42$ orang, $n(OR) = 30$ orang, $n(B \cap OR) =$ 17 orng

$n(B \cup OR) = n(B) + n(OR) - n(B \cap OR)$

$= 42 + 30 - 17$

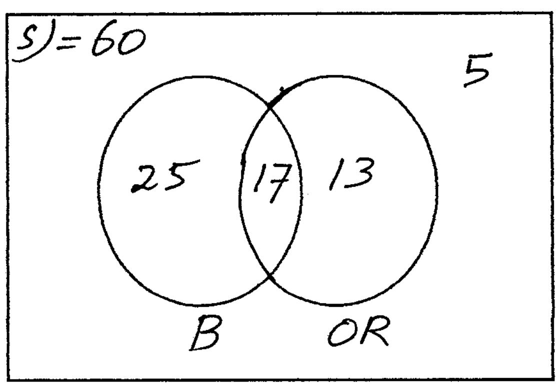
$= 55$ orang

$n(B \cap OR) = n(B) - n(B \cup OR)$

$n(B \cap OR) = 60 - 55$

$= 5$ orang

2) Diagram venn :



Gambar 2.5 : Diagram Venn dari $n(B \cap OR)$

F. Macam-Macam Peristiwa dan Rumus Dasar Probabilitas

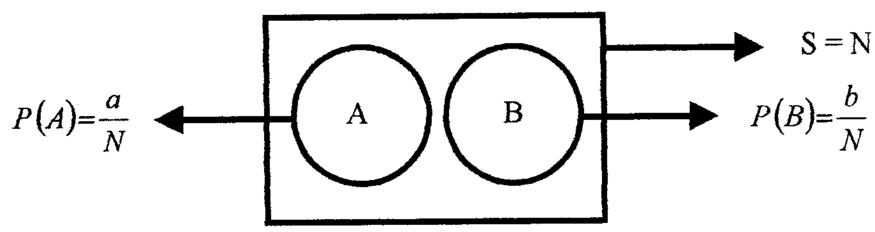
Suatu peristiwa dikatakan random (*random event*) bila terjadinya peristiwa itu tidak dapat diketahui dengan pasti sebelumnya.

Hubungan antara terjadinya suatu peristiwa dengan peristiwa yang lain, di dalam statistika biasanya bersifat : (1) Saling meniadakan, (2) Bebas, (3) Bersyarat, (4) Bersamaan terjadinya dan tidak bebas.

1. Peristiwa Saling Meniadakan (*Mutually Exclusive*)

Dua peristiwa atau lebih disebut saling meniadakan (lepas) jika terjadinya salah satu dari mereka tak memungkinkan terjadinya peristiwa yang lain atau dua buah peristiwa yang tidak mungkin terjadi serentak. Misalnya kalau perusahaan memperoleh laba pada suatu periode, tidak mungkin pada periode yang sama terjadi kerugian; kalau seorang mahasiswa lulus dalam mata kuliah Statistika 2, tidak mungkin pula ia gagal pada waktu yang sama; kalau terjadi siang, pasti malam tidak akan terjadi pada waktu yang sama di suatu negara; kalau permukaan A tampak di atas dari melambung satu mata uang logam, pasti permukaan B tidak tampak. Jika seseorang gemuk, meniadakan ia kurus. Panjang meniadakan pendek; Jauh meniadakan dekat ; Besar meniadakan kecil ; Tua meniadakan muda ; Sehat meniadakan sakit.

Perhatikan diagram Venn berikut :



Gambar 2.6 : Himpunan A dan B saling meniadakan

Jika A dan B adalah peristiwa-peristiwa yang saling meniadakan, maka A dan B tidak bersinggungan.

Dua peristiwa yang demikian disebut juga peristiwa yang saling lepas (*disjoint*) seperti terlukis pada diagram Venn di atas, dimana :

$A \cap B = \emptyset$ (hipunan kosong atau hampa) akibatnya $P(A \cap B)$ pun merupakan peristiwa yang kosong sehingga dapat ditulis $P(A \cap B) = \emptyset$ dengan demikian diperoleh rumus berikut :

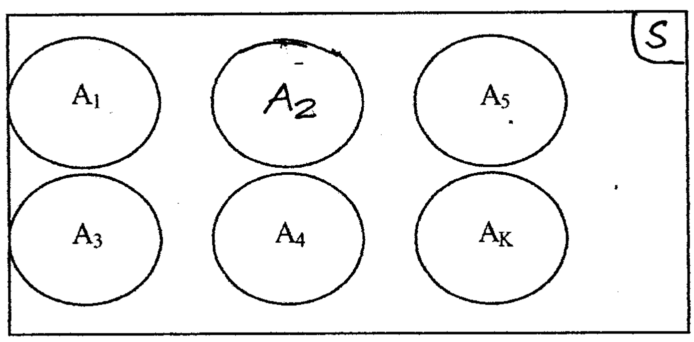
$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - \emptyset$ dapat ditulis

Rumus : $\boxed{P(A \text{ atau } B) = P(A) + P(B)}$ ....(2.4)

Selanjutnya jika ada beberapa peristiwa, katakan peristiwa A_1, A_2, A_3 A_K ; yang merupakan peristiwa yang saling meniadakan, maka kita peroleh rumus berikut.

$$\boxed{P(A_1 \text{ atau } A_2 \text{ atau } A_3 \text{ atau } A_K)= P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)+ P(A_K)} \quad (2.5)$$

Perhatikan gambar di bawah ini :



Gambar 2.7 : Peristiwa A_1, A_2, A_3 .....A_K ; saling meniadakan.

Contoh 2.20 : Jika sebuah dadu dilambung satu kali, berapakah probabilitas:

a. Munculnya mata dadu 1 atau mata dadu 5 ?

b. Munculnya mata dadu 2 atau 3 atau 4 ?

Jawab :

b. $P(A_1 \text{ atau } A_5) = P(A_1) + P(A_5) = 1/6 + 1/6 = 2/6$

c. $P(A_2 \text{ atau } A_3 \text{ atau } A_4) = P(A_2) + P(A_3) + P(A_4)$

$= 1/6 + 1/6 + 1/6 =3/6 = 1/6$

Contoh 2.21: Jika E_1 adalah peristiwa penarikan as dari satu set kartu Bridge (remi) dan E_2 adalah kejadian penarikan sebuah king, maka probabilitas dari penarikan salah satu as atau king adalah =

$P(E_1 \text{ atau } E_2) = P(E_1) + P(E_2)$

$= 4/52 + 4/52 = 1/13 + 1/13 = 2/13$

Karena as dan king keduanya tidak mungkin terambil pada satu kali penarikan dan karenanya kedua macam kartu itu merupakan peristiwa yang saling meniadakan.

2. Peristiwa Bebas (*Independent / Equally Likely*)

Dua buah peristiwa atau lebih disebut *Independent* atau bebas jika terjadinya salah satu dari peristiwa itu atau tidak terjadinya, tidak akan mempengaruhi terjadinya peristiwa lain. Jika A dan B merupakan dua peristiwa yang *Independent* sifatnya, maka terjadinya atau tidak terjadinya peristiwa A tidak akan memperbesar atau memperkecil probabilitas terjadinya peristiwa B.

Peristiwa-peristiwa yang bebas sering disebut *bebas statistik, bebas stokastik atau bebas dalam pengertian probabilitas, tetapi yang banyak dipakai adalah bebas tanpa suatu keterangan.*

Misalnya : (1) lahirnya seorang anak laki-laki (perempuan) sebagai anak pertama dari seorang ibu tidak akan mempengaruhi probabilitas lahirnya anak laki-laki (perempuan) sebagai anak kedua dari ibu tersebut. (2) munculnya sisi angka pada uang logam pertama dari melambung dua mata uang logam sekaligus dan munculnya gambar pada mata uang kedua kedua uang logam itu tidak dapat saling mempengaruhi atau bebas terjadinya.

Peristiwa Independen tidak sama dengan peristiwa saling meniadakan. Pada peristiwa saling meniadakan $P(A \cap B) = \phi$, sedangkan pada peristiwa *Independent* justru $P(A \cap B) \neq \phi$. Jadi jika A dan B adalah dua buah peristiwa yang bebas, maka probabilitas A dan B :

Rumus. $\boxed{P(A \text{ dan } B) = P(A) \times P(B)}$ ....(2.6)

Contoh 2.22: Bila satu buah uang logam dilambung dua kali, A_1 = lambungan pertama dan A_2 = lambungan kedua. Berapakah probabilitas A_1 dan A_2 ?.

Matriks Peristiwa

Uraian	Angka (A)	Gambar (G) .
Gambar (H)	(H,A_1)	(H,A_2)
Angka (A)	(M,A_1)	(M,A_2)

$P(H,A_1) = 1/4$ $P(M,A_1) = 1/4$

$P(H,A_2) = 1/4$ $P(H,A_2) = 1/4$

$P(A_1) = P(H,A_1) + P(M,A_1) = 1/4 + 1/4 = 1/2$

$P(A_2) = P(H,A_2) + P(M,A_2) = 1/4 + 1/4 = 1/2$

Jadi P(A1 dan A2) = P(A1) x P(A2) = 1/2 x 1/2 = ¼

Contoh 2.23 : Andaikan dari hasil pengamatan lalu lintas dalam 10 menit di jalan simpang, terjadi lewat 4 sepeda motor yang terdiri atas 2 buah Honda (H) dan 2 buah Yamaha (Y). Maka probabilitas terjadinya kemunculan H dan Y bersama-sama adalah :

P(H dan Y) = P(H) x P(Y) = 2/4 x 2/4 = 4/16 = 1/4

Contoh 2. 24 : Diambil dua lembar kartu berturut-turut secara acak dari satu set kartu bridge. Sebelum pengambilan kedua, hasil pengambilan pertama dikembalikan, sehingga hasil pengambilan pertama tidak mempengaruhi hasil pengambilan kedua. Kalau A_1 = kartu as dan A_2 = kartu skop. Berapa peluang A_1 dan A_2 ?.

Penyelesaian : $P(A_1) = 4/52$; $P(A_2) = 13/52$; maka

$$P(A_1 \text{ dan } A_2) = P(A_1).\, P(A_2)$$

$$P(A_1 \text{ dan } A_2) = 4/52 \,.\, 13/52 = 1/52$$

Jika terdiri atas beberapa buah peristiwa yang *independent*. Misalnya A_1, A_2, ...A_K merupakan n buah peristiwa yang *independent*, maka :

Rumus :

$$\boxed{P(A_1 \text{ dan } A_2 \text{ dan } A_K) = P(A_1) \times P(A_2) \times P(A_K)} \quad \ldots\ldots(2.7)$$

3. Peristiwa Bersyarat (*Conditional*)

Dua macam peristiwa dikatakan mempunyai hubungan bersyarat jika peristiwa yang satu menjadi syarat terjadinya peristiwa yang lain. Misalnya seseorang diangkat menjadi manajer KUD terlebih dahulu ia harus mempunyai pengetahuan tentang KUD atau tamatan Fakultas Ekonomi, Seorang mahasiswa ingin lulus pada mata kuliah Statistik 2, terlebih dahulu ia harus lulus mata kuliah Statistik 1, syarat ikut tes pegawai negeri Indeks Prestasi minimal 2,75 ; syarat masuk polisi adalah tidak buta warna, dan sebagainya .

Kita tulis A/B (baca A dengan syarat B): menyatakan peristiwa A terjadi dengan didahului terjadinya peristiwa B. Probabilitasnya ditulis P(A/B).

Rumus :

$$\boxed{P(A/B) = \frac{P(A\,dan\,B)}{P(B)}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.8)$$

<u>Contoh 2.25 :</u> Amir mempunyai dua buah kotak yaitu kotak A dan kotak B yang berisi bola Hijau dan bola Kuning seperti dalam Tabel di bawah ini :

Bola	Kotak A	Kotak B	Jumlah
Hijau (H)	10	15	25
Kuning (K)	20	40	60
Jumlah	30	55	85

<u>Ditanya :</u>

a. Tentukan probabilitas kotak A dengan syarat di dalamnya terdapat bola Hijau (H) ?

b. Tentukan probabilitas bola Merah (M) dengan syarat tempatnya di dalam kotak B ?

Jawab :

$$a.\ P(A/H)=\frac{P(A dan H)}{P(H)}=\frac{10/85}{25/85}=10/85\times 85/25=10/25=2/5$$

$$b.\ P(M/B)=\frac{P(M dan B)}{P(B)}=\frac{40/85}{55/85}=40/85\times 85/55=40/55=8/11$$

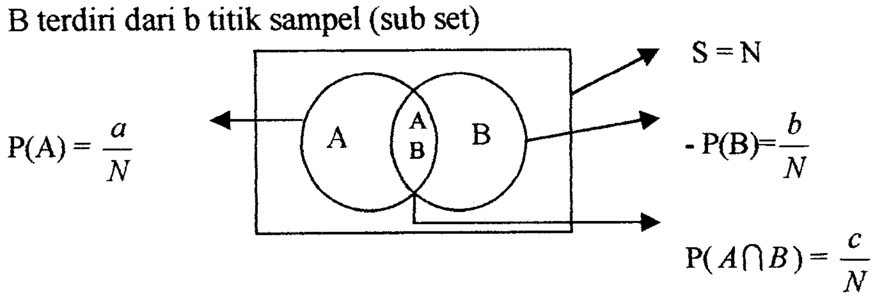
4. Peristiwa Bersamaan Terjadinya (*Nonmutually Exclusive*)

Peristiwa *nonmutually exclusive* adalah dua buah peristiwa atau lebih yang terjadi sendiri-sendiri atau serentak (bersamaan waktunya). Jika peristiwa A dan B maka : Perhatikan gambar diagram Venn berikut

S = N titik sampel

A terdiri dari a titik sampel (merupakan sub set)

B terdiri dari b titik sampel (sub set)



Gambar 2.8 : Dua Kejadian Bersamaan Terjadinya

A ∩ B terdiri dari c titik sampel (titik sampel selain menjadi anggota A juga anggota B) yaitu daerah yang diarsir. Dari diagram di atas dapat diketahui:

$$P(A\cup B)=\frac{a+b-c}{N}=\frac{a}{N}+\frac{b}{N}-\frac{c}{N}=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$A \cup B$ suatu himpunan bagian S yang elemen-elemennya menjadi anggota A atau anggota B. Sehingga dari penjabaran di atas diperoleh rumus 2.9

Rumus : $\boxed{P(A \text{ atau } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ dan } B)}$ ....(2.9)

Rumus 2.9 ini disebut juga Aturan Umum dari penjumlahan probabilitas.

Contoh 2.26: Jika E_1 adalah peristiwa penarikan suatu as dari suatu tumpukan kartu dan E_2 adalah kejadian penarikan suatu kartu daun, maka E_1 dan E_2 tidak saling terpisah karena as dari kartu daun dapat terambil.

Jadi probabilitas penarikan salah satu as atau suatu kartu daun atau keduanya adalah :

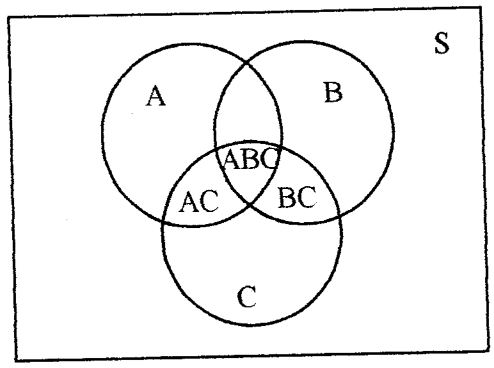
Rumus : $\boxed{P(A \text{ atau } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ dan } B)}$

$$P(E_1 \text{ atau } E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \text{ dan } E_2)$$
$$= \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$$

(satu set kartu remi jumlahnya 52 buah kartu dengan empat warna atau jenis yaitu keriting, wajik, hati dan daun. Satu jenis terdiri atas 13 macam; mulai dari as, king, queen, jack, 10, 9, 8, ... 2).

Bila terdapat tiga kejadian yang bersamaan terjadinya, maka

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C) \quad \text{.........................} (2.10)$$



Gambar 2.9 : Tiga Kejadian Bersamaan Terjadinya

Daerah ABC menunjukkan terjadinya peristiwa A, B, dan C atau $A \cap B \cap C$. Daerah AB menunjukkan terjadinya peristiwa A dan B atau $A \cap B$. Daerah AC menunjukkan terjadinya peristiwa A dan C dan bukan B atau $A \cap C$. Daerah BC menunjukkan terjadinya peristiwa B dan C dan bukan A atau $B \cap C$. Daerah A menunjukkan terjadinya peristiwa A dan bukan B dan bukan C ($A \cap B \cap C$). Daerah B menunjukkan terjadinya peristiwa B dan bukan A dan bukan C ($B \cap A \cap C$). Daerah C menunjukkan terjadinya peristiwa C dan bukan A dan bukan B ($C \cap A \cap B$).

Contoh 2.27 : Dalam sebuah populasi yang terdiri dari pembaca majalah, persentase pembaca majalah A,B dan C serta kombinasinya adalah sebagai berikut:

A = 9,8% A dan B = 5,1%

B = 22,9% A dan C = 3,7%

C = 12,1% B dan C = 6,0%

A dan B dan C = 2,4%

a. Berapa persen dari populasi yang ternyata membaca paling sedikit satu daripada tiga majalah tersebut ?

b. Berapa probabilitas seorang yang dipilih secara random dari populasi tersebut ialah pembaca majalah A atau B ?

Jawab:

a. $P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$

$= 9{,}8\ \% + 22{,}9\ \% + 12{,}1\ \% - 5{,}1\ \% - 3{,}7\ \% - 6{,}0\ \% + 2{,}4\ \%$

$= 32{,}4\ \% = 0{,}324$

b. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= 9{,}8\ \% + 22{,}9\ \% - 5{,}1\ \%$

$= 27{,}6\ \% = 0{,}276$

5. Peristiwa Tidak Bebas (*dependent event*)

Dua peristiwa atau lebih dikatakan tidak bebas apabila terjadinya suatu peristiwa mempengaruhi terjadinya peristiwa, misalnya (1) meningkatnya pendapatan keluarga, maka akan meningkatkan konsumsi keluarga itu per bulan; (2) meningkatnya harga jual suatu barang, maka akan meningkatkan jumlah penawaran barang tersebut; (3) meningkatnya jam belajar mahasiswa, cenderung akan meningkatkan indeks prestasi mereka; (4) meningkatnya suku bunga, maka cenderung meningkatkan jumlah tabungan;

Jika A dan B peristiwa tidak bebas, maka untuk menentukan rumus peristiwa tidak bebas ini, terlebih dahulu peristiwa A dan B dijadikan peristiwa bersyarat.

$$P(A/B) = \frac{P(A \text{ dan } B)}{P(B)}$$

Berdasarkan rumus di atas, maka dua peristiwa dikatakan tidak bebas adalah:

$$P(A \text{ dan } B) = P(A/B) \,.\, P(B) \quad \text{.................................}(2.11)$$

G. Marginal dan Joint Probabilitas

Dalam suatu percobaan yang dapat menghasilkan beberapa peristiwa atau kombinasi peristiwa-peristiwa seperti A, B, C dan seterusnya…, maka P(A), P(B), P(C) dan seterusnya itu disebut Marginal (Individual) Probabilitas dari peristiwa A, B, C dan seterusnya. Sedangkan joint probabilitas merupakan sifat gabungan dari probabilitas.

Contoh 2.28:

Uraian	A	B	Jumlah
C	10	15	25
D	15	10	25
Jumlah……	25	25	50

Marginal probabilitas:

* $P(A) = P(AC) + P(AD) = 10/50 + 15/50 = 25/50 = 1/2$
* $P(B) = P(BC) + P(BD) = 15/50 + 10/50 = 25/50 = 1/2$
* $P(C) = P(CA) + P(CB) = 10/50 + 15/50 = 25/50 = 1/2$
* $P(D) = P(DA) + P(DB) = 15/50 + 10/50 = 25/50 = 1/2$

Joint Probabilitas :

$P(J1\ AC) + P(J2\ AD) + P(J3\ BC) + P(J4\ BD) =$

$10/50 + 15/50 + 15/50 + 10/50 = 1$

H. Menentukan Hubungan dua Variabel Secara Sederhana

Dengan teori probabilitas, kita dapat menentukan hubungan antara dua buah variabel secara sederhana, misalnya ada 2 macam variabel yaitu jenis kelamin dan jenis pekerjaan. Jenis kelamin dikategorikan atas laki-laki (L) dan wanita (W) sedang jenis pekerjaan dikelompokkan atas Petani (Pt) dan Bukan petani (Bp). Maka cara menentukan hubungan antara variabel ini sebagai berikut.

Conditional Probabilitas: $P(L/Pt)=\dfrac{P(L\ dan\ Pt)}{P(Pt)}$ (2.12)

Dependen Probabilitas : $P(L\ dan\ Pt)=P(L/Pt)xP(Pt)$ (2.13)

Independen Probabilitas: $P(L\ dan\ Pt)=P(L)xP(Pt)$ (2.14)

$P(L/Pt)\neq P(L)$ bila tidak sama kedua probabilitas ini berarti terdapat hubungan antara dua variabel yang diteliti

$P(L/Pt)=P(L)$ bila sama kedua probabilitas ini berarti tidak terdapat hubungan antara dua variabel yang diteliti.

Contoh 2.29: Dalam suatu penelitian yang dilakukan oleh mahasiswa untuk penyusunan skripsinya, diperoleh data mengenai jenis kelamin dan status sosial ekonomi (kaya dan miskin) terhadap 60 orang kepala keluarga (KK) di desa Telbet Kecamatan Sukamaju. Jumlah KK yang laki-laki sebanyak 30 orang dan jumlah kepala keluarga yang kaya di desa itu berjumlah 20 orang, sedangkan jumlah laki-laki tetapi dia miskin sebanyak 15 orang.

Pertanyaan :

1. Berapakah probabilitas KK yang kaya?
2. Berapakah probabilitas KK yang wanita ?
3. Berapakah probabilitas KK yang laki-laki atau wanita ?.
4. Berapakah probabilitas KK yang kaya dan miskin ?
5. Berapakah probabilitas KK yang laki-laki atau kaya ?
6. Berapakah probabilitas KK yang kaya dan laki-laki ?.
7. Berapakah probabilitas KK yang kaya tetapi dengan syarat dia wanita .
8. Apakah terdapat hubungan antara jenis kelamin dengan status sosial ekonomi kepala keluarga tersebut ?.

Jawaban :

SSE	L	W	Jumlah
K	15	5	20
M	15	25	40
Jumlah ..	30	30	60

JK = Jenis Kelamin
L = Laki-laki
W = Wanita
SSE = Status Sosial Ekonomi
K = Kaya
M = Miskin

1. Probabilitas kepala keluarga yang kaya :

   P(K) = 20/60 = 1/3.

2. Probabilitas KK yang laki-laki :

   P(L) = 30/60 = 1/2.

3. Probabilitas KK yang laki-laki atau wanita :

   P(L atau W) = P(L) + P(W)
   = 30/60 + 30/60 = 1

4. Probabilitas KK yang kaya dan miskin :

   P(K dan M) = P(K) x P(M)
   = 20/60 x 40/60 = 8/36 = 2/9

5. Probabilitas KK yang laki-laki atau kaya :

   P(L atau K) = P(L) + P(K) – P(L dan K)
   = 30/60 + 20/60 – 15/60
   = 35/60 = 7/12

6. Probabilitas KK yang kaya dan laki-laki :

   Untuk menentukan P(K dan L), terlebih dahulu dicari : probabilitas kepala keluarga yang kaya dengan syarat ia laki-laki; kemudian baru dapat ditentukan probabilitas kepala keluarga yang kaya dan laki-laki, sebagai berikut :

   $$P(K/L) = \frac{P(K\ dan\ L)}{P(L)}$$

   $$P(K/L) = \frac{15/60}{30/60} = 1/2$$

Jadi P(K dan L) = P(K/L) x P(L)

= 1/2 x 30/60

= 1/4

7. Probabilitas kaya dengan syarat wanita :

$$P(K/W) = \frac{P(K \ dan \ W)}{P(W)}$$

$$= \frac{5/60}{30/60}$$

$$= 5/60 \times 60/30 = 1/6$$

8. Menentukan hubungan antara variabel jenis kelamin dengan status sosial ekonomi: jika yang dihubungkan peristiwa K dan W, maka :

Conditional Probabilitas : $P(K/W) = \frac{P(K \ dan \ W)}{P(W)} = 1/6$

Dependen Probabilitas : $P(K \ dan W) = P(K/W) \ x$ P(W)

Independen Probabilitas : $P(K \ dan W) = P(K) \ x P(W)$

$P(K/W) \neq P(W) \rightarrow P(K/W) = 1/6$

$P(K) \quad = 20/60 = 1/3$

Jadi tidak sama diantara kedua probabilitas tersebut {P(K/W) ≠ P(K)}, ini berarti terdapat hubungan antara jenis kelamin dengan Status Sosial Ekonomi.

Jika kita menghubungkan peristiwa L dan M atau L dan K kesimpulan hasil analisisnya akan sama dengan analisis di atas.

I. Probabilitas Berganda (*Compound Probability*)

Probabilitas berganda penting sekali artinya untuk menghitung peluang peristiwa yang terdiri atas serangkaian percobaan ganda, misalnya melambung mata uang logam 2x ; 3x dan sebagainya.

$$P(A/B) = \frac{P(A \text{ dan } B)}{P(B)} \Longrightarrow P(A \text{ dan } B) = P(A \text{ dan } B) = P(B)xP(A/B)$$

$$P(B/A) = \frac{P(B \text{ dan } A)}{P(A)} \Longrightarrow P(A \text{ dan } B) = P(A \text{ dan } B) = P(B)xP(A/B)$$

Jadi : $P(A \text{ dan } B) = P(B) \times P(A/B) = P(A) \times P(B/A)$ ...(2.15)

Contoh 2.30 : Diketahui data sebagai berikut

Uraian Variabel	Variabel		Jumlah
	S	T	
K	15	12	27
L	23	17	40
Jumlah	38	29	67

$$P(S/K) = \frac{P(S \text{ dan } K)}{P(K)}$$ dibaca peluang S dengan syarat K

$$P(S/K) = \frac{15/67}{27/67} = 15/27$$

$P(S \text{ dan } K) = P(K) \times P(S/K) = 27/67 \times 15/27 = 15/67 = 0{,}2239$

$$P(K/S) = \frac{P(K \text{ dan } S)}{P(S)}$$ dibaca peluang K dengan syarat S

$$P(K/S) = \frac{15/67}{38/67} = 15/38$$

$P(K \text{ dan } S) = P(S) \times P(K/S) = 38/67 \times 15/38 = 15/67 = 0{,}2239$

Jadi terbukti bahwa $P(K) \times P(S/K) = P(S) \times P(K/S)$ atau

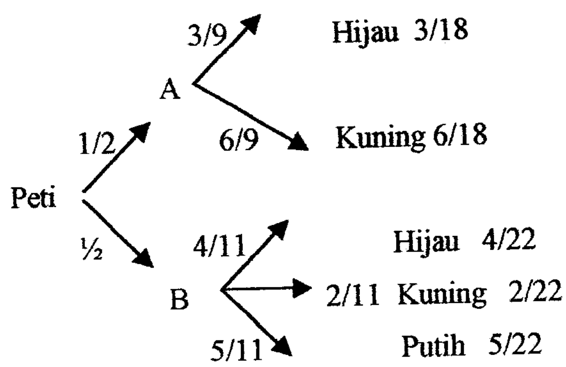
Jadi : $P(A \text{ dan } B) = P(B) \times P(A/B) = P(A) \times P(B/A)$

Contoh 2.31 : Peti A berisi 3 buah bola hijau dan 6 buah bola kuning Peti B berisi 4 buah bola hijau; 2 buah bola kuning dan 5 buah bola putih. Jika diambil salah satu peti secara acak dan dari peti yang terambil itu, diambil pula satu bola secara cak dari dalamnya.

(1) Berapa probabilitas mendapatkan bola hijau ?.

(2) Berapa probabilitas mendapatkan bola kuning ?.

Jawab :



(1) Probabilitas Hijau =

P(Hijau dan Peti A) = 3/9 x ½ = 3/18 = 1/6

P(Hijau dan Peti B) = 4/11 x ½ = 4/22 = 2/11

P(Hijau) = P(Hijau dan Peti A) + P(Hijau dan Peti B)

= 1/6 + 2/11 = 11/66 + 12/66 = 23/66

(2) Probabilitas Hijau =

P(Kuning dan Peti A) = 6/9 x ½ = 6/18 = 1/3

P(Kuning dan Peti B) = 2/11 x ½ = 2/22 = 1/11

P(Kuning) = P(Kuning dan Peti A) + P(Kuning dan Peti B)

= 1/3 + 1/11 = 11/33 + 3/33 = 14/33

atau :

P(Hijau) = P(A) x P(H/A) + P(B) x P(H/B)

P(Hijau) = (1/2 x 3/9) + (1/2 x 4/11)

P(Hijau) $= 3/18 + 4/22$

$= 1/6 + 2/11 = 11/66 + 12/66 = 23/66$

P(Kuning) $= P(A) \times P(K/A) + P(B) \times P(K/B)$

$= (1/2 \times 6/9) + (1/2 \times 2/11)$

$= 6/18 + 2/22$

$= 1/3 + 1/11 = 11/33 + 3/33 = 14/33$

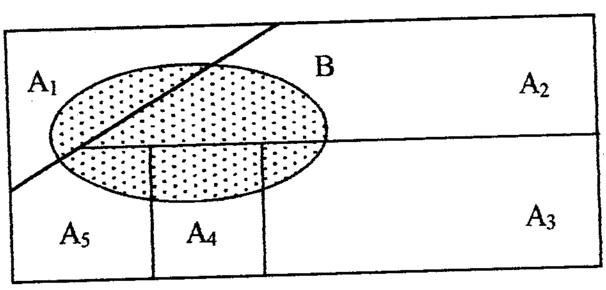
J. Teorema Bayes

Misalkan S merupakan ruang sampel dari suatu eksperimen dan perhatikanlah k buah peristiwa-peristiwa $A_1,\ldots,A_k$ dalam S sehingga $A_1,\ldots,A_k$ adalah saling lepas dan $\bigcup_{i=1} A_j = S$. Dikatakan bahwa peristiwa-peristiwa tersebut membentuk sebuah partisi dari S.

Jika k buah peristiwa-peristiwa $A_1,\ldots,A_k$ membentuk sebuah partisi dari S dan jika B adalah sembarang peristiwa lain dalam S, maka peristiwa-peristiwa $A_1B, A_2B,\ldots,A_kB$ akan membentuk partisi dari B, seperti diilustrasikan dalam gambar berikut.

Dengan demikian kita dapat menulis:

$$B = (A_1B) \cup (A_2B) \cup (A_kB) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.16)$$



Akhirnya, jika $P(A_j) > 0$ untuk $j = 1,\ldots, k$, maka $P(A_j) = P(A_j) \times P(B/A_j)$ dan hal ini berakibat bahwa:

$$P(B)=\sum_{j=1}^{k}P(A_j)\,P(B/A_j) \qquad \text{..................(2.17)}$$

Contoh 2.32: Dua buah kotak berisi botol-botol berleher panjang dan berleher pendek. Misalkan satu kotak tersebut berisi 70 botol berleher dan 30 berleher pendek, sedangkan kotak yang lain berisi 20 botol berleher panjang dan 40 botol berleher pendek. Misalkan pula bahwa satu kotak dipilih secara acak dan kemudian sebuah botol dipilih secara acak dari kotak tersebut. Kita akan menentukan probabilitas bahwa botol ini berleher panjang.

Penyelesaian: Misalkan A_1 adalah peristiwa kotak pertama terpilih, dan A_2 adalah peristiwa kotak kedua terpilih dan misalkan B adalah peristiwa bahwa sebuah botol panjang terpilih. Maka:

$$P(B) = \{P(A_1) \times P(B/A_1)\} + \{P(A_2) \times P(B/A_2)\}$$

Karena sebuah kotak terpilih secara acak, kita tahu bahwa $P(A_1) = P(A_2) = 1/2$. Selanjutnya probabilitas terpilihnya sebuah botol berleher panjang dari kotak pertama adalah sebesar $P(B/A_1) = 70/100 = 7/10$ dan probabilitas terpilihnya botol berleher panjang dari kotak kedua adalah sebesar $P(B/A_2) = 20/40 = 1/2$. dengan demikian :

$P(B) = 1/2 \times 7/10 + 1/2 \times 1/2 = 24/40 = 3/5$

Atau .... $(0,5)\,(0,7) + (0,5)\,(0,5) = 0,60$

Sekarang kita dapat menyatakan hasil berikut, yang terkenal sebagai Teorema Bayes.

Teorema ***Bayes*** **:** Misalkan peristiwa-peristiwa $A_1,\ldots, A_k$ membentuk sebuah partisi dari ruang sampel S sehingga $P(A_j) > 0$ untuk $j = 1,\ldots, k$, dan misalkan B adalah sembarang peristiwa demikian sehingga $P(B) > 0$, maka untuk $= 1,\ldots, k$,

$$P(A_j/B) = \frac{P(A_j) \times P(B/A_j)}{\sum P(A_j) \times P(B/A_j)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.18)$$

Bukti : Dengan menggunakan definisi probabilitas bersyarat, pembilang pada ruas kanan pers. (2.18) adalah sama dengan $P(A_jB)$. Dengan demikian terbuktilah teorema tersebut (Freund dan Perles, 1974).

Contoh 2.33 : Suatu pabrik menggunakan 3 mesin (A_1, A_2 dan A_3) untuk penghasilkan suatu macam barang. Hasil produksi pada akhir bulan adalah A_1, = 100 unit ; A_2 = 150 unit dan A_3 = 250 unit. Mesin A_1 dan A_2 menghasilkan barang cacat sebanyak 5 % serta mesin A_3 menghasilkan barang cacat 2 %. Jika dari 500 unit barang tersebut diambil 1 (satu) unit barang secara acak dan ternyata cacat.

1) Berapakah probabilitas bahwa barang yang cacat tersebut berasal dari mesin A_3. ?.
2) Berapakah probabilitas bahwa barang yang cacat tersebut berasal dari mesin A_1. ?.
3) Berapakah probabilitas bahwa barang yang cacat tersebut berasal dari mesin A_2. ?.

Jawab :

1) Probabilitas bahwa barang yang cacat tersebut berasal dari mesin A_3.

$P(A_1)$ = 100/500 = 1/5 = 0,2

$P(A_2)$ = 150/500 = 15/50 = 0,3

$P(A_3)$ = 250/500 = 1/2 = 0,5

Diketahui probabilitas bahwa sebuah barang yang rusak berasal dari mesin $A_1 = P(C/A_1) = 0{,}05$

$A_2 = P(C/A_2) = 0{,}05$

$A_3 = P(C/A_3) = 0{,}02$

Dengan rumus Bayes, maka $P(A_3/C)$ adalah :

$$P(A_3/C) = \frac{P(A_3) \times P(C/A_3)}{\{P(A_1)xP(C/A_1)\} + \{P(A_2)xP(C/A_2)\} + \{P(A_3)xP(C/A_3)\}}$$

$$P(A_3/C) = \frac{\frac{1}{2} \times 3/100}{(1/5 \times 5/100) + (3/10 \times 5/100) + (1/2 \times 2/100)} = 2/7$$

2) Probabilitas bahwa barang yang cacat tersebut berasal dari mesin A_1.

   $P(A_1/C)$ adalah :

$$P(A_1/C) = \frac{P(A_1) \times P(C/A_1)}{\{P(A_1)xP(C/A_1)\} + \{P(A_2)xP(C/A_2)\} + \{P(A_3)xP(C/A_3)\}}$$

$$P(A_1/C) = \frac{1/5 \times 5/100}{(1/5 \times 5/100) + (3/10 \times 5/100) + (1/2 \times 2/100)} = 2/7$$

3) Probabilitas bahwa barang yang cacat tersebut berasal dari mesin A_2.

   $P(A_2/C)$ adalah :

$$P(A_2/C) = \frac{P(A_2) \times P(C/A_2)}{\{P(A_1)xP(C/A_1)\} + \{P(A_2)xP(C/A_2)\} + \{P(A_3)x\, P(C/A_3)\}}$$

$$P(A_2/C) = \frac{3/10 \times 5/100}{(1/5 \times 5/100) + (3/10 \times 5/100) + (1/2 \times 3/100)} = 3/7$$

Jika dijumlahkan $P(A_1/C)$; $P(A_2/C)$ dan $P(A_3/C) = 1$; dan harus 1

K. Harapan Matematika (*Mathematical Expectation*)

Apabila P merupakan probabilitas dari seseorang untuk memperoleh suatu jumlah Q, maka harapan matematik dari orang tersebut adalah PQ (Q dapat berupa jumlah barang maupun uang). Apabila suatu gejala deskrit yang diambil secara random diberi simbul

X dengan harga X_1, X_2, ... X_n dan probabilitas untuk mendapatkan harga-harga tersebut $P(X_1)$, $P(X_2)$, ..$P(X_n)$, maka harapan matematik dari X dinyatakan dengan rumus :

$$E(X_1) = X_1.P(X_1) + X_2.P(X_2) + \ldots\ldots + X_n.P(X_n)$$

$$= \sum X_i.P(X_i). \qquad (2.19)$$

Contoh 2.34: Dalam permainan sebuah dadu, seorang pemain akan mendapat Rp. 1.000,00 untuk tiap titik yang nampak di atas dari Bandarnya. Berapakah pemain harus membayar kepada bandar untuk melemparkan dadu satu kali supaya bisa dikatakan permainan tersebut adil. Jawab :

X_1 = Rp.1.000,00 dengan $P(X_1) = \frac{1}{6}$

X_2 = Rp.2.000,00 dengan $P(X_2) = \frac{1}{6}$

X_3 = Rp.3.000,00 dengan $P(X_3) = \frac{1}{6}$

X_4 = Rp.4.000,00 dengan $P(X_4) = \frac{1}{6}$

X_5 = Rp.5.000,00 dengan $P(X_5) = \frac{1}{6}$

X_6 = Rp.6.000,00 dengan $P(X_6) = \frac{1}{6}$

$$E(X) = \frac{1}{6}(1.000) + \frac{1}{6}(2.000) + \frac{1}{6}(3.000) + \frac{1}{6}(4.000) + \frac{1}{6}(5.000) + \frac{1}{6}(6.000) = \text{Rp.}3.500,00$$

Contoh 2.35 : Dalam sebuah kotak terdapat 5 buah bola berwarna : 2 buah bola berwarna putih dan 3 buah bola berwarna merah. Empat orang anak dipanggil secara berturut-turut adalah A, B, C dan D. Masing-masing (dimulai dari A) diminta mengambil bola yang sudah dicampur-aduk secara matang. Barang siapa yang pertama-tama mendapatkan bola putih akan diberi hadiah Rp.10.000,00. Tentukan harapan mereka.

Jawab :

X = Rp.10.000,00

Probabilitas A memperoleh bola putih $P(A) = \frac{2}{5}$

Jadi harapan A = $\frac{2}{5}$ (10.000) = Rp.4.000,00.

Probabilitas B memperoleh bola putih (dengan syarat A tidak mendapatkan bola putih).

$P(\bar{A} \text{ dan } B) = P(\bar{A}).P(B / \bar{A}) = \frac{3}{5} x \frac{2}{4} = \frac{3}{10}$

Jadi harapan B = $\frac{3}{10}$ (10.000) = Rp.3.000,00

Probabilitas C memperoleh bola putih (dengan syarat A dan B tidak mendapatkan bola putih).

$P(\bar{A} \text{ dan } B \text{ dan } C) = P(\bar{A}) \text{ x } P(B/\bar{A}) \text{ x } P(C/\bar{A}B)$

$= \frac{3}{5} x \frac{2}{4} x \frac{2}{3} = \frac{1}{5}$

Jadi harapan C = $\frac{1}{5}$ (10.000) = Rp.2.000,00

Probabilitas D memperoleh bola putih (dengan syarat A, dan B dan C tidak mendapatkan bola putih).

$P(\bar{A} \text{ dan } B \text{ dan } C \text{ dan } D) = P(\bar{A}) \text{ x } P(B / \bar{A}) \text{ x } P(C/\bar{A}B) \text{ x } P(D/\bar{A}BC)$

$$= \frac{3}{5} x \frac{2}{4} x \frac{1}{3} x \frac{2}{2} = \frac{1}{10}$$

Jadi harapan $D = \frac{1}{10}$ (10.000) = Rp.1.000,00

Contoh 2.36 : Apabila hujan terus menerus, seorang penjual payung akan untung Rp.8.000,-/hari, tetapi apabila cuaca baik dia akan rugi Rp.2.000,-/ hari Berapa harapan matematiknya apabila probabilitas hari akan hujan adalah 0,4.

Jawab :

X_1 = Rp.8.000,- dengan $P(X_1) = 0,4$

X_2 = Rp.2.000.- dengan $P(X_2) = 1 - 0,4 = 0,6$

$E(A) = P(X_1).X_1 - P(X_2).X_2$

$= 0,4(8.000) - 0,6(2.000)$

$= 3.200 - 1.200 =$ Rp. 2.000,-

Contoh 2.37 : Seorang pengusaha batik akan membuka cabangnya di salah satu kota Jakarta dan Surabaya. Ia telah memperhitungkan, jika dibuka cabang di Jakarta akan menghasilkan Rp. 5.000.000,00 tiap tahun dengan kemungkinan 0,60, jika usahanya gagal ia akan menderita rugi Rp.1.500.000,00 tiap tahun. Kemungkinan berhasil apabila ia membuka cabangnya di Surabaya adalah 50 % dengan mendapatkan laba tiap tahun Rp.6.000.000,00 bila gagal akan menderita rugi Rp.1.800.000,00 tiap tahun. Di mana sebaiknya ia harus membuka cabang ?.

Jawab :

E (Jakarta) = 0,60 (5.000.000) – 0,40 (1.500.000)

= 3.000.000 – 6.000.000

= 2.400.000

E (Surabaya) = 0,50 (6.000.000) – 0,50 (1.800.000)

= 3.000.000 – 9.000.000

= 2.100.000

Jadi kota Jakarta yang harus dipilih, karena memberikan harapan matematik yang lebih banyak.

L. Soal – Soal Untuk Latihan

1. Apakah yang dimaksud dengan probabilitas menurut pendekatan klasik dan pendekatan empiris?
2. Berapakah probabilitas maksimum suatu peristiwa ?
3. Berapakah probabilitas minimum suatu peristiwa ?
4. Bila dalam jangka panjang ditemukan dua jenis peristiwa saja.
   a. Berapakah probabilitas total dari kedua peristiwa tersebut ?
   b. Berapakah probabilitas salah satu peristiwa itu ?
   c. Mungkinkah total probabilitas kedua peristiwa itu kecil dari satu
   d. Mungkinkah probabilitas salah satu peristiwa tersebut negatif ?
5. Tiga buah uang logam dilambung sekaligus, tentukanlah ruang sampel yang akan terjadi ?.
6. Dua buah uang logam dan satu buah dadu dilambung bersama-sama. Berapakah banyak titik sampel yang mungkin terjadi ?.
7. Jelaskan tiga macam pendekatan dalam menentukan probabilitas terjadinya peristiwa-peristiwa ?.
8. Kertas undian yang bernomor 10 s/d 20 masing-masing digulung agar dapat dikocok. Berapakah probabilitas untuk memenangkan salah satu nomor bilangan prima ?.

9. Sepasang suami-istri yang telah berumah tangga lebih dari 40 tahun,mempunyai kemungkinan untuk hidup bersama selama 30 tahun lagi. Sedangkan nilai kemungkinan untuk sampai usia 30 tahun lagi tidak sama antara suami dan istri tersebut. Dua kejadian itu dapat digolongkan ke dalam peristiwa ....?

10. Dari 120 kaleng susu yang dipilih secara acak, ternyata 20 kaleng rusak kalengnya (RK). Sepuluh (10) kaleng rusak isinya (RI). Yang rusak isinya dan rusak kalengnya sebanyak 5 kaleng.

    Pertanyaan :

    a. Berapakah probabilitas tidak rusak kalengnya (TRK) ?
    b. Berapakah probabilitas tidak rusak isinya (TRI) ?
    c. Berapakah probabilitas tidak rusak isi atau rusak isi ?
    d. Berapakah probabilitas tidak rusak kaleng dan rusak kaleng ?
    e. Berapakah probabilitas rusak isi dengan syarat rusak kaleng ?
    f. Berapakah probabilitas rusak kaleng atau tidak rusak isi ?
    g. Apakah terdapat hubungan antara kaleng susu yang digunakan dengan isi kaleng ?

11. Dalam suatu penelitian guna mengetahui keadaan pasaran rokok dari berbagai merk, telah diwawancarai 120 orang. Dari hasil penelitian ini diketahui : 30 orang tidak penghisap rokok dan dari yang diwawancarai itu terdapat 64 orang menyenangi rokok kretek, sisanya menyenangi bukan rokok kretek. Jumlah yang merokok, tetapi bukan rokok kretek adalah ebanyak 42 orang.

    Pertanyaan :

    a. Berapakah probabilitas orang yang tidak merokok ?
    b. Berapakah probabilitas orang yang menghisap bukan rokok kretek dan yang tidak menghisap rokok ?

c. Berapakah probabilitas orang yang menghisap rokok kretek dan yang tidak menghisap rokok ?
d. Berapakah probabilitas dari orang yang merokok adalah menghisap rokok kretek ?
e. Berapakah probabilitas merokok kretek atau tidak merokok sama sekali ?
f. Berapakah probabilitas orang perokok tetapi dengan syarat rokoknya rokok kretek ?
g. Berapakah probabilitas orang perokok atau tidak perokok sama sekali?

12. Berdasarkan soal nomor 10 di atas berapakah : Probabilitas rusak isi dengan syarat tidak rusak kalengnya ?

13. Pada suatu jurusan tertentu, 4 % mahasiswa pria dan 1 % mahasiswa wanita tinggi badan mereka lebih dari 170 cm. Selanjutnya 60 % dari seluruh mahasiswa adalah wanita. Sekarang jika seorang mahasiswa dipilih secara acak dan tinggi badannya lebih dari 170 cm. Berapakah probabilitas bahwa ia seorang wanita ?

14. Kotak A berisi dua kelereng merah, kotak B berisi dua kelereng putih, dan kotak C berisi satu kelereng putih. Sebuah kotak dipilih secara acak (dengan probabilitas sama) dan satu kelereng diambil secara acak dari kotak tersebut.
    a. Hitunglah probabilitasnya bahwa kelereng yang terambil itu berwarna putih, katakan P(W).
    b. Jika kelereng yang terpilih itu putih, hitunglah probabilitas bersyarat bahwa kelereng yang lain dalam kotak itu adalah berwarna merah ?.

15. a. Berapakah peluang suatu peristiwa yang pasti terjadi di alam ini ?

b. Berapakah probabilitas peristiwa yang tidak pasti terjadi di alam ini ?
c. Berapakah kisaran hasil perhitung peluang suatu peristiwa ?
d. Kemukakan lima buah contoh peristiwa yang pasti terjadi di alam ini ?
e. Kemukakan lima buah contoh peristiwa yang tidak pasti terjadi.
f. Tuliskan lima contoh pasangan peristiwa yang saling lepas.
g. Tuliskan lima contoh pasangan peristiwa yang bersamaan terjadinya di alam ini.
h. Tuliskan lima contoh pasangan peristiwa yang *independent*.
i. Tuliskan lima contoh pasangan peristiwa yang *dependent*.
j. Tuliskan lima contoh pasangan peristiwa yang bersyarat (*conditional*).

16. Berikut adalah data tentang jenis pekerjaan orang tua mahasiswa dan indeks prestasinya (IP). Jenis pekerjaan orang tua dikategorikan atas petani (Pt) dan bukan petani (BP). Dan IP dikelompokkan atas IP ≥ 3 dan IP < 3. Jumlah mahasiswa keseluruhan adalah 200 orang, yang terdiri atas 150 orang pekerjaan orang tuanya adalah petani dan selebihnya bukan petani. Mahasiswa yang IP nya < 3 adalah sebanyak 120 orang, selebihnya IP mereka di atas atau sama dengan 3. Jumlah mahasiswa yang IP nya ≥ 3 tetapi orang tua mereka petani sebanyak 30 orang.

    Pertanyaan :

    a. Berapa orang jumlah mahasiswa yang IP nya < 3 ?
    b. Berapa peluang orang tua mereka bukan petani ?
    c. Berapa peluang petani atau bukan petani ?
    d. Berapa peluang petani dan bukan petani ?
    e. Berapa peluang petani dan IP < 3 ?

f. Berapa peluang bukan petani dan IP < 3 ?
g. Berapa peluang petani atau IP < 3 ?
h. Berapa peluang bukan petani atau IP ≥ 3 ?
i. Berapa peluang IP ≥ 3 atau petani ?.
j. Berapa peluang IP ≥ 3 dengan syarat orang tuanya bukan petani ?
k. Berapa peluang IP < 3 atau bukan petani ?
l. Berapa peluang IP < 3 dengan syarat orang tuanya petani ?
m. Apakah ada hubungan antara jenis pekerjaan orang tua dengan IP mahasiswa, buktikan jawaban anda.?.

17. Seorang pengusaha akan menanamkan modalnya pada salah satu kota diantara dua kota yang dipilihnya, yaitu kota Padang dan kota Painan. Setelah dilakukannya studi lapangan diperoleh data bahwa jika usahanya berhasil di Padang ia akan memperoleh laba sebanyak Rp.30.000.000 per tahun dan jika usahanya gagal ia akan menderita kerugian sebesar Rp.15.000.000 per tahun. Sedang jika usahanya sukses di kota Painan ia akan mendapatkan laba sebesar Rp. 35.000.000 per tahun dan jika usahanya tidak sukses di kota tersebut ia akan mengalami kerugian sebesar Rp. 13.000.000 pertahun dengan peluang kerugian 27 %. Di kota manakah sebaiknya ditanamkan modalnya oleh pengusaha itu ?

18. Suatu pabrik menghasilkan 200 buah barang dari mesin A, 150 buah barang dari mesin B dan 300 buah barang dari mesin C dalam jangka waktu satu bulan. Barang yang dihasilkan oleh mesin A ternyata cacat sebanyak 4 %. Barang yang dihasilkan oleh mesin B rusak 7 % dan mesin C menghasilkan barang cacat sebanyak 3 % dari jumlah produksinya. Pabrik tersebut menggunakan tiga jenis mesin dalam memproduksi yaitu mesin A, B, dan C. Jika dari 650 buah barang

yang dihasilkan oleh pabrik tersebut diambil 1 unit secara acak dan ternyata cacat.

a. Berapakah probabilitas bahwa barang yang cacat tersebut berasal dari mesin A ?.
b. Berapakah peluang bahwa barang yang cacat tersebut berasal dari mesin B ?.
c. Berapakah peluang bahwa barang yang cacat tersebut berasal dari mesin C ?.

19. Terdapat dua peti yang berisi apel. Peti I berisikan apel warna hijau sebanyak 10 buah dan apel warna merah sebanyak 5 buah. Peti II berisikn apel warna hijau sebanyak 12 buah, apel wana merah sebanyak 17 buah dan apel warna coklat sebanyak 3 buah. Jika dipilih secara acak peti tersebut dan diambil satu buah apel dari dalam peti tersebut. Berapakah peluang yang terambil itu apel warna hijau ?.
20. Pada umumnya (70 % dari jumlah seluruhnya) mahasiswa pergi kuliah ke kampus dengan berjalan kaki. Berapakah probabilitas mahasiswa pergi kuliah tidak berjalan kaki.?.
21. Jika anda tidak jadi pulang kampung pada hari Minggu yang lalu di sebabkan oleh suatu hal. Berapakah peluang tidak jadi pulang kampung itu
22. Sesudah makan pasti kenyang dan kuda cepat larinya dari pada semut. Peristiwa tersebut merupakan pasangan peristiwa ....?
23. Air hujan jatuhnya ke atas dan asap jatuhnya ke bawah. Pernyataan tersebut merupakan peristiwa ....?
24. Pada umunya (30 %) mahasiswa jurusan Ekonomi pergi kuliah ke kampus dengan oplet. Berapakah probabilitas mahasiswa ke kampus tidak dengan oplet ?.

25. Peluang munculnya sisi angka dan sisi gambar dari suatu mata uang logam adalah sama besarnya. Pendekatan apakah yang dipakai untuk menentukan peluang tersebut ?. dan berapa peluang sisi gambar ?.

26. Apabila diketahui :

$S = \{1, 2, 3, \ldots, 13\}$

$B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$

$D = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

Tentukan anggota himpunan-himpunan berikut :

a. $B \cap D$
c. $B \cup D$
b. B^c
d. $B \cap D^c$
e. $D - B$

27. Daftarkan semua anggota ruang sampel berikut :
   a. Himpunan bilangan prima antara 1 sampai 23
   b. Himpunan $S = \{X \mid X$ adalah pulau-pulau besar di Indonesia$\}$
   c. Himpunan semua hasil percobaan bila sekeping uang logam dilemparkan ke atas sampai sisi angka muncul atau sisi gambar muncul tiga kali.

28. Berikan definisi berikut ini dan jelaskan dengan memberikan contoh
   a. Peristiwa bersyarat
   d. Kejadian
   b. Probabilitas Bersama
   c. Kejadian yang saling meniadakan

29. Pemilik pabrik yang memproduksi barang A, mengatakan bahwa ada 15 % barang A yang rusak. Seorang pembeli membeli barang tersebut sebanyak 4 unit dan memilihnya secara acak, jika sebaran data mengikuti pola distribusi binomial. Berapa probabilitas:
   a. bahwa ada dua barang yang rusak
   b. yang rusak lebih kecil dari 3
   c. yang rusak antara 2 dan 4

BAB III

PERMUTASI DAN KOMBINASI

A. Permutasi

Jika kita mempunyai tiga buah angka, yaitu 1, 2, dan angka 3; kita ingin mengetahui berapa buah susunan yang terdiri dari dua angka dapat diperbuat dari ketiga angka tadi, maka pertanyaan tersebut dapat dijawab sesudah melakukan penyusunan berikut :

12	21	31
13	23	32

ada enam buah susunan yang berbeda dapat dibentuk dari ketiga bilangan itu.

Contoh lain, kalau kita ingin memilih calon ketua dan wakil ketua dalam suatu organisasi pemuda. Calon tersebut ada empat orang yaitu A, B, C dan D. Ada beberapa buah susunan yang mungkin diperoleh dari 4 orang calon tersebut, bila kesemua calon mempunyai kesempatan yang sama untuk menjadi ketua dan wakil ketua,

AB	AC	AD	BA
CA	DA	BC	BD
CB	DB	CD	DC

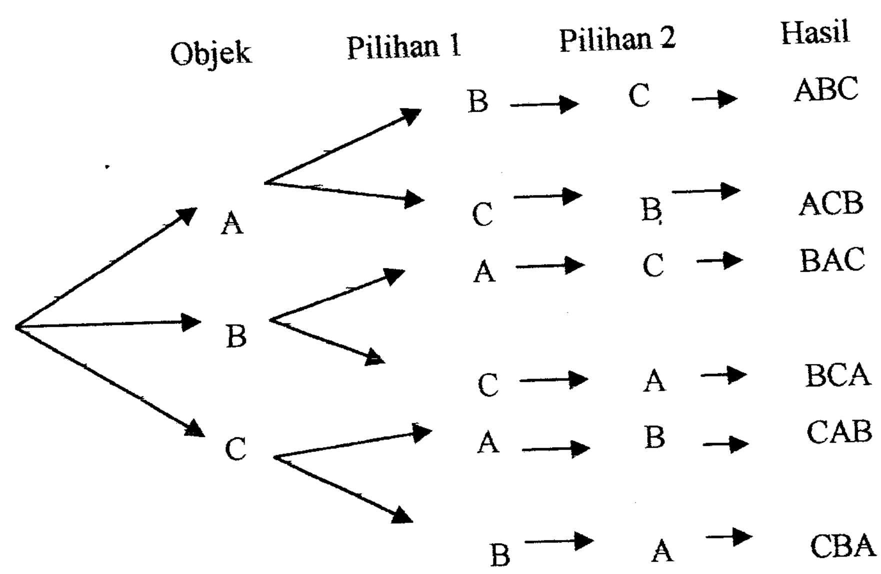
Ada 12 pasangan (susunan) calon ketua dan wakil ketua organisasi pemuda tersebut yang akan dipilih. Hal susunan di atas tak lain dari permutasi. Permutasi adalah penyusunan objek-objek sejumlah n yang tiap-tiap kali diambil sejumlah X, dengan memperhatikan tata susunannya (Hadi : 1986). Jadi permutasi suatu objek adalah penyusunan objek dalam urutan yang teratur.

Untuk menjelaskan pengertian permutasi ini kita ambil contoh sebagai berikut:

Contoh 3.1 : Sebanyak 3 orang pedagang kaki lima : A, B dan C yang menempati suatu lokasi perdagangan, akan disusun dalam susunan yang teratur. Penyusunan ini dapat dilakukan dengan 2 cara, yaitu :

1. **Diagram Pohon (*tree diagram*)**

Diagram pohon hasil penyusunan ketiga pedagang kaki lima dapat dilihat pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1 : Diagram Pohon Penyusunan 3 Pedagang Kaki Lima

Jadi jumlah permutasi dari 3 objek pedagang kaki lima tersebut adalah sebanyak 6.

2. **Metode Ruang**

Dengan metode ini kita dihadapkan pada 3 ruang yang harus kita isi dengan 3 orang pedagang kaki lima tersebut. Ruang atau tempat yang pertama mempunyai tiga kemungkinan yang dapat mengisinya, yaitu : A, atau B, atau C. Setelah salah satu dari objek tersebut apakah A atau B atau C mengisi ruang pertama, maka ruang kedua hanya mempunyai 2 kemungkinan objek yang dapat mengisinya dan akhirnya ruang ketiga hanya ada 1 kemungkinan yang dapat mengisinya.

Dengan menggunakan diagram dapat dijelaskan sebagai berikut:

Ruang 1	Ruang 2	Ruang 3
3	2	1
3 kemungkinan yang mengisi	2 kemungkinan yang mengisi	1 kemungkinan yang mengisi

Gambar 3.2 : Metode Ruang Untuk Menyusun Tiga Objek

Jadi permutasi yang diperoleh dari Gambar (3.2) adalah 3 x 2 x 1 = 6 macam.

Permutasi dari 3 objek tersebut merupakan hasil penggandaan, sehingga hasilnya menurut metode ruang adalah 6, sesuai dengan hasil pada metode pertama. Permutasi ini disebut sebagai permutasi dari seluruh objek tanpa pemulihan, artinya objek yang telah diambil tidak dikembalikan lagi.

3. Macam-Macam Permutasi

Terdapat enam permutasi, yaitu :

a. Permutasi dari semua objek tanpa pemulihan

Rumus $\quad {}_nP_n = n!$ ....(3.1)

di mana : P = permutasi

n = jumlah objek

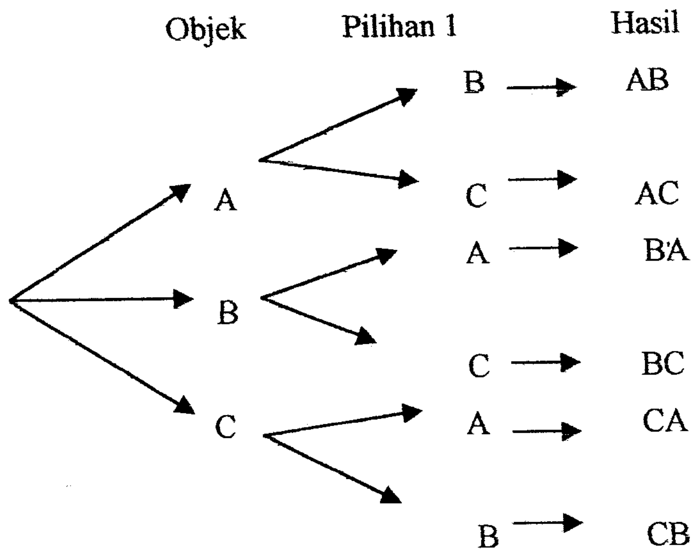
n! = n faktorial adalah penggandaan dari 1 sampai n

$$n! = n(n-1)(n-2) \text{ ....} (3.2)$$

$$_3P_3 = 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

Apabila 3 objek yang terdiri dari 3 orang pedagang kaki lima di atas, kita permutasikan masing-masing 2, maka jumlah permutasinya dapat dihitung sebagai berikut :

1) Diagram Pohon (*tree diagram)*



Gambar 3.3 : Diagram Pohon Penyusunan 3 Pedagang Kaki Lima Masing-Masing Sebanyak 2 orang

Dari diagram pohon di atas nampak bahwa dari 3 objek yang dipermutasikan masing-masing sebanyak 2 akan diperoleh permutasi sebanyak 6 macam, yaitu AB, AC, BA, BC, CA, dan CB.

2) Metode Ruang

Dengan metode ruang kita dapat menghitung jumlah permutasi sebagai berikut :

Ruang 1	Ruang 2
3	2
3 kemungkinan yang mengisi	2 kemungkinan yang mengisi

Gambar 3.4 : Metode Ruang Penyusunan 3 Pedagang Kaki Lima
Masing-Masing Sebanyak 2 orang

Jadi permutasi yang diperoleh dari gambar tersebut 3 x 2 = 6

Sesuai dengan asas penggandaan, maka jumlah permutasinya menjadi 3 x 2 = 6.

Penjelasannya : pada ruang 1 ada 3 kemungkinan yang dapat ditempatkan apakah A atau B atau C, selanjutnya setelah salah satu objek ditempatkan di ruang 1, maka hanya ada 2 kemungkinan objek yang dapat ditempatkan di ruang 2, sehingga hasil permutasi : 3 x 2 = 6

b. Permutasi sebanyak x dari n objek tanpa pemulihan

dapat dirumuskan:

$$\boxed{{}_nP_x = \frac{n!}{(n-x)!}} \qquad \text{..........(3.3)}$$

di mana :

n ! = disebut n faktorial

n ! = n(n – 1) (n – 2) 1

0 ! = 1

x = jumlah objek yang dipermutasikan

Contoh 3.2 : Dalam sebuah mikrolet yang sedang mangkal tersedia 10 tempat duduk. Tiga orang calon penumpang memasukinya. Dalam berapa cara calon penumpang tersebut dapat mengambil tempat duduk?.

Jawab : Diket. n = 10 x = 3

Rumus :

$$_nP_x = \frac{n!}{(n-x)!}$$

$$_nP_x = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 720$$

atau cara orang awam menjawabnya :

Penumpang ke-1 leluasa dapat memilih 1 dari 10 tempat duduk yang tersedia. Penumpang ke-2 terbatas hanya dapat memilih1 dari (10-1) tempat duduk. Penumpang ke-3 terbatas hanya dapat memilih 1 dari (10-2) tempat duduk, dan seterusnya.

c. Permutasi Keliling

Permutasi suatu kelompok objek yang membentuk suatu lingkaran disebut permutasi keliling. Dalam menghitung permutasi keliling, pada hakekatnya kita harus memilih atau mengambil kedudukan salah satu objek secara arbiter dan selanjutnya menghitung permutasinya. Permutasi dari n objek yang membentuk sebuah lingkaran dirumuskan sebagai berikut.

$$(n-1)! \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3.4)$$

Contoh 3.3:

5 orang mahasiswa duduk mengelilingi sebuah meja yang bulat. Ada berapa permutasi untuk menyusun tempat duduk tersebut ?.

Sesesuai dengan rumus (3.4) di atas, maka jumlah permutasinya adalah:

$(5-1)! = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

d. Permutasi Sebanyak x dari n objek dengan Pemulihan

Jumlah permutasi sebanyak x dari n objek dengan pemulihan dirumuskan sebagai berikut :

$_nR_x = n^x$ ....(3.5)

dengan ketentuan $x < n$ dan merupakan bilangan bulat positif.

n = jumlah objek

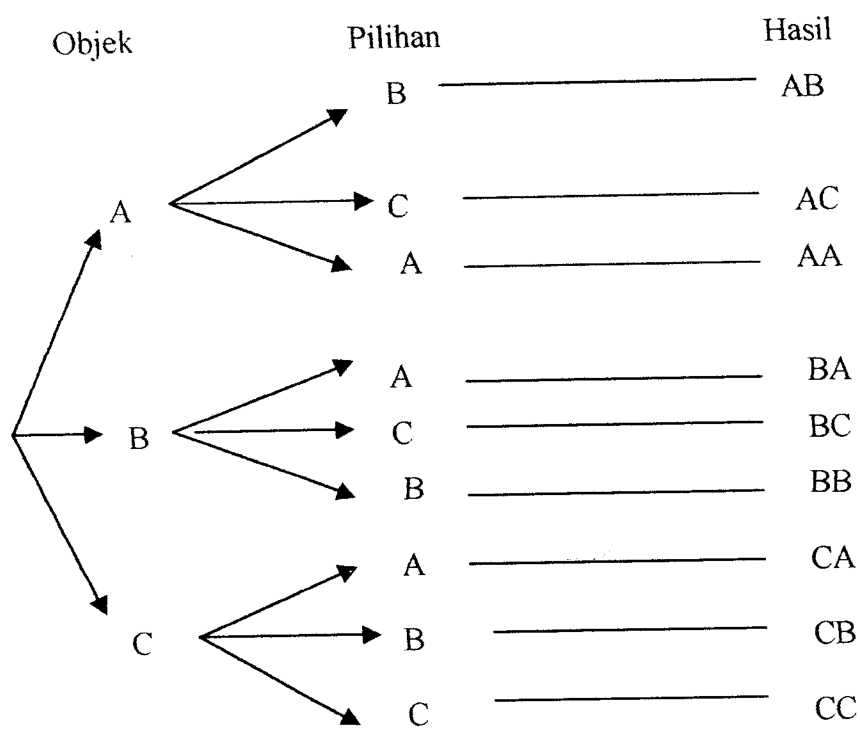
x = jumlah objek yang dipermutasikan

R = permutasi dengan pemulihan

Contoh 3.4 : Tiga orang pedagang kaki lima akan ditempatkan masing-masing sebanyak 2 dengan pemulihan. Hitunglah berapa permutasinya ?

$$_3R_2 = 3^2 = 9$$

Pemecahan dengan diagram pohon adalah sebagai berikut:



Gambar 3.5 : Diagram Pohon Penyusunan 3 Pedagang Kaki Lima Masing-Masing Sebanyak 2 orang dengan Pemulihan

Jadi jumlah permutasinya ada 9.

Menurut metode ruang pemecahannya adalah sebagai berikut:

Ruang 1	Ruang 2
3	3
3 kemungkinan yang mengisi	3 kemungkinan yang mengisi (karena pemulihan)

Gambar 3.6 : Metode Ruang Penyusunan 3 Pedagang Kaki Lima Masing-Masing Sebanyak 2 orang dengan pemulihan

Jadi permutasi menurut metode ruang adalah $3 \times 3 = 9$.

e. Permutasi dari n objek yang tidak seluruhnya dapat dibedakan

Jika suatu kelompok n objek terdiri atas n_1, n_2 dan seterusnya hingga n, maka permutasi dari n objek tersebut menjadi :

$$(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{n!}{n_1!.\ n_2!.\ \ldots .\ n_k!} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3.6)$$

Contoh 3.5 : Dari 6 orang mahasiswa Ekonomi, 3 orang tamatan SMU, 2 orang tamatan SMK dan 1 orang tamatan MAN. Berapa permutasinya apabila seluruh objek tersebut dipermutasikan ?.

$n = 6$

$n_1 = 3$ $\quad n_2 = 2$ dan $n_3 = 1$

$$(3, 2, 1) = \frac{6!}{3!, 2!, 1!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1 \times (2 \times 1)(1 \times 1)} = 60$$

Contoh 3.6 : Ada berapa cara kata MALAM dapat dipermutasikan ?.

Huruf $M = 2$, $A = 2$ dan $L = 1$; $n = 5$

$$(2, 2, 1) = \frac{5\,!}{2\,!.\,2\,!.\,1!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2\,!}{2\,!\,.\,(2 \times 1)(1 \times 1)} = 30$$

Contoh 3.7 : Ada berapa cara kata EKONOMI dapat dipermutasikan ?.

Huruf E = 1, K = 1, O = 2, N = 1, M = 1 dan I = 1 ; n = 7

$$(1, 1, 2, 1, 1, 1) = \frac{7\,!}{1!.\,1!.\,2!.\,1!.\,1!.\,1!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2\,!}{(1x1)(1x1)\,2\,!\,(1x1)(1x1)(1x1)}$$

$$= 2.520$$

f. Permutasi dari n objek yang seluruhnya tidak dapat dibedakan

Apabila semua objek tidak dapat dibedakan atau dengan perkataan lain seluruh objek itu sama, maka permuatasinya hanya 1.

Contoh 3.8 : Ada 5 objek terdiri huruf A, yaitu A, A, A, A, A,

Maka objek ini hanya dapat dipermutasikan dengan satu cara saja.

B. Kombinasi

Jika pada permutasi letak dari objek diperhatikan, tetapi pada kombinasi tidak diperhatikan. 12 dan 21 dipandang dua permutasi yang berlainan, tetapi dipandang sama secara kombinasi.

Kombinasi adalah seleksi terhadap objek-objek sejumlah n yang tiap-tiap kali diambil sebanyak x, tanpa memperhatikan tata susunannya (Hadi: 1986). Jumlah kombinasi diberi simbol:

$$nCx \; atau \binom{n}{x}$$

Kombinasi tingkat x dari n objek adalah suatu anak gugus yang terdiri dari x objek yang terpilih dari suatu gugus yang terdiri dari n objek. Yang menjadi masalah berapa jumlah kombinasi tingkat x yang mungkin disusun dari n buah objek ?. Masalah tersebut dapat dipandang sebagai masalah menyusun suatu kombinasi dari n objek yang terdiri atas dua kelompok objek. Kelompok pertama terdiri dari x buah objek yang akan dipilih di dalam anak gugus. Kelompok kedua terdiri dari (n – x) buah objek yang mungkin disusun adalah:

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!} \qquad \text{......................(3.7)}$$

Perbedaan antara permutasi dengan kmbinasi dapat dikemukakan dengan contoh susunan angka-angka berikut:

$$\text{permutasi} \Rightarrow \begin{matrix} 12 \neq 21 \\ 13 \neq 31 \\ 23 \neq 32 \end{matrix} \quad \text{kombinasi} \Rightarrow \begin{matrix} 12 = 21 \\ 13 = 31 \\ 23 = 32 \end{matrix}$$

Contoh 3.9: Ada 5 kesebelasan sepak bola yang akan bertanding, katakanlah kesebelasan itu A, B, C, D dan E.

Tentukanlah:

a. Berapa kali pertandingan yang harus dilaksanakan oleh panitia pertandingan ?.
b. Berapa kali setiap kesebelasan main bertanding ?.

Jawab:

Diketahui: $n = 5$

$x = 2$

a. Rumus.

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

$$\binom{n}{x} = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 (3 \times 2 \times 1)} = 10$$

b. AB BC CD DE

AC BD CE

AD BE

AE

Setiap kesebelasan main bertanding sebanyak 4 kali.

Contoh 3.10 : Dalam berapa carakah sebuah panitia yang beranggotakan 5 orang dapat dibentuk dari 6 pria dan 3 wanita, jika paling sedikit panitia itu harus beranggotakan 3 orang pria ?.

Pemecahannya adalah sebagai berikut :

1. Panitia yang beranggotakan 3 orang pria

Pemilihan 3 pria dari 6 orang pria adalah:

$$\binom{6}{3} = \frac{6\,!}{3\,!\,(6-3)\,!} = 20$$

Pemilihan 2 wanita dari 3 orang wanita adalah:

$$\binom{3}{2} = \frac{3\,!}{2\,!\,(3-2)\,!} = 3$$

Jadi kombinasinya = 20 x 3 = 60

2. Panitia yang beranggotakan 4 orang pria

Pemilihan 4 pria dari 6 orang pria adalah:

$$\binom{6}{4} = \frac{6\,!}{4\,!\,(6-4)\,!} = 15$$

Pemilihan 1 wanita dari 3 orang wanita adalah:

$$\binom{3}{1} = \frac{3\,!}{1!\,(3-1)\,!} = 3$$

Jadi kombinasinya = 15 x 3 = 45

3. Panitia yang beranggotakan 5 orang pria dari 6 orang pria

$$\binom{6}{5} = \frac{6\,!}{5\,!\,(6-5)\,!} = 6$$

Pemilihan pada wanita tidak dilakukan, karena panitia telah terisi sebanyak 5 orang pria. Jadi panitia yang beranggotakan 5 orang dari 6 orang pria dan 3 wanita dengan anggota paling sedikit 3 orang pria adalah:

60 + 45 + 6 = 111 cara.

C. Kaitan Kombinasi dan Teori Binomial

Nilai $\binom{n}{x}$ disebut juga dengan koefisien binomial. Secara aljabar dibahas teori binomial:

$$(p+q)^2 = (p+q)(p+q) = p^2 + 2pq + q^2$$

$$(p+q)^3 = p^3 + 3p^2q + 3pq^2 + q^3$$

$$(p+q)^4 = p^4 + 4p^3q + 6p^2q^2 + 4pq^3 + q^4$$

dan seterusnya...

Koefisien dari seluruh susunan binomium, terdiri dari (p+q); $(p+q)^2$; $(p+q)^3$; $(p+q)^4$;... yang merupakan segitiga Pascal,

1 1

1 2 1

1 3 . 3 1

1 4 6 4 1

Dari binomial $(p+q)^2$ di atas didapat koefisien $p^2 = \binom{2}{2} = \binom{2}{0} = 1$; koefisien $pq = \binom{2}{1} = 2$ dan koefisien $q^2 \binom{2}{0} = \binom{2}{2} = 1$. Alhasil secara keseluruhan

$(p+q)^2$ dapat diuraikan dengan koefisien sebagai kombinasi $\binom{n}{x}$ berikut:

$$(p+q)^2 = \binom{2}{0}p^2 + \binom{2}{1}pq + \binom{2}{2} \quad atau$$

$$(p+q)^2 = \binom{2}{2}p^2 + \binom{2}{1}pq + \binom{2}{0}q^2$$

$$= p^2 + 2pq + q^2$$

dan disingkat menjadi: $(p+q)^2 = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$

atau secara umum: $\boxed{(p+q)^n = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{x} p^x q^{n-x}}$ ....(3.8)

Pembahasan teori binomial ini ada kaitannya dengan distribusi binomial yang akan dibahas pada Bab IV.

D. Soal-Soal Untuk Latihan

1. Hitunglah permutasi dari:

   a. ${}_5P_3$ b. ${}_{15}P_5$

   c. ${}_3P_1$ d. ${}_{10}P_2$

2. Hitunglah kombinasi dari:

   a. $\binom{6}{2}$ b. $\binom{30}{4}$

   c. $\binom{15}{3}$ d. $\binom{4}{4}$

3. Pimpinan suatu perusahaan menginginkan lowongan pada jabatan mandor dan pembantu mandor segera diisi. Ada lima tenaga yang

dapat dimutasikan. Bagaimana kemungkinannya kelima tenaga itu akan menduduki jabatan mandor dan pembantu mandor?

4. Dari 4 bank swasta yang ada di kota Padang, hendak diadakan merger yang berasal dari 2 Bank. Bagaimana kombinasinya?
5. Seorang juru potret dipanggil untuk untuk mengambil gambar 10 orang wisudawan, dengan ketentuan setiap dua orang (pasangan) harus diambil gambarnya. Berapa gambar yang harus diambil ?.
6. Dari 5 pasang suami-istri hanya diperlukan 4 orang untuk dijadikan penitia suatu perayaan. Ada berapa banyak kemungkinan yang dapat dikemukakan seabgai calon panitia jika semuanya mempunyai kesempatan yang sama untuk dipilih sebagai panitia?
7. Sehubungan dengan soal no. 6 di atas, ada berapa banyak kemungkinan yang dapat dikemukakan jika kepanitiaan memerlukan susunan 3 pria dan 1 wanita?
8. Jika anda duduk bertiga pada sebuah bangku panjang, maka urutan duduk anda dapat digolongkan (pilih salah satu) ....?

   a. kombinasi b. permutasi
9. Seorang ibu melahirkan anak 4 kali diantaranya satu kali melahirkan anak kembar, sehingga ibu tersebut memeliki 5 orang anak, yang terdiri atas 3 laki-laki dan 2 wanita. Susunan jenis kelamin anak-anak tersebut dapat digolongkan suatu susunan (pilih salah satu).......?

   a. Kombinasi b. permutasi
10. Berapa banyak bilangan genap terdiri atas 3 angka yang dapat disusun dari angka 1, 2, 5, 6, dan 9; jika setiap angka tersebut hanya digunakan sekali ?.
11. Dalam kedokteran dikenal 4 golongan dara yaitu A, B, O, dan AB. Selain itu tekanan dara dikelompok atas rendah, normal dan tinggi.

Beerdasarkan kedua hal tersebut ada berapa cara seorang pasien dapat dikelompokkan ?.

12. Berapa cara yang mungkin dapat dibuat dalam suatu pesta makan malam, jika terdapat 6 orang yang duduk dalam :
    a. meja maka bundar
    b. berjejer dalam satu baris.
13. Berapa banyak permutasi yang dapat disusun dari huruf-huruf dalam kata : JUMLAH ; MATEMATIKA dan STATISTIKA
14. Dari 4 orang anggota partai A dan 3 orang anggota partai B, hitunglah banyaknya komisi yang terdiri atas 3 orang dengan 2 orang partai A dan 1 orang partai B !.
15. Seorang mahasiswa diminta untuk menjawab 7 dari 10 pertanyaan yang diberikan. Hitunglah kombinasi soal yang mungkin dapat dikerjakannya dalam ujian tersebut ?.
16. Dua buah dadu dilempar sekali, tentukanlah nilai probabilitas dari kejadian berikut :
    a. hasil lemparan muncul angka sama
    b. hasil lemparan muncul angka genap
    c. hasil lemparan muncul angka 7
    d. hasil lemparan, dadu pertama muncul angka genap dan dadu kedua muncul angka ganjil
17. Dari 5 pemain bulu tangkis, yaitu A, B, C, D dan E hendak dipilih dua orang untuk pemain ganda. Berapa banyak pemain ganda yang mungkin terbentuk ?.
18. Sebanyak 4 buah bola putih, 5 bola kuning, dan 2 bola hitam disusun dalam satu baris. Jika semua bola yang berwarna sama tidak dibedakan satu sama lain, berapa carakah penyusunan yang mungkin ?.

BAB IV

DISTRIBUSI PROBABILITAS TEORITIS

A. Pengertian

Distribusi Frekuensi yaitu suatu daftar untuk menyajikan data dengan jalan mengumpulkannya terlebih dahulu dan menyusunnya atas beberapa kelompok, sehingga dalam tiap kelompok atau kelas interval terdapat frekuensi-frekuensi data.

Sedangkan Distribusi Probabilitas Teoritis (selanjutnya disebut dengan Distribusi Teoritis) adalah distribusi frekuensi relatif (dalam jangka panjang) yang dapat diharapkan berdasarkan kepada pengalaman yang terdahulu atau berdasarkan kepada pertimbangan-pertimbangan teoritis. Dengan kata lain, distribusi peluang merupakan hasil yang diharapkan jika percobaan atau pengamatan dilakukan. Distribusi peluang adalah distribusi yang frekuensinya diturunkan secara matematis.

Setelah dibahas perbedaan antara distribusi teoritis dan distribusi frekuensi serta hubungannya, maka dengan mempelajari distribusi teoritis kita dapat mengetahui pola dari distribusi frekuensinya. Beberapa hal dapat dikemukakan sebagai contoh berikut ini:

- Seorang pengusaha penerbit buku perlu mengetahui selera bacaan para langganannya, apakah selerah itu berupa cerita novel, fiksi atau sejarah. Pola ini dapat diketahui dengan pengalaman-pengalaman masa lalu.
- Pengusaha toko sepatu perlu mengetahui pola permintaan dari para konsumen, bagaimana distribusi dari nomor-nomor sepatu yang diminta para konsumen.
- Pengusaha rumah makan perlu mengetahui pola selera makanan yang digemari para langganannya.

Dengan mengetahui pola permintaan yang didasarkan pada pengalaman di masa lalu, pengusaha tersebut akan dapat menyesuaikan persediaan barang-barangnya. Dengan kata lain, apabila kita dapat mengetahui distribusi teoritisnya, maka kita akan dapat mengetahui pola distribusi frekuensinya.

Kegunaan Distribusi Teoritis ini memungkinkan para pembuat keputusan untuk memperoleh dasar-dasar logika yang kuat di dalam membuat keputusan-keputusan, dan untuk dasar pembuatan ramalan-ramalan berdasarkan informasi yang terbatas serta untuk menghitung probabilitas terjadinya suatu peristiwa.

Ada dua macam sifat variabel, yaitu variabel diskrit dan variabel kontinyu (Supranto : 1986). Variabel diskrit adalah variabel yang satuannya selalu merupakan bilangan bulat (tidak pecahan), artinya di antara dua bilangan tidak ada bilangan lain, misalnya manusia, mobil, bola, binatang dan sebagainya. Dan variabel kontinyu adalah variabel yang satuannya merupakan bilangan pecahan, artinya di antara dua bilangan terdapat bilangan lain, misalnya berat gula 1,50 kg; benang panjangnya 5,30 meter; IP mahasiswa 2,89 dan sebagainya. Dengan demikian distribusi teoritis ada dua macam pula, yaitu distribusi teoritis dengan variabel diskrit dan distribusi teoritis dengan variabel kontinyu.

Pada Bab IV ini akan dibahas hanya distribusi teoritis bersifat diskrit, yang terdiri dari distribusi Binomial, Multinomial, Poisson dan distribusi hipergeometrik.

B. Distribusi Binomial

Distribusi Binomial adalah salah satu distribusi probabilitas teoritis dengan variabel random diskrit. Penemunya adalah James Bernaulli, (1654 – 1705) bangsa Swiss, sehingga distribusi ini disebut juga dengan distribusi Bernaulli.

Distribusi Binomial adalah distribusi peluang dari populasi yang mempunyai dua kategori, di mana timbulnya tiap kejadian *independent* dan setiap kejadian mempunyai peluang yang tetap (Supramono dan Sugiarto, 1993).

Distribusi Binomial didasarkan atas suatu eksperimen (percobaan) yang bersifat *independent* dan tiap percobaan menghasilkan 2 macam hasil yang berbeda. Dalam teori probabilitas, istilah eksperimen tidak usah harus diartikan eksperimen dalam laboratorium. Tetapi segala tindakan yang menyerupai eksperimen dapat juga dianggap suatu eksperimen dalam arti statistik. Percobaan bukan hanya dilakukan saat ini, tetapi juga dapat didasarkan percobaan yang dilakukan pada masa lalu. Penulis akan kemukakan beberapa contoh mengenai eksperimen (percobaan) demikian :

1. Pelemparan uang logam dapat menghasilkan dua muka yaitu gambar (G) atau bukan muka gambar (A).
2. Hasil pertandingan bulu tangkis dapat digolongkan ke dalam dua macam, yaitu menang atau kalah.
3. Pelemparan mata dadu dapat menghasilkan sisi genap dan ganjil.
4. Semacam obat diberikan kepada pasien, maka adakalanya pasien tersebut sembuh atau tidak sembuh setelah makan obat tersebut.

Dalam analisis statistik, eksperimen (percobaan) yang memiliki dua macam hasil alternatif seperti di atas, ternyata sangat penting dan banyak sekali kegunaannya.

Percabaan-percabaan di atas seringkali terdiri dari beberapa kali percobaan yang identik, bahkan percobaan itu dapat diulang hingga berkali-kali. Misalnya melemparkan satu uang logam tiga kali, melemparkan mata dadu lima kali. Betapapun juga, hasil percobaan hanyalah ada 2 macam saja. Secara statistik kita selalu menyatakan salah satu dari kedua hasil percobaan dengan istilah SUKSES, sedangkan hasil yang lain dengan istilah GAGAL.

Pada umumnya suatu eksperimen (percobaan) dikatakan eksperimen Binomial, kalau mempunyai 4 syarat berikut (Supranto: 1986):

1. Banyaknya percobaan merupakan bilangan tertentu.
2. Setiap percobaan mempunyai dua hasil yang dikategorikan atas sukses dan gagal. Dalam aplikasinya harus dijelaskan apa yang disebut dengan sukses tersebut.
   - Lulus (sukses), tidak lulus (gagal)
   - Senang (sukses), tidak senang (gagal)
   - Puas (sukses), tidak puas (gagal)
   - Muka gambar (sukses), tidak muka gambar (gagal)
   - Laba (dikatakan sukses), rugi (dikatakan gagal)
   - Sehat (sukses), sakit (gagal)
   - Kaya (sukses), miskin (gagal)
   - Usia panjang (sukses), usia pendek (gagal)
   - Tubuh langsing (sukses), tubuh gemuk (gagal)
   - Dapat ikan (sukses), tidak dapat ikan (gagal)
3. Probabilitas sukses sama pada setiap percobaan (disimbolkan dengan "p").
4. percobaan-percobaan tersebut harus bebas (*independent*) satu sama lain, hasil percobaan yang satu tidak mempengaruhi yang lain.

Kenkel (1981) menulis tentang suatu eksperimen dikatakan eksperimen Binomial, bila :

1. An experiment is performed n times where n is some positive integer (or a random sample of n individuals is taken, etc).

2. The outcome of each experiment or trial is independent of every other outcome.
3. The outcome of every trial can be classified as either a success (s) or a failure (f).
4. The probability (p) of a success on any trial is a constant. It does not vary from trial to trial
5. The value of p is assumed to be a known number

Selanjutnya Kenkel (1981) menulis :

The probability of obtaining a success is denoted by the letter p, *and* we assume that this probability remains constant from trial to trial. If p denotes the probability of a success, then $1-p$ equals the probability of a failures on any trial. We sometimes denote the probability of a failure by the letter q. If p is the probability of a success on any trial, then $q = 1-p$, because every outcome is either a success or a failure.

Jika diterjemahkan kutipan di atas secara bebas adalah : peluang untuk memperoleh suatu sukses dinotasikan dengan huruf p, dan diasumsikan bahwa peluang ini tetap dari suatu percobaan ke percobaan lainnya. Jika p menandakan peluang suatu sukses, kemudian $1 - p$ adalah peluang gagal dari suatu percobaan. Kadang-kadang kita menandakan peluang suatu kegagalan oleh huruf q. Jadi p adalah peluang suatu sukses dari suatu percobaan, kemudian $q = 1 - p$ adalah peluang gagal dari suatu percobaan.

Berikut dikemukakan contoh eksperimen Binomial:

Contoh 4.1:

Jika dilambung mata uang logam sebanyak dua buah sekaligus. Muka gambar disingkat dengan G dan bukan muka gambar disingkat dengan A. Bila probabilitas timbulnya muka G dinyatakan dengan p dan probabilitas munculnya muka A dinyatakan dengan 1-p atau q, perhatikan tabel berikut:

Tabel 4.1 Eksperimen Binomial Melambung 2 Mata Uang Logam

	Ruang Sampel	**Prob. Sampel**	**Sukses (x)**	**p(x)**
G → G	GG	pp	2	$P^2 = 1(1/2)^2\,(1/2)^{2-2} = 1/4$
G → A	GA	pq	1	$2pq = 2(1/2)\,(1/2)^{2-1} = 1/2$
A → G	AG	qp	1	
A → A	AA	qq	0	$q^2 = 1(1/2)^0\,(1/2)^{2-0} = 1/4$
				Jumlah 1

Terbukti .... $P(x,n) = \binom{n}{x}(p)^x(1-p)^{x-n}$

Dan diperoleh rumus distribusi binomial berikut:

$$P(x,n) = \binom{n}{x}(p)^x(1-p)^{x-n}$$ atau

$$\boxed{P(x,n) = \binom{n}{x}(p)^x(q)^{x-n}} \quad \text{...(4.1)}$$

Dimana: $P(x,n)$ = Probabilitas x sukses dari n

$\binom{n}{x}$ = Koefisien binomial (lihat Bab III)

p = Probabilitas sukses

q = Probabilitas gagal

Contoh 4.2:

Tiga buah mata uang logam dilambung satu kali sekaligus, maka akan diperoleh peristiwa dan probabilitas seperti tabel berikut:

Tabel 4.2 Eksperimen Binomial Melambung 3 Mata Uang Logam

Ruang sampel	Prob. Sampel	Sukses (x)	$P(x,N)=\binom{N}{x}(p)^x(q)^{n-x}$
GGG	p^3	3	$P(3,3)=\binom{3}{3}(1/2)^3(1/2)^{3-3}=1/8$
GGA	$p^2(1-p)^1$	2	
GAG	$p^2(1-p)^1$	2	$P(2,3)=\binom{3}{2}(1/2)^2(1/2)^{3-2}=3/8$
AGG	$p^2(1-p)^1$	2	
GAA	$p^1(1-p)^2$	1	
AGA	$p^1(1-p)^2$	1	$P(1,3)=\binom{3}{1}(1/2)^1(1/2)^{3-1}=3/8$
AAG	$p^1(1-p)^2$	1	
AAA	$(1-p)^3$	0	$P(0,3)=\binom{3}{0}(1/2)^0(1/2)^{3-0}=1/8$
			Jumlah ......= 1

Dari Tabel penjabaran/perhitungan probabilitas di atas dapat disajikan dalam bentuk tabel yang sederhana yang disebut dengan Distribusi Probabilitas.

Tabel 4.3 : Distribusi Probabilitas Untuk Pelambungan 3 Mata Uang Logam

Banyaknya A (X)	**Frekuensi**	**Probabilitas**
0	1	1/8
1	3	3/8
2	3	3/8
3	1	1/8
Jumlah	8	1

Suatu cara yang efektif untuk menghitung hasil distribusi binomial dapat dilakukan dengan bantuan sebuah tabel distribusi probabilitas binomial yang disajikan pada lampiran I diakhir buku ini.

Hasil tersebut dapat digambarkan seperti berikut :

N	X	P=0,01	0,05	0,10	0,20	0,50	...	0,99
3	0 1					0,1250 0,3750		

Jadi tentukan lebih dahulu n (jumlah peristiwa), X (peristiwa yang diinginkan sukses) dan p (probabilitas) sukses.

Untuk contoh 4.2 di atas kita dengan mudah melihat tabel binomial saja, tanpa menghitungnya, sebagai berikut.

$P(3,3) = 0{,}1250$

$P(2,3) = 0{,}3750$

$P(1,3) = 0{,}3750$

$P(0,3) = 0{,}1250$

Contoh 4.3 : Seorang manejer perusahaan melakukan penelitian tentang efektifitas promosi yang dilakukannya. Sebelum dilakukan promosi ternyata untuk setiap 10 orang yang ditawarkan 3 di antaranya bersedia membeli. Pertanyaan :

1. Berapakah probabilitas tidak seorangpun membeli?
2. Berapakah probabilitas hanya satu orang membeli?
3. Berapakah probabilitas paling banyak 2 orang yang bersedia membeli?
4. Berapakah probabilitas paling sedikit 7 orang bersedia membeli?
5. Berapakah probabilitas antara 3 sampai dengan 6 orang bersedia membeli?

Jawab :

Diketahui : $n = 10$

$p = 3/10 = 0{,}30$

$q = 1\text{-}0{,}30 = 0{,}70$

Rumus :

$$P(x,n)=\binom{n}{x}(p)^{x}(q)^{x-n}$$

$$1.\ x=0;\ maka\ P(0{,}10)=\binom{10}{0}(0{,}3)^{0}(0{,}7)^{10-0}=0{,}0282$$

$$2.\ x=1;\ maka\ P(1{,}10)=\binom{10}{1}(0{,}3)^{1}(0{,}7)^{10-1}=0{,}1211$$

$$3.\ x\le 2;\ maka$$

$$P(0{,}10)=\binom{10}{0}(0{,}30)^{0}(0{,}7)^{10-0}=0{,}0282$$

$$P(1{,}10)=\binom{10}{1}(0{,}30)^{1}(0{,}7)^{10-1}=0{,}1211$$

$$P(2{,}10)=\binom{10}{2}(0{,}30)^{2}(0{,}7)^{10-2}=0{,}0282$$

$$Jumlah\quad P(x\le 2{,}10)\ldots\ldots\ldots\ldots=0{,}3828$$

4. $x \ge 7$; maka

P(7,10)	=	0,0090
P(8,10)	=	0,0014
P(9,10)	=	0,0001
P(10,10)	=	0,0000
Jumlah P($\ge$7,10)	=	0,0105

5. antara 3 sampai dengan 6, maka

P(3,10)	=	0,2668
P(4,10)	=	0,2001
P(5,10)	=	0,1029
P(6,10)	=	0,0368
Jumlah P($3 \le x \le 6$)	=	0,6066

Contoh 4.4 : Lima buah mata dadu dilambung sekaligus. Berapakah probabilitas memperoleh 2 buah mata dadu ganjil ?

Jawab : Diketahui : n = 5

P = 1/2 x = 2

Rumus :

$$P(x,n) = \binom{n}{x}(P)^x(q)^{x-n}$$

$$P(2,5) = \binom{5}{2}(1/2)^2(1/2)^{5-2} = 0{,}3125$$

Contoh 4.5: Desna ingin memilih satu di antara 2 buah kenderaan Bus (Bus ANS & NPM) yang ingin ditumpanginya untuk pergi ke Jakarta. Bus ANS mempunyai roda 4 buah dan Bus NPM mempunyai roda 6 buah. Berdasarkan pengalaman Desna kemungkinan roda Bus ANS akan meletus diperjalanan1/5. Sedangkan Bus NPM kemungkinan meletusnya ¼. Seandainya kalau 50 persen dari roda masing-masing bus sudah meletus diperjalanan,. Bus manakah yang sebaiknya dipilih oleh Desna untuk pergi ke Jakarta ?.

Jawab : Diketahui : p bus ANS = 1/5 = 0,20 ; bus NPM = 0,25

n = bus ANS = 4 ; bus NPM = 6

x = 50 % dari 4 = 2 ; x = 50 % x 6 = 3

maka x = 0, 1, 2 ; maka x = 0, 1, 2, 3

Rumus :

$$P(x,n) = \binom{n}{x}(p)^x(q)^{x-n}$$

Perhitungan Bus ANS :

$$P(0,4)=\binom{4}{0}(0,20)^{0}(0,80)^{4-0}=0,3277$$

$$P(1,4)=\binom{4}{1}(0,20)^{1}(0,80)^{4-1}=0,4096$$

$$P(2,4)=\binom{4}{2}(0,20)^{2}(0,80)^{4-2}=0,2048$$

Probabilitas meletus roda ANS $= 0,9421$

Perhitungan Bus NPM :

$$P(0,6)=\binom{6}{0}(0,20)^{0}(0,80)^{6-0}=0,1780$$

$$P(1,6)=\binom{6}{1}(0,20)^{1}(0,80)^{6-1}=0,3560$$

$$P(2,6)=\binom{6}{2}(0,20)^{2}(0,80)^{6-2}=0,2966$$

$$P(3,6)=\binom{6}{3}(0,20)^{3}(0,80)^{6-3}=0,1318$$

Probabilitas meletus roda NPM $= 0,9624$

Kesimpulan : Bus yang dipilih oleh Desna untuk pergi ke Jakarta adalah Bus ANS, karena probabilitas meletus rodanya lebih kecil dari Bus NPM.

C. Rata-Rata dan Standar Deviasi Distribusi Binomial

Dari distribusi binomial kita dapat menghitung rata-rata dan standar deviasinya.

Rata-rata hitung dari suatu distribusi frekuensi (*mean* dari *grouped data*) adalah:

$$\bar{x} = \frac{\sum F_i x_i}{\sum F_i}$$ dimana $\sum F_i = N$, ini berasal dari

$$\frac{F_1 x_1}{N} + \frac{F_2 x_2}{N} + \frac{F_3 x_3}{N} + \ldots\ldots + \frac{F_k x_k}{N} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(4.2)$$

Dimana F_i adalah frekuensi dari x_i rumus tersebut dapat dirubah menjadi:

$$\bar{x} = \sum x_i \frac{F_i}{N} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4.3)$$

$\frac{F_i}{N}$ adalah frekuensi relatif dari x_i

kita masih ingat rumus (2.3) pada halaman 22 bahwa :

$$P(x_i) = \lim_{N \to \infty} \frac{F_i}{N} \qquad N = n$$

sehingga didapat rumusan rata-rata distribusi binomial:

$$\boxed{\bar{x} = \sum x_i . P(x_i)} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4.4)$$

ingat $\bar{x} = \mu$

di dalam distribusi binomial, x_i menunjukkan jumlah SUKSES 0, 1, 2, 3, 4,... dan n; dan $P(x_i)$ adalah probabilitas untuk mendapatkan "x_i Sukses dari n percobaan". Dengan demikian secara sederhana rata-rata dari distribusi binomial dihitung dengan rumus:

$$\boxed{\mu = np} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4.5)$$

Deviasi standar dari distribusi frekuensi, dituliskan dengan rumus:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(\bar{x}_i - \mu)^2 F_i}{N}} \text{ ....} \qquad \text{.............(4.6)}$$

persamaan (4.6) berasal dari :

$$\sigma^2 = \frac{(\bar{x}_1 - \mu)^2 F_1}{N} + \frac{(\bar{x}_2 - \mu)^2 F_2}{N} + \ldots \frac{(\bar{x}_k - \mu)^2 F_k}{N} \qquad \text{......(4.7)}$$

atau boleh ditulis seperti berikut:

$$\sigma^2 = (\bar{x}_1 - \mu)^2 \frac{F_1}{N} + (\bar{x}_2 - \mu)^2 \frac{F_2}{N} + (\bar{x}_k - \mu)^2 \frac{F_k}{N} \qquad \text{.....(4.8)}$$

sehingga menjadi $\sigma^2 = \sum(\bar{x}_i - \mu)^2 . P(x_i)$ ....(4.9)

$$\boxed{\sigma = \sqrt{(\bar{x}_i - \mu)^2 . P(x_i)}} \qquad \text{............(4.10)}$$

secara singkat dapat ditulis:

$$\sigma = \sqrt{np(1-p)} \quad \text{atau} \quad \boxed{\sigma = \sqrt{npq}} \qquad \text{...........(4.11)}$$

Contoh 4.6: Hitunglah rata-rata dan deviasi standar dari pelambungan 3 buah uang logam sekaligus dengan rumus (4.4); (4.5); (4.10); (4.11)

Tabel 4.4 : Analisis Rata-Rata dan Standar Deviasi

X_1	$P(x_i)$	$x_i.P(x_1)$	$(\bar{x}_1 - \mu)$	$(\bar{x}_i - \mu)^2$	$(\bar{x}_1 - \mu)^2. P(x_i)$
0	0,1250	0,0000	-1,50	2,25	0,2813
1	0,3750	0,3750	-0,50	0,25	0,0938
2	0,3750	0,3750	0,50	0,25	0,0938
3	0,1250	0,3750	1,50	2,25	0,2813
Jumlah		1,5000	0		0,7502

Dengan rumus (4.4) $\quad \bar{x} = \mu = \sum x_i . P(x_i) = 1,5$

Dengan rumus (4.5) $\quad \mu = np \qquad$ n = 3; p = 0,50

$= 3\ (0,50) = 1,5$

Dengan rumus (4.10) $\sigma = \sqrt{(x_i - \mu)^2 . P(x_i)}$

$= \sqrt{0,7502}$

$= 0,866$

Dengan rumus (4.11) $\sigma = \sqrt{npq}$

$= \sqrt{3(0,50)(0,50)}$

$= \sqrt{0,75}$

$= 0,866$

Contoh 4.7: Bila dilambung 10 buah mata dadu sekaligus. Berapakah rata-rata dan deviasi standar kalau yang tampak di atas mata dadu 3 ?.

Jawab:

Diket: n = 10

p = 1/6 = 0,16667

μ = np

= 10 (0,16667) = 1,6667

$\sigma = \sqrt{npq}$

$= \sqrt{10(1/6)(5/6)}$

$= \sqrt{1,3889}$

$= 1,1785$

Contoh 4.8: Pengalaman masa lalu menunjukkan bahwa 4 dari 10 orang pengunjung ke suatu toko sepatu Bata tertarik untuk membeli. Berapakah rata-rata dan deviasi standar kalau 100 orang pengunjung tertarik untuk membeli sepatu Bata.

Jawab:

Diket: n =100

p = 4/10 = 0,40

μ = np

= 100 (0,40) = 40 orang

$$\sigma = \sqrt{npq}$$
$$= \sqrt{100(0{,}4)(0{,}6)}$$
$$= 4{,}8990$$

D. Distribusi Multinomial

Perluasan dari distribusi binomial adalah distribusi multinomial (Sudjana : 1989). Bila dalam suatu percobaan dapat terjadi peristiwa-peristiwa $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_K$ yang *mutually exclusive* dan *exhaustive*, di mana probabilitasnya masing-masing $p_1, p_2, p_3, \ldots, p_K = 1$. Maka probabilitas munculnya peristiwa-peristiwa itu masing-masing sebanyak $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_K$ kali dalam n kali percobaan $(x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_K = n)$:

$$\boxed{P(x_1, x_2, \ldots x_k) = \frac{n!}{x_1!, x_2!, \ldots x_k}(p_1)^{x_1}(p)^{x_2}\ldots(p_k)^{x_k}} \qquad (4.12)$$

Contoh 4.9 : Pabrik Semen Padang memakai mesin jenis AL untuk memproduksi semen. Mesin tersebut biasanya menghasilkan 80 % berkualitas baik, 15 % kurang baik dan selebihnya berkualitas jelek. Jika Dari diambil sampel secara acak sebanyak 12 zak semen. Berapakah probabilitas diperoleh hasil yang berkualitas baik sebanyak 7 zak, kurang baik 3 zak dan yang berkualitas jelek 2 zak semen ?

Jawab : Diket. n = 12

	Baik $(x_1) = 7$	$p(x_1) = 0{,}80$
	Kurang baik $(x_2) = 3$	$p(x_2) = 0{,}15$
	Jelek $(x_3) = 2$	$p(x_3) = 0{,}05$

$$P(x_1, x_2, \ldots x_k) = \frac{n!}{x_1!.x_2!\ldots x_k}(p_1)^{x_1}(p)^{x_2}\ldots(p_k)^{x_k}$$

$$P(7,3,2) = \frac{12!}{7!.3!.2!}(0{,}80)^7(0{,}15)^3(0{,}05)^2$$

$= 7.920\ (0{,}2097)\ (0{,}0034)\ (0{,}0025)$

$= 0{,}0141.$

Contoh 4.10 : Di dalam suatu kotak terdapat 50 buah kelereng yang terdiri atas 3 macam warna. 25 buah di antaranya berwarna merah, 10 buah berwarna putih dan 15 buah berwarna biru. Berapakah probabilitas kalau terpilih 10 buah kelereng merah, 6 buah kelereng putih dan 4 buah kelereng biru ?.

Jawab : Diket. n = 20

P(merah) = 25/50 = 0,50 merah = 10 buah

P(putih) = 10/50 = 0,20 putih = 6 buah

P(biru) = 15/50 = 0,30 biru = 4 buah

$$P(x_1, x_2, \ldots x_k) = \frac{n!}{x_1!.x_2!\ldots x_k}(p_1)^{x_1}(p)^{x_2}\ldots(p_k)^{x_k}$$

$$P(10,6,4) = \frac{20!}{10!,6!,4!}(0{,}50)^{10}(0{,}20)^6(0{,}30)^4$$

$= 38.798.760\ (0{,}0010)\ (0{,}0001)\ (0{,}0081)$

$= 0{,}0314.$

E. Distribusi Poisson

Apabila n sangat besar jumlahnya dan x_i kecil, maka sulit kita memakai distribusi binomial dalam menghitung probabilitas. Misalnya dari 200.000 buah hasil poduksi, yang cacat hanya 5 buah. Kita dapat bayangkan sukarnya menghitung nilai probabilitas ;

$$P(5{,}200.000) = \binom{200000}{5}(0{,}5)^5(0{,}5)^{199995}$$

dalam hal demikian untuk menghitung nilai probabilitas akan lebih mudah dengan menggunakan Distribusi Poisson. Distribusi ini pertama kali ditemukan dan dikembangkan oleh Simon Denis Poisson (1781-1841) bangsa Perancis.

Distribusi Poisson adalah distribusi untuk peristiwa-peristiwa yang jarang terjadi (*distribution of rate events*) dan merupakan salah satu distribusi teoritis dengan variabel random deskrit (Dajan : 1984).

Menurut Hasan (1999) : Distribusi Poisson adalah distribusi nilai-nilai bagi suatu variabel random X (di mana X diskrit), yaitu banyaknya hasil percobaan yang terjadi dalam suatu interval waktu tertentu atau di suatu daerah tertentu.

Distribusi Poisson memiliki sifat-sifat sebagai berikut.

1. Banyaknya hasil percobaan yang terjadi dalam suatu interval waktu atau suatu daerah tertentu tidak bergantung pada banyaknya hasil percobaan yang terjadi pada interval waktu atau daerah lain yang terpisah.
2. Probabilitas terjadinya hasil percobaan selama suatu interval waktu yang singkat atau dalam suatu daerah kecil, sebanding dengan panjang interval waktu atau besarnya daerah tersebut dan tiak tergantung pada banyaknya hasil percobaan yang terjadi di luar interval waktu atau daerah tersebut.
3. Probabilitas lebih dari satu hasil percobaan yang terjadi dalam interval waktu yang singkat atau dalam daerah yang kecil dapat diabaikan.

Kenkel (1981) menulis tentang karakteristik Proses Poisson, yaitu

1. The occurrences of events are independent. They have no effect on the probability of another occurrence of the event in the same, or any other, interval of time or space.
2. The probability of occurrence is proportional to the length of the time or space interval.

3. The probability of more than one occurrence in any infinitesimally small interval is negligible.

Contoh 4.11:

Peristiwa datangnya kendaraan yang lewat dalam suatu interval waktu di suatu ruas jalan. Dari peristiwa itu dapat diamati hal-hal berikut:

- Tingkat kedatangan rata-rata kendaraan dapat dihitung berdasarkan data masa lalu.
- Tingkat kedatangan rata-rata kendaraan per satuan waktu adalah konstan.
- Banyaknya kedatangan kenderaan dalam suatu interval waktu tertentu merupakan peristiwa bebas.
- Probabilitas kedatangan kenderaan-kenderaan itu dalam suatu interval waktu adalah sangat kecil, dan dapat dikatakan mendekati nol.

Distribusi Poisson banyak digunakan dalam hal berikut :

- Menghitung probabilitas terjadinya peristiwa menurut satuan waktu, ruang atau isi, luas, panjang tertentu, seperti menghitung probabilitas dari peristiwa-peristiwa berikut.
- Banyaknya penggunaan telepon per menit atau banyaknya mobil yang lewat selama 5 menit di suatu ruas jalan raya.
- Banyaknya bakteri dalam 1 tetes atau satu liter air
- Banyaknya kesalahan ketik per halaman sebuah buku
- Banyaknya kecelakaan mobil di jalan tol selama seminggu
- Banyaknya pembaca iklan suatu barang dalam suatu surat kabar yang ikut atau tertarik membeli.
- Banyaknya penduduk yang terjangkit penyakit TBC
- Banyaknya wajib pajak yang salah mengisi blangko pajak
- Banyaknya mahasiswa UNP yang DO

- Menghitung distribusi binomial apabila nilai n besar ($n \geq 30$) dan p kecil ($p < 0,1$)

Secara ringkas penulis kemukakan beda pemakaian Distribusi Poisson dengan Distribusi Binomial yaitu :

	Dist. Poisson	Dist. Binomial
Jumlah data	>30	≤30
Probabilitas Sukses	kecil sekali mendekati nol	≤ 1
Rata-rata (np)	≤ 20	> 20

Rumus : $\boxed{P(x_i) = \dfrac{\mu^x . e^{-\mu}}{x!}}$ ....(4.13)

Dimana:

x = variabel random diskrit 0,1,2,3 ...

x! = x (x-1) (x-2) ...

e = 2,71828 bilangan natural

μ = np

Contoh 4.12: Pengalaman masa lalu menunjukkan bahwa 2 % dari bola bulu tangkis buatan pabrik "Z" tidak bisa dipakai (cacat). Kalau dugaan itu benar maka tidak lebih dari 5 buah bola dari 200 buah bola yang dibeli adalah cacat. Berapakah probabilitas bola bulu tangkis yang cacat itu ?.

Jawab: Diket:

n = 200

p = 2% = 0,02

μ = np = 200 (0,02) = 4

x =0,1,2,3,4 dan 5 = x ≤ 5.

Rumus: $P(x_i) = \dfrac{\mu^x.e^{-\mu}}{x!}$

$$P(0) = \frac{4^0.2{,}71828^{-4}}{0!} = \frac{4^0 \dfrac{1}{2{,}71828^{-4}}}{1} = 0{,}0183 \quad ^{**}$$

$$P(1) = \frac{4^1.2{,}71828^{-4}}{1!} = \frac{4^1 \dfrac{1}{2{,}71828^{-4}}}{1} = 0{,}0183 \quad ^{**}$$

$$P(2) = \frac{4^2.2{,}71828^{-4}}{2!} = \frac{4^2 \dfrac{1}{2{,}71828^{-4}}}{2.1} = 0{,}0183 \quad ^{**}$$

$$P(3) = \frac{4^3.2{,}71828^{-4}}{3!} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 0{,}1945 \quad ^{**}$$

$$P(4) = \frac{4^4.2{,}71828^{-4}}{4!} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 0{,}1945 \quad ^{**}$$

$$P(5) = \frac{4^5.2{,}71828^{-4}}{5!} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 0{,}1563 \quad ^{**}$$

Total $P(x \leq 5) = 0{,}7852$

Contoh 4.13: Dealer sepeda motor merk "Honda" mengiklankan Honda Astrea Prima pada salah satu surat kabar di kota Padàng untuk dijual. Surat kabar tersebut mempunyai 500.000 pembaca setiap hari. Jika kemungkinan 1 dari 100.000 orang pembaca terpengaruh oleh iklan untuk membeli sepeda motor itu. Berapakah:

** angka-angka ini dapat dilihat dalam tabel distribusi Poisson pada lampiran 2 halaman akhir buku ini

1. Rata-rata diharapkan akan terpengaruh membeli ?.
2. Probabilitas hanya 1 orang terpengaruh untuk membeli ?.
3. Probabilitas paling banyak 2 orang terpengaruh untuk membeli ?.
4. Probabilitas paling sedikit 14 orang terpengaruh untuk membeli ?.
5. Probabilitas antara 2 – 4 orang terpengaruh membeli ?.

Jawab: Diket: n = 500.000

p = 1/100.000 = 0,00001

1. $\mu = np$

   $\mu = 500.000\ (0{,}00001) = 5$

   Rumus: $P(x_i) = \dfrac{\mu^x . e^{-\mu}}{x!}$

2. x = 1 $P(1) = \dfrac{5^1 x 2{,}71828^{-5}}{1!} = 0{,}0337$

3. x ≤ 2 $P(0) = \dfrac{5^0 x 2{,}71828^{-5}}{0!} = 0{,}0067$

   $P(1) = \dfrac{5^1 x 2{,}71828^{-5}}{1!} = 0{,}0337$

   $P(2) = \dfrac{5^2 x 2{,}71828^{-5}}{2!} = 0{,}0842$

   $\sum P(x \leq 2) = 0{,}1246$

4. x ≥ 14 $P(14) = \dfrac{5^{14} x 2{,}71828^{-5}}{14!} = 0{,}0005$

   $P(15) = \dfrac{5^{15} x 2{,}71828^{-5}}{15!} = 0{,}0002$

   $P(16) = \dfrac{5^{16} x 2{,}71828^{-5}}{16!} = 0{,}0000$

   $\sum P(x \geq 14) = 0{,}0007$

untuk P(17) dan seterusnya tidak usah ditulis karena hasilnya 0 (nol). Dalam matematik bilangan nol tidak berarti kalau dijumlahkan dengan bilangan lain.

5. antara 2 – 4 $(2 \le x \le 4)$

$$P(2) = \frac{5^2 x 2{,}71828^{-5}}{2!} = 0{,}0842$$

$$P(3) = \frac{5^3 x 2{,}71828^{-5}}{3!} = 0{,}1404$$

$$P(2) = \frac{5^2 x 2{,}71828^{-5}}{2!} = 0{,}0842$$

$$P(2 \le x \le 4) = 0{,}4001$$

F. Distribusi Hipergeometris

Bila pengambilan sampel dari populasi dilakukan dengan sistem pemulihan (*with replecement*) secara random, maka dipakai distribusi binomial untuk menghitung probabilitasnya. Tetapi bila pengambilan sampel tidak dikembalikan (*with out replecement*) maka dipakai perumusan distribusi hipergeometris berikut:

$$\boxed{P(a,b) = \frac{\binom{a+c}{a}\binom{b+d}{b}}{\binom{N}{a+b}}} \qquad \ldots\ldots(4.14)$$

dimana: $a \le a + c$

$b \le b + d$

Ingat tabel 2 x 2

	a	b	a+b
	c	d	c+d
	a+c	b+d	N

Contoh 4.14: Dalam suatu kardus terdapat 20 kaleng susu, di antaranya 5 kaleng sudah kadaluwarsa (tidak boleh diedarkan lagi atau rusak). Jika dari kardus itu telah terjual sebanyak 10 kaleng. Pertanyaan:

1. Berapa kalengkah susu yang tidak rusak isinya ?.
2. Mungkinkah susu yang terjual itu rusak semuanya ?.
3. Mungkinkah susu yang rusak terjual semuanya ?.
4. Berapakah probabilitas susu yang terjual itu tidak satupun yang rusak ?.
5. Berapakah probabilitas susu yang terjual paling sedikit rusak sebanyak 4 kaleng ?.
6. Berapakah probabilitas susu yang terjual itu paling banyak rusak 2 kaleng ?.

Jawab:

	R	TR	$\sum$
J	0	10	10
TJ	5	5	10
$\sum$	5	15	20

	R	TR	$\sum$
J	1	9	10
TJ	4	6	10
$\sum$	5	15	20

	R	TR	$\sum$
J	2	8	10
TJ	3	7	10
$\sum$	5	15	20

	R	TR	$\sum$
J	3	7	10
TJ	2	8	10
$\sum$	5	15	20

	R	TR	$\sum$
J	4	6	10
TJ	1	9	10
$\sum$	5	15	20

	R	TR	$\sum$
J	5	5	10
TJ	0	10	10
$\sum$	5	15	20

R = Rusak J = Terjual

TJ = Tidak terjual TR = Tidak rusak

1. Jumlah kaleng susu yang tidak rusak isinya = 15
2. Tidak mungkin. Sebab jumlah yang rusak 5 kaleng dan yang terjual 10 kaleng.
3. Mungkin saja. Sebab jumlah yang terjual 10 kaleng dan yang rusak hanya 5 kaleng.
4. Probabilitas tidak satupun yang rusak

$$P(0,10) = \frac{\binom{5}{0}\binom{15}{10}}{\binom{20}{10}} = \frac{(1)(3.003)}{(184.756)} = 0,0163$$

5. Probabilitas paling sedikit 4 kaleng susu yang rusak

   ≥ 4 : 0 1 2 3 <u>4 5</u>

   $$P(4,6)=\frac{\binom{5}{4}\binom{15}{6}}{\binom{20}{10}}=\frac{(5)(5.005)}{(184.756)}=0{,}1354$$

   $$P(5,5)=\frac{\binom{5}{5}\binom{15}{5}}{\binom{20}{10}}=\frac{(1)(3.003)}{(184.756)}=0{,}0163$$

   ------------+

   $$\sum P(\geq 4)=0{,}1517$$

6. Probabilitas paling banyak 2 kaleng susu yang rusak

   ≤ 2 : <u>0 1 2</u> 3 4 5

   $P(0,10)=$ .... $=0{,}0163$

   $$P(1,9)=\frac{\binom{5}{1}\binom{15}{9}}{\binom{20}{10}}=\frac{(5)(5.005)}{(184.756)}=0{,}1354$$

   $$P(2,8)=\frac{\binom{5}{2}\binom{15}{9}}{\binom{20}{10}}=\frac{(10)(6.435)}{(184.756)}=0{,}3483$$

   ------------+

   $$\sum P(\leq 2)=0{,}5000$$

G. **Soal-Soal Untuk Latihan**

1. Apakah yang dimaksud dengan variabel diskrit dan variabel kontinyu ?.
2. Sebutkan syarat-syarat suatu eksperimen dikatakan eksperimen binomial ?.
3. Ada dua peristiwa yaitu : Berlaba, dan meruginya suatu perusahaan pada waktu yang berbeda. Dapatkah peristiwa-peristiwa tersebut

dikatakan eksperimen binomial ?. (ya atau tidak, jelaskan secara ringkas).

4. Seorang agen asuransi jiwa menjual polis pada 5 orang yang usia dan keadaan kesehatannya sama. Menurut tabel martality probabililty bahwa seseorang dalam usia ini akan hidup 30 tahun lagi adalah 0,30. Hitunglah probabilitas :
   a. Semua orang masih hidup?
   b. Paling sedikit 3 orang masih hidup?
   c. Hanya 2 orang yang masih hidup?
   d. Tidak ada yang hidup?
5. Diketahui bahwa dari calon-calon mahasiswa yang memasuki jurusan Ekonomi tahun 2000/2003 sebanyak 20 persen diterima. Dari 10 orang calon yang dipilih secara acak kemudian diselidiki, berapakah probabilitas dari 10 orang calon mahasiswa yang diselidiki tersebut :
   a. Tidak seorangpun yang diteima?
   b. Paling sedikit 3 orang yang diterima?
   c. Paling banyak 6 orang yang diterima?
   d. Buatlah distribusi binomial !
6. Di suatu rumah sakit, ternyata probabilitas bayi perempuan lahir 40 persen dari jumlah bayi yang lahir. Pada suatu hari lima orang suami muda sama-sama menunggu kelahiran bayinya di rumah sakit itu. Pertanyaan :
   a. Seandainya ke lima-limanya menginginkan bayi perempuan, berapakah probabilitas ke 5 suami itu memperoleh bayi perempuan masing-masingnya?
   b. Berapakah probabilitas setinggi-tingginya 3 orang dari suami itu memperoleh bayi perempuan?

c. Berapakah probabilitas sekurang-kurangnya 2 orang dari suami tersebut memperoleh bayi laki-laki?

7. Bila dilambung mata uang 400 kali, berpakah rata-rata memperoleh gambar burung dan berapakah simpangan bakunya dari melambung mata uang itu?
8. Berdasarkan soal no. 6, berapakah rata-rata dan standar deviasi untuk memperoleh bayi perempuan?
9. Berdasarkan data yang ada pada kantor BPS cabang Padang, diketahui 20 % perusahaan yang ada di kota Padang memperoleh laba pada tahun 1980, 70 persen tidak berlaba dan tidak merugi, dan hanya 10 persen perusahaan menderita kerugian. Bila diambil sampel secara random sebanyak 10 buah perusahaan. Berapakah probabilitas : 5 buah perusahaan berlaba 4 buah pulang pokok dan satu buah perusahaan yang menderita kerugian.
10. Seorang pejabat Departemen Koperasi menyatakan bahwa penduduk di daerahnya rata-rata sudah mengenal koperasi. Kemungkinan seorang anggota koperasi di daerah tersebut adalah 60 %. Apabila ada seseorang ingin mengetahui/menyelidiki mengenai pernyataan tersebut. Berapakah kemungkinan dari 20 orang penduduk dijumpai akan terdapat 12 orang anggota koperasi?
11. Apa beda distribusi binomial dan distribusi poisson?. (jelaskan secara ringkas).
12. Menurut data yang ada pada kantor kepolisian di negara "Antabaranta". Banyak kematian karena kecelakaan lalu lintas tiap tahun 4 dari 100.000 orang penduduk. Hitunglah probabilitas bahwa di suatu kota dengan 50.000 orang penduduk terdapat :
    a. 10 orang kematian karena kecelakaan lalu lintas?
    b. Antara 3 sampai dengan 7 orang kematian?

c. Lebih dari dua orang kematian?

d. Tidak seorangpun yang meninggal karena kecelakaan?

e. Paling banyak 5 orang yang meninggal?

13. Antara jam 14.00 sampai 16.00 WIB, rata-rata banyaknya panggilan telepon setiap menit yang masuk papan penghubung suatu perusahaan adalah 2,5. Hitunglah probabilitas bahwa selama suatu waktu tertentu akan terdapat :

a. Tidak ada panggilan telepon?

b. Dua panggilan telepon?

c. > 6 panggilan telepon?

d. < 5 panggilan telepon?

e. 4 panggilan telepon?

f. antara 2 – 5 ?

g. >16 panggilan telepon?

14. Secara rata-rata terdapat dua orang dalam setiap 5.000 orang melakukan kesalahan dalam perhitungan pajak pendapatannya. Jika diambil 10.000 lembar isian pajak secara random untuk diteliti, tentukanlah probabilitas akan terdapat 3,7,0 dan 8 lembar yang salah perhitungannya?

15. Dari hasil suatu penelitian diperoleh penemuan bahwa terdapat 10 orang manejer perusahaan besar di kota AB. Jumlah yang berpenghasilan tinggi adalah 5 orang dan sama banyak dengan yang berpenghasilan rendah. Kemudian jumlah manejer yang tamatan Perguruan tinggi 5 orang sama banyak pula dengan tamatan di bawah perguruan tinggi. Pertanyaan :

a. Berapakah jumlah maksimum dari mereka yang berpenghasilan tinggi dan tamatan perguruan tinggi?

b. Berapakah probabilitas tidak seorangpun yang berpenghasilan tinggi dan tamatan perguruan tinggi?

c. Berapakah probabilitas paling banyak dua orang yang berpenghasilan tinggi dan tamatan perguruan tinggi?

d. Berapakah probabilitas paling sedikit 4 orang yang berpenghasilan tinggi dan tamatan perguruan tinggi?

e. Buatlah tabel distribusi hipergeometris !

16. Menurut pengalaman, sebuah mesin offset setiap mencetak 2.000 lembar kerta HVS terjadi kerusakan selembar kertas. Sebanyak 1.000 kertas diambil dari suatu populasi kertas-kertas yang telah diproses cetak oleh mesin tersebut. Berapakah probabilitas :

    a. ditemukan 5 lembar kertas rusak di antara 1.000 lembar ?
    b. ditemukan antara 1 sampai dengan 3 lembar kertas yang rusak ?
    c. ditemukan paling banyak 2 lembar kertas yang rusak ?.
    d. ditemukan paling sedikit 15 lembar kertas yang rusak ?.

17. Dari sekumpulan orang, dipilih secara random 1.000 orang. Dari sekumpulan orang tersebut, 1 % adalah orang asing.

    a. Berapa Peluang dari 1.000 orang itu, 3 di antaranya orang asing ?
    b. Berapa orang dari 1.000 orang itu, diharapkan adalah orang asing
    c. Berapa varians banyaknya orang asing dari 1.000 orang ?.

18. Dari data statistik kepariwisataan kota P" diketahui 15 % wisatawan dari keseluruhan wisatawan yang datang ke kota tersebut tidak memiliki pelayanan dari biro-biro perjalanan resmi. Berapa peluang jika ada 20 wisatawan yang dipilih secara random, tiga di antaranya tidak memilih biro perjalanan resmi ?.

    (Gunakan distribusi Poisson dan distribusi Binomial)

19. Sebuah mesin cetak menghasilkan cetakan yang cacat sebanyak 5 % pencetakan dalam satu hari. Jika diambil secara random cetakan 8 buah, hitunglah peluang berikut :

    a. tidak ada cacat
    b. terdapat dua cacat
    c. paling sedikit 7 cacat

20. Seorang pemilik perusahaan telah meneliti bahwa banyak pesanan barang yang ia terima setiap hari rata-rata 3,8. Andaikan di sini dapat digunakan distribusi Poisson. Berapakah peluang pada suatu hari akan diterima :
    a. tepat lima buah perusahaan
    b. paling banyak empat buah perusahaan
    c. tidak ada pesanan
    d. tidak kurang dari 12 buah perusahaan
21. Suatu perusahaan melakukan promosi secara besar-besaran melalui salesman tentang suatu produk, yaitu televisi merek tertentu. Setelah promosi, dilakukan penelitian terhadap 11 rumah tangga. Jika pada masa lalu banyaknya rumah tangga yang membeli televisi merek tersebut sekitar 30 %. Pertanyaan :
    a. Berapa peluang hanya 2 rumah tangga yang membeli televisi
    b. Berapa peluang jika $4 \leq x \leq 6$
    c. Berapa peluang jika $x \leq 3$
22. Data sensus menunjukkan bahwa keluarga di suatu kota besar yang berpenghasilan Rp.6.000.000,- per tahun hanya sebanyak 1 %. Dari 100 keluarga yang diambil secara acak, berapa peluang :
    a. tidak ada yang berpenghasilan Rp.6.000.000,- per tahun
    b. yang berpenghasilan Rp.6.000.000,- tidak lebih dari

****

BAB V

DISTRIBUSI NORMAL

A. Pengertian

Distribusi normal tidak sama dengan distribusi binomial, distribusi normal berdasarkan pada distribusi suatu variabel acak kontinyu. Suatu variabel acak kontinyu X adalah suatu variabel acak yang dapat mengambil semua nilai-nilai dalam suatu interval.

Menurut Kenkel (1981 : 231) karakteristik dari suatu distribusi probabilitas kontinyu adalah (1) total area kurva dan sumbu yang horizontal merupakan suatu kesatuan dan (2) Kurva harus terletak dekat di bawah sumbu horizontal.

Salah satu distribusi probabilitas kontinyu adalah distribusi normal. Distribusi normal adalah distribusi probabilitas yang banyak dipakai dalam statistik, oleh karena berbagai eksperimen mengikuti distribusi probabilitas yang normal atau yang sangat mendekati distribusi normal.

Studi mengenai distribusi normal dimulai sejak abad ke-17 oleh Abraham De Moivre (1667-1745) seorang pakar matematika bangsa Inggris. Dilanjutkan oleh Pierre Laplace sebelum tahun 1775. Kemudian Carl Gauss (1777-1855) meneruskan studi mengenai distribusi normal dan mempublikasikan hasilnya pada awal abad ke-19, tepatnya pada tahun 1809. Untuk menghormati karya Carl Gauss ini, maka distribusi normal disebut juga distribusi Gauss. Kemudian pada abad ke-19, Francis Galton seorang pakar bangsa Inggris melakukan penelitian terus menerus mengenai gejala-gejala alam dan gejala-gejala psikologis, yang hasilnya menunjukkan bahwa gejala-gejala tersebut mengikuti hukum-hukum distribusi normal.

Menurut Dajan (1984) bahwa distribusi normal merupakan distribusi teoritis dari variabel random kontinyu. Kurva dari distribusi normal disebut kurva normal yang simetris berbentuk genta dan memiliki fungsi frekuensi :

$$\boxed{f(x)=\frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}}e^{-\left(1/2\sigma^2\right)\left(x-\mu_x\right)^2}} \qquad \ldots\ldots\ldots(5.1)$$

di mana $\pi = 3{,}14159$ dan $e = 2{,}71828$

Fungsi f(x) di atas dinamakan fungsi kepekatan normal.

Rumus di atas tergantung pada dua parameternya yaitu rata-rata (μ) dan varian (σ_x). Dengan kata lain distribusi normal umum merupakan sekeluarga kurva yang berparameter dua buah dan kedua parameter di atas harus diberi harga yang tertentu pula.

Bentuk kurva normal sangat dipengaruhi oleh besar kecilnya rata-rata (μ) dan simpangan baku. Makin kecil σ makin meruncing (makin tinggi) bentuk kurva normal (*leptocurtic*) dan sebagian besar nilai x_1 mengumpul mendekati rata-rata. Sebaliknya makin besar σ bentuk kurvanya makin tumpul/merata, atau makin rendah (*platicurtic)* dan nilai x makin menjauhi rata-rata.

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\left(\frac{1}{2}\right)\left[(x-\mu)/\sigma\right]^2}$$

$$\left[(x-\mu)/\sigma\right]^2=\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2$$

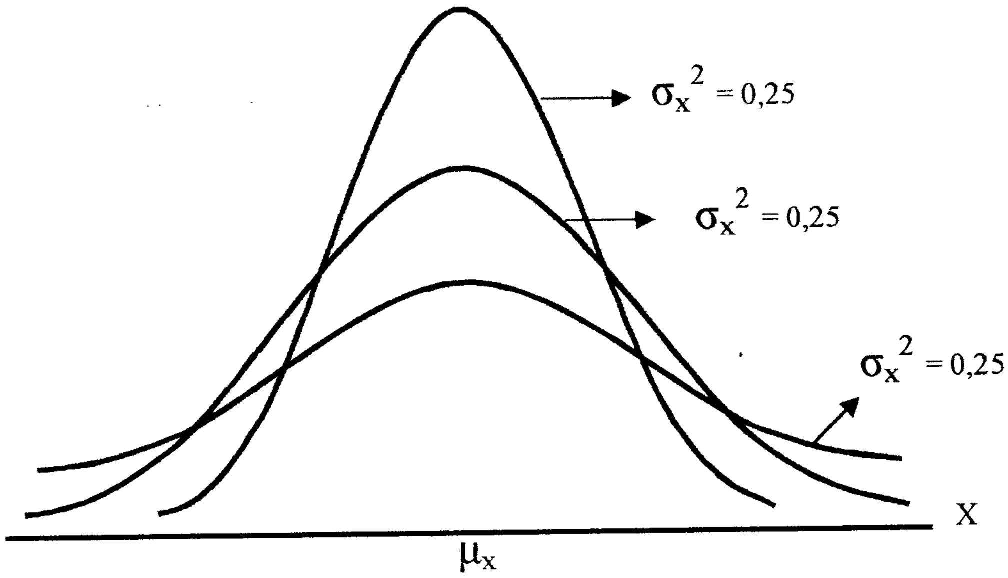
$\pi = 3{,}1416$

$e = 2{,}71828$

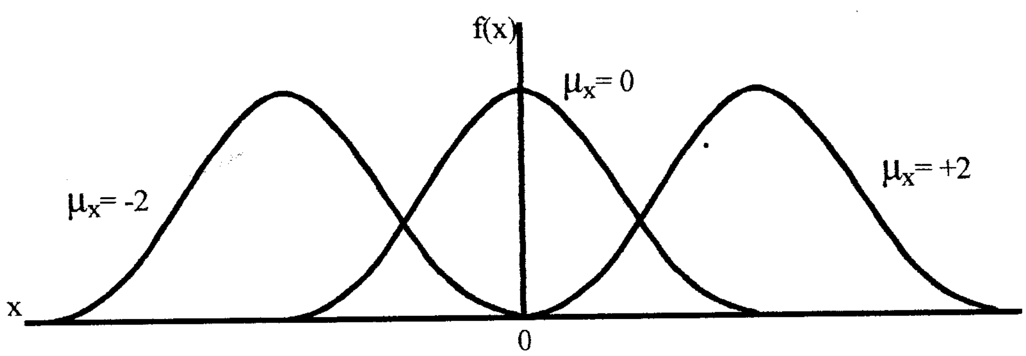
x = nilai data

σ = simpangan baku

Suatu distribusi normal dapat dibedakan dari distribusi normal yang lain atas dasar perbedaan rata-ratanya atau variannya atau kedua-duanya. Jika μ_x sudah tertentu tanpa menentukan σ_x^2, maka kita akan memperoleh serangkaian keluarga distribusi normal yang memiliki rata-rata yang sama dengan varian yang berbeda seperti gambar di bawah ini:



Sebaliknya, jika σ_x^2 sudah tertentu sedangkan μ_x tidak ditentukan, kita kan peroleh seragkaian keluarga kurva normal yang memiliki bentuk yang sama dengan lokasi yang berbeda sepanjang sumbu x seperti dalam gambar berikut:



B. Ciri-Ciri Kurva Normal

Berikut dikemukakan ciri-ciri kurva normal, (Kenkel, 1981) yaitu :

1. Kurvanya berbentuk garis lengkung yang halus dan berbentuk seperti genta, dengan satu puncak.
2. Simetris terhadap mean (X) = μ
3. Kedua ekor/ujungnya semakin mendekati sumbu absisnya tetapi tidak pernah memotong.
4. Jarak titik belok kurva dengan sumbu simetrisnya sama dengan σ
5. Luas daerah di bawah lengkungan kurva tersebut dari - ∞ sampai + ∞ sama dengan 1 atau 100 %. Total area di bawah kurva adalah 1.
6. Kurva selalu di atas sumbu X, di mana f(X) selalu positif.
7. Nilai rata-rata = median = modus.

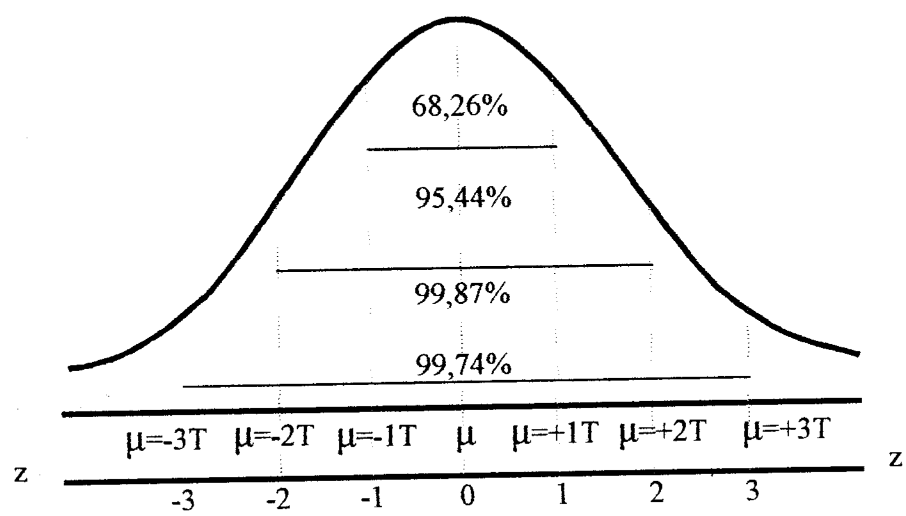
C. Distribusi Normal Standar

Cara menghitung probabilitas distribusi kontinyu dilakukan dengan jalan menentukan luas di bawah kurva, tetapi fungsi frekuensi yang dikemukakan di atas tidak memiliki integral yang sempurna sehingga probabilitasnya dihitung dengan menggunakan distribusi normal standar

Keluarga distribusi normal memiliki jumlah yang banyak sekali, akibat pengaruh rata-rata dan simpangan baku. Tetapi untuk mencari probabilitas suatu interval dari variable random (acak) kontinyu dapat dipermudah dengan menggunakan bantuan distribusi normal standar. Untuk mengubah distribusi normal umum menjadi distribusi normal standar, gunakan nilai Z (*standard units*)

Kurva dari distribusi normal standar adalah kurva normal yang sudah dirubah menjadi distribusi nilai Z (zerro), dimana distribusi tersebut akan mempunyai μ = 0 dan deviasi standar σ = 1. Nilai Z adalah angka yang menunjukkan penyimpangan suatu nilai variabel (x) dari mean (μ) dihitung dalam satuan deviasi standar (σ).

Di bawah ini dikemukakan contoh kurva normal standar :



Rumus: $\boxed{z = \dfrac{x-\mu}{\sigma}}$ ....(5.2)

(John E. freund dan Benjamin M. Perles : 1974,

Di mana : Z = variable normal standar

X = nilai variable random

σ = simpangan baku variable random

μ = rata-rata variable random

Nilai Z (standard units) adalah angka atau indeks yang menyetakan penyimpangan suatu nilai variable random (X) dari rata-rata (μ) dihitung dalam satuan simpangan baku (σ).

Hasan (1999) menulis tentang sifat-sifat distribusi normal standar, yaitu:

a. Kurva simetris terhadap sumbu Y

b. Mempunyai titik tertinggi (0, $1/\sqrt{2\pi}$) dengan $1/\sqrt{2\pi} = 0{,}4$

c. Cekung ke bawah untuk interval X = -1 sampai X = +1 dan cekung ke atas untuk nilai X di luar interval tersebut.

d. Meluas atau melebar tanpa batas ke kiri dan ke kanan serta mendekati sumbu X secara cepat begitu bergerak dari X = 0 ke kiri maupun ke kanan,

e. Luas seluruh daerah di bawah kurva dan di atas sumbu X sebesar 1 unit.

Luas seluruh kurva normal adalah 100 %, setengah kurva 50 %, luas nilai z antara –1 sampai 1 adalah 68,26 %, luas antara –2 sampai 2 adalah 95,44 % dan luas antara –3 sampai 3 adalah 99, 87 %.

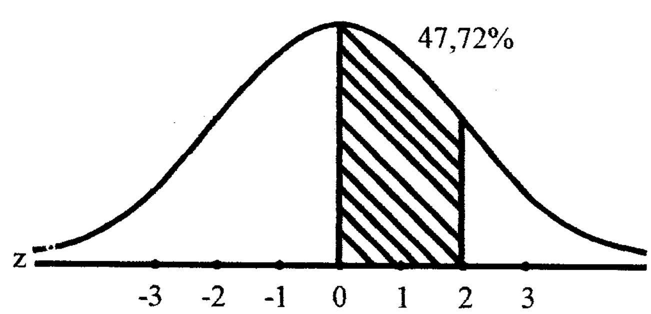
Untuk mengetahui berbagai luas di bawah lengkungan kurva normal standar sudah tersedia tabelnya yakni Tabel Luas Kurva Normal Standar (pada lampiran III).

Contoh 5.1: Misalnya dipunyai kurva normal dengan

$\mu = 100$ dan $\sigma = 15$

b. Hitunglah luas kurva normal antara 100 – 300

P (100 < x < 130)

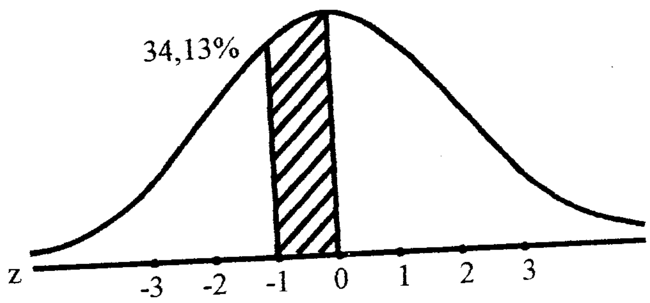


$$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

$$z = \frac{130-100}{15} = 2$$

menurut tabel luasnya = 0,4772 atau 47,72%.

c. Hitunglah luas kurva normal antara 85 –100



$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$= \frac{85 - 100}{15} = -1$$

menurut tabel luasnya

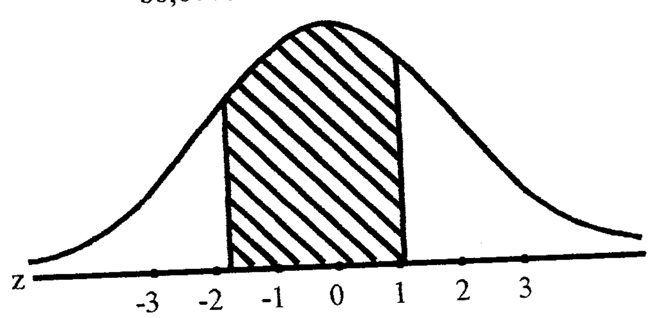
= 0,3413 atau 34,13 %

d. Hitunglah luas kurva normal antara 75 – 120

$$z_1 = \frac{75 - 100}{15}$$

= -1,67

luasnya 0,4525



$$z_2 = \frac{120 - 100}{15}$$

= 1,33

luasnya 0,4082

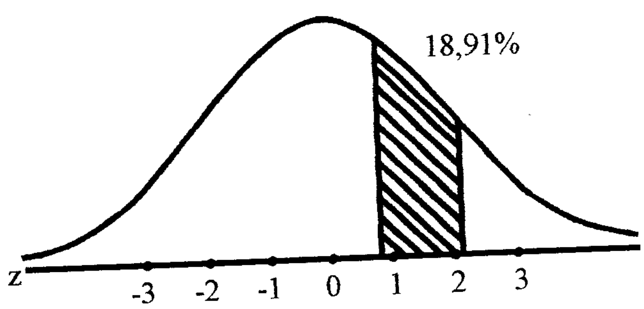
Jadi luas seluruhnya adalah 0,4525 + 0,4082 = 0,8607 atau 86,07%.

e. Hitunglah luas kurva normal antara 112 – 130

$$z_1 = \frac{112 - 100}{15}$$

= 0,80

luasnya 0,2881



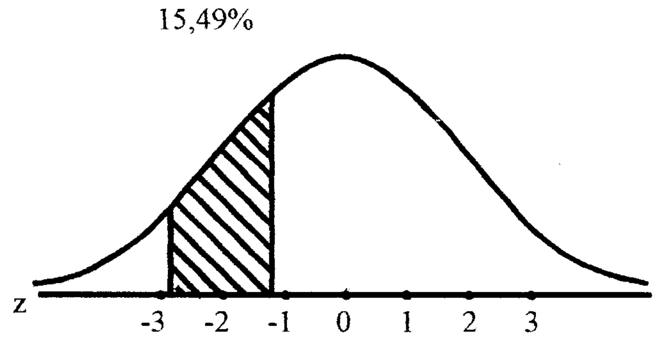
$$z_2 = \frac{130 - 100}{15}$$

= 2

luasnya 0,4772

Jadi luas seluruhnya adalah 0,4772 – 0,2881 atau 18,91 %.

f. Hitunglah luas kurva normal antara 60 – 85



$$z_1 = \frac{60-100}{15}$$

$= -2,67$

luasnya 0,4962

$$z_2 = \frac{85-100}{15}$$

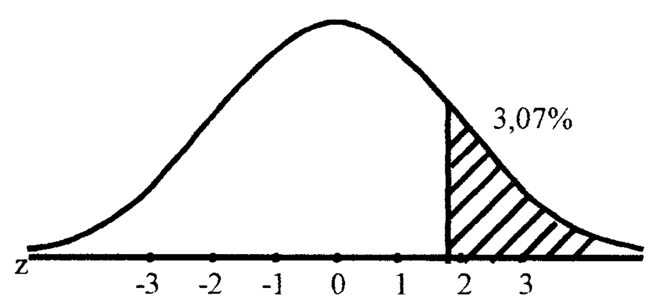
$= -1$

luasnya 0,3413

Jadi luas seluruhnya adalah 0,4962 – 0,3413 = 0,1549 atau 15,49%

g. Hitunglah luas kurva 128 ke kanan. Di sini sama saja menghitung probabilitas untuk nilai x yang sama atau lebih besar dari 128.

$P(x \geq 128)$.



$$z = \frac{128-100}{15}$$

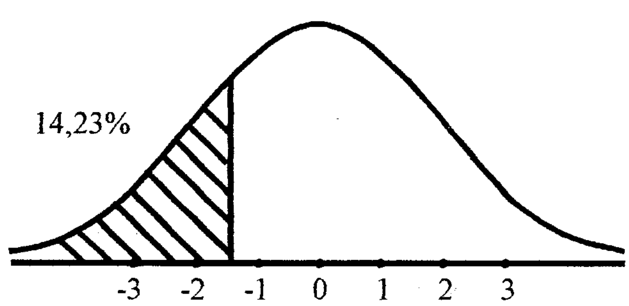
$z \geq 1,87$

luasnya 0,4693

Jadi 0,5 – 0,4693 = 0,0307

Atau 3,07 %

h. Hitunglah luas kurva normal 84 ke kiri !.



$$z = \frac{84-100}{15}$$

$= -1,07$

luasnya 0,3577

Jadi 0,5 – 0,3577 = 0,1423 atau 14,23%

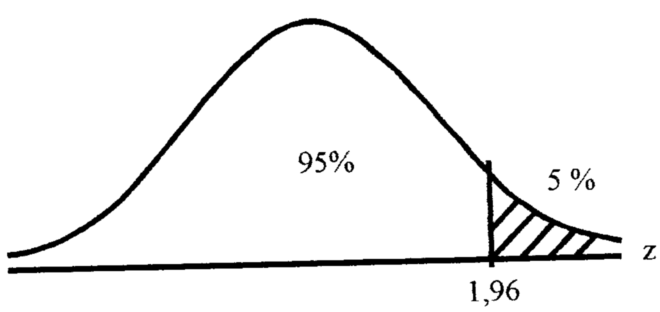
Contoh 5.2: Toko buku sebuah universitas sering menghadapi masalah mengenai persediaan sejenis buku yang harus dipesan dari penerbit. Jika pesanan terlalu sedikit, penerbit mengenakan biaya tambahan, sedangkan bila pesanan terlalu banyak, buku-buku tersebut mungkin tidak akan terjual semua.

Andaikan jumlah mahasiswa yang mengambil kuliah Statistika I berdistribusi normal di universitas tersebut, dengan rata-rata 150 orang mahasiswa persemester dan simpangan baku 20 orang mahasiswa. Berapa banyak buku Statistika harus dipesan oleh toko buku tersbut, jika ia mengaharapkan bahwa tidak lebih dari 5 % kemungkinan kehabisan persediaan ?.

Jawab : Diket : $\mu = 150$

$\sigma = 20$

$z = 1{,}96$ (100% - 5% = 95%).



$$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

$$1{,}96 = \frac{x-150}{20}$$

$$1{,}96(20) = x - 150$$

$$x = 150 + 39{,}2 = 189{,}2$$

jadi = 190 buah buku

Contoh 5.3: Jarak rata-rata yang dapat ditempuh dengan satu liter bensin dari sepeda motor-sepeda motor yang diselidiki adalah 38 km per jam dengan deviasi standar 6 km per jam. Dengan menganggap bahwa distribusi jarak yang dapat ditempuh setiap pemakaian satu liter bensin dari sepeda motor itu mendekati distribusi normal, maka diminta :

a. Berapa persen dari sepeda motor tersebut yang hanya dapat mencapai maksimal 30 km per jam setiap pemakaian satu liter bensin ?.

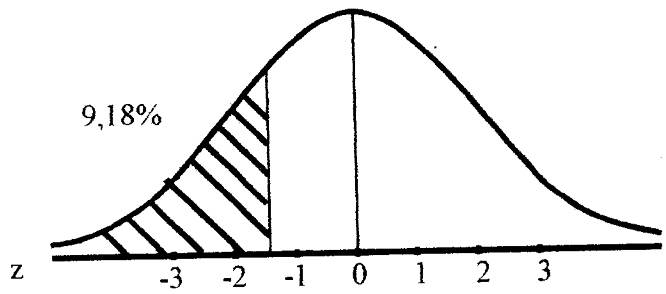
b. Berapa persen yang dapat mencapai antara 25 km sampai 35 km per jam ?.

c. Berapa persen yang dapat mencapai lebih dari 50 km per jam ?.

d. Sepuluh persen (10 %) dikatakan sepeda motor yang berbahan bakar hemat, berapakah jarak minimalnya ?.

Jawab :

a. Persentase sepeda motor yang dapat mencapai maksimal 30 km per jam setiap pemakaian satu liter bensin adalah :



$$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

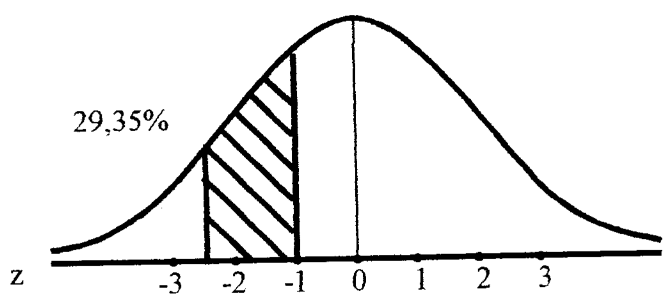
$$z = \frac{30-38}{6} = \frac{-8}{6}$$

$$z = -1,33$$

$$luasnya = 0,4082$$

jadi 0,5 – 0,4082 = 0,0918 atau 9,18%.

b. Persentase yang dapat mencapai antara 25 km sampai 35 km per jam adalah :



$$z_1 = \frac{25-38}{6} = \frac{-13}{6}$$

$$= -2,17$$

$$luasnya = 0,4850$$

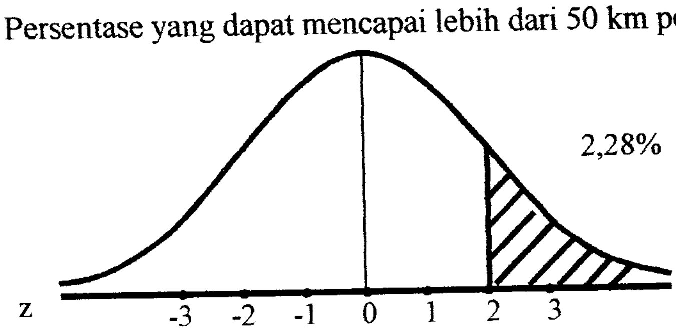
$$z_2 = \frac{35-38}{6} = \frac{-3}{6}$$

$$= -0,50$$

$$luasnya = 0,1915$$

jadi luasnya = 0,4850 – 0,1915 = 0,2935 atau 29,35%

c. Persentase yang dapat mencapai lebih dari 50 km per jam adalah :



$$z = \frac{50-38}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

$$luasnya = 0,4772$$

jadi = 0,5 – 0,4772 = 0,0228 atau 2,28 %.

d. Sepuluh persen (10 %) dikatakan sepeda motor yang berbahan bakar hemat, jarak minimalnya adalah :

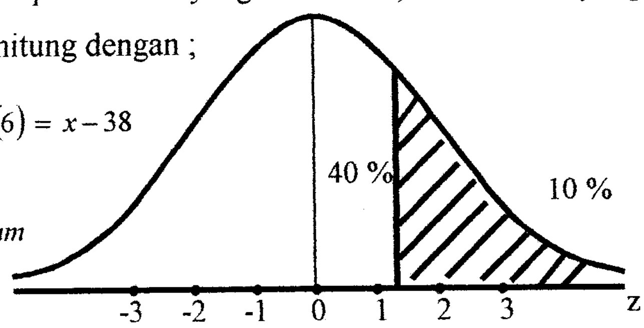
10 % berbahan bakar hemat berarti terletak pada ujung kanan kurva. Ini berarti luas 40 % (50 % - 10 %) terletak pada jarak berapa dari rata-rata 38 km. Berdasarkan tabel 40 % terletak pada nilai Z = 1,28 (bila tidak ada yang tepat diambil yang mendekati). Jarak nilai yang dinyatakan dapat dihitung dengan ;

$1{,}28 = \frac{x-38}{6} = 1{,}28(6) = x - 38$

$7{,}68 = x - 38.$

$tentu\ x = 45{,}68\ km/jam$

$(jarak\ minimal)$



D. Pendekatan Kurva Normal Untuk Distribusi Binomial

Apabila p sama dengan 1/2 dan n adalah besar, maka distribusi binomial akan mendekati distribusi normal. Di dalam prakteknya, daerah kurva normal dapat dipergunakan untuk menghitung probabilitas binomial, walaupun n adalah relatif kecil dan p tidak sama dengan 1/2.

Oleh karena distribusi binomial mempunyai variabel yang bersifat diskrit, sedangkan distribusi normal variabelnya bersifat kontinum, maka dalam menggunakan distribusi normal untuk memecahkan persoalan binomial perlu diadakan penyesuaian, yaitu : **untuk nilai variabel x batas bawah diundurkan 0,5 dan nilai variabel x batas atas dimajukan pula 0,5.**

Contoh 5.4 : Besarnya probabilitas untuk memperoleh 4 buah permukaan Angka (A) dalam 10 kali pelambungan mata uang logam, dapat dihitung sebagai berikut :

n = 10, x = 4 dan p = 1/2

$$P(4;10) = \binom{10}{4} (1/2)^4 (1/2)^6 = 210\ (0{,}0625)\ (0{,}0156)$$
$$= 0{,}2051$$

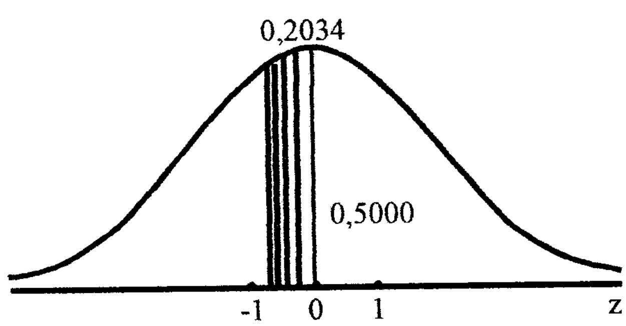
Apabila kita gunakan kurva normal :

$\mu = np = 10\ (1/2) = 5$

$\sigma = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{10(1/2)(1/2)} = 1{,}58$

$$Z_1 = \frac{3{,}5 - 5}{1{,}58} = \frac{-1{,}5}{1{,}58} = -0{,}95$$

$$Z_2 = \frac{4{,}5 - 5}{1{,}58} = \frac{-0{,}5}{1{,}58} = -0{,}32$$



Luasnya masing-masing adalah 0,3289 dan 0,1255. Jadi luas 3,5 sampai 4,5 = 0,3289 – 0,1255 = 0,2034.

Perbedaan antara hasil menggunakan rumus binomial dengan kurva normal standar adalah 0,2051 – 0,2034 = 0,0017 (karena pembulatan dan dapat diabaikan).

Contoh 5.5: Sebuah mesin pencetak menghasilkan cetakan yang rusak sebanyak 12 %. Diambil sampel sebesar 300 unit barang cetakan secara acak, tentukanlah probabilitas :

a. Barang cetakan rusak sebanyak 40 unit ?.
b. Barang cetakan rusak antara 35 sampai 40 unit ?.

c. Barang cetakan rusak paling banyak 30 unit ?.

d. Barang cetakan rusak sebanyak 41 unit atau lebih ?.

Jawab : Diket : n = 300

$P = 12\ \%$

$\mu = np = 300\ (12\%) = 36$

$\sigma = \sqrt{np(1-p)}$

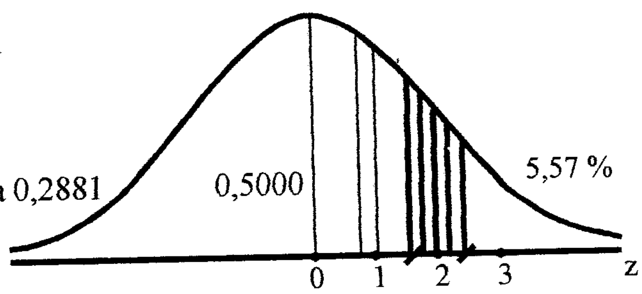
$\sigma = \sqrt{300(12\%)(88\%)}$

$\sigma = 5{,}63$

a. Probabilitas barang cetakan rusak sebanyak 40 unit adalah :

$$z_1 = \frac{40{,}5 - 36}{5{,}63} = \frac{4{,}5}{5{,}63}$$

$= 0{,}80\ldots$ luasnya 0,2881



$$z_2 = \frac{39{,}5 - 36}{5{,}63} = \frac{3{,}5}{5{,}63}$$

$= 0{,}62\ldots$ luasnya 0,2324

Jadi luas antara 39,5 – 40,5 adalah 0,2881 – 0,2324 =

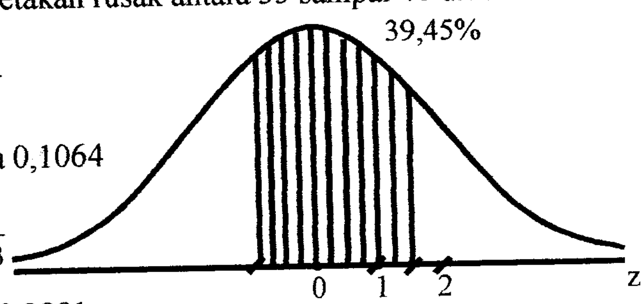
0,0557 atau 5,57 %.

b. Probabilitas barang cetakan rusak antara 35 sampai 40 unit adalah :

$$z_1 = \frac{34{,}5 - 36}{5{,}63} = \frac{-1{,}5}{5{,}63}$$

$= -0{,}27\ldots$ luasnya 0,1064

$$z_2 = \frac{40{,}5 - 36}{5{,}63} = \frac{4{,}5}{5{,}63}$$



$= 0{,}80\ldots$ luasnya 0,2881

Jadi luas antara 34,5 – 40,5 adalah 0,1064 + 0,2881 =

0,3945 atau 39,45 %.

c. Probabilitas barang cetakan rusak paling banyak 30 unit ($X \le 30$):

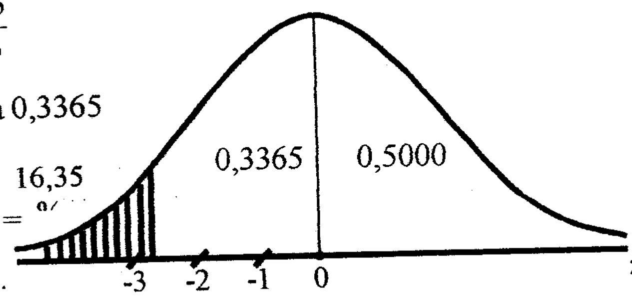
$$z = \frac{30{,}5 - 36}{5{,}63} = \frac{-5{,}5}{5{,}63}$$

= -0,98... luasnya 0,3365

Jadi luas 30,5 ke kiri

Adalah 0,5 – 0,3365 =

0,1635 atau 16,35 %.



d. Probabilitas 41 unit atau lebih barang cetakan akan rusak adalah :

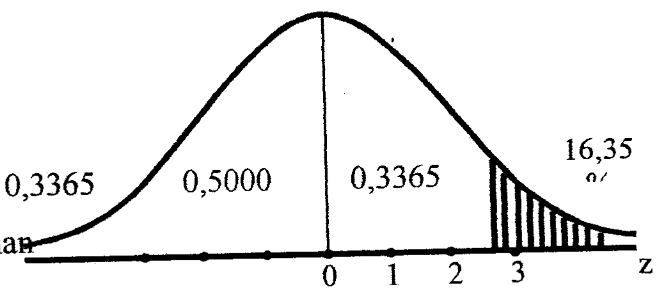
$$z = \frac{41{,}5 - 36}{5{,}63} = \frac{5{,}5}{5{,}63}$$

= 0,98... luasnya 0,3365

Jadi luas 41,5 ke kanan

adalah 0,5 – 0,3365 =

0,1635 atau 16,35 %.



Distribusi bervariabel kontinyu yang lain (di samping distribusi normal) adalah distribusi nilat t, distribusi nilai X^2 dan distribusi nilai F.

E. Soal-Soal Untuk Latihan

1. Hitunglah luas kurva normal yang terletak :
   a. Ke kiri dari Z = 1,87
   b. Ke kanan dari Z = 2,23
   c. Antara Z = 0,54 dan Z = 1,92
   d. Antara Z = -1,04 dan Z = 1,34
2. Apabila suatu distribusi normal mempunyai rata-rata 75 dan deviasi standar 16,8. Hitunglah :

e. Luas kurva normal antara 75 dan 86,4

f. Luas kurva normal dari 83,5 ke kanan

g. Luas kurva normal dari 68,2 ke kiri

h. Luas kurva normal 100 ke kanan

3. Hitunglah nilai Z apabila :

   i. Luas kurva normal antara 0 dan Z adalah 0,3598

   j. Luas kurva normal ke kanan dari Z adalah 0,2032

   k. Luas kurva normal ke kiri dari Z adalah 0,8765

   l. Luas kurva normal antara –Z dan Z adalah 0,9621

4. Lama hidup dari sejenis produk perusahaan tertentu hampir berdistribusi normal dengan rata-rata 5 tahun dan deviasi standar 2 tahun. Jika poduk itu diberi garansi untuk satu tahun. Berapa persenkah dari penjualan semula akan mendapat penggantian ?.

5. Andaikan masa pakai sejenis barang yang diproduksi oleh sebuah perusahaan berdistribusi secara normal dengan rata-rata 63 bulan dan simpangan baku 5 bulan. Berdasarkan pada masa pakai barang tersebut dibuat penggolongan atas kualitas I, II dan kualitas III, dimana barang yang masa pakainya di atas atau sama dengan 20 % tertinggi termasuk kualitas I. Berapakah masa pakai terendah dari barang termasuk kualitas I tersebut ?.

6. Dari 1.000 orang calon mahasiswa baru tahun 2003 yang ingin memasuki program studi Pendidikan Ekonomi, jurusan Ekonomi FIS UNP Padang, mengingat terbatasnya fasilitas dan demi pertimbangan mutu hanya akan diterima 120 orang. Dari nilai testing masuk diketahui bahwa nilai rata-ratanya 60 dan deviasi standar 10. Seandainya hasil tes masuk tersebut mendekati distribusi normal, ditanyakan :

   c. Berapakah jumlah calon mahasiswa jika nilai tes masuknya 62,30 ?.

   d. Berapakah jumlah calon mahasiswa jika nilai tes masuknya 57,71 ?.

e. Berapa hasil tes masuk minimal yang dicapai calon yang diterima di jurusan Ekonomi ?.

f. Seandainya 5 % dari jumlah calon yang mempunyai nilai tes terbaik, akan diberikan keringanan SPP pada tahun pertama, berapakah nilai tes minimal dari calon mahasiswa yang mendapatkan keringanan SPP tersebut ?.

7. Apabila 4 % pita kaset yang diproduksi oleh suatu perusahaan adalah cacat, berapakah probabilitasnya bahwa dalam suatu sampel random 100 buah pita kaset hasil produksi perusahaan tersebut :

   a. 5 buah pita kaset cacat
   b. Antara 2 dan 3 pita kaset cacat
   c. Kurang dari 4 buah pita kaset cacat
   d. Hitunglah peluang jika $X \leq 2$ pita kaset yang cacat
   e. Hitunglah peluang jika $X \geq 7$ pita kaset yang cacat
   f. Hitunglah peluang jika $3 \leq X \leq 6$ pita kaset yang cacat

8. Suatu perusahaan ingin mempromosikan produk barunya dan ternyata diketahui bahwa 20 % rumah tangga yang dikunjungi oleh salesman membeli produk baru tersebut. Jika salesman mengunjungi 30 rumah tangga, tentukanlah probabilitas bahwa 10 atau lebih rumah tangga akan membeli produk baru tersebut ?. Gunakan pendekatan distribusi nomal.

9. Jika warna favorit dari 65 % kelompok masyarakat adalah biru, berapa probabilitas bahwa dalam sampel sebanyak 1.000 orang, lebih 680 orang menyukai warna biru ?. Pergunakan pendekatan kurva normal standar.

10. Rata-rata upah 400 orang pekerja di suatu perusahaan sebesar Rp. 25.000,- per hari dengan standar deviasi Rp.7.000,- per hari. Jika sebaran data upah itu mengikuti distribusi normal, maka :

   a. Hitunglah berapa persen karyawan upahnya $\geq$ Rp.34.100,-
   b. Hitunglah berapa jumlah karyawan upahnya $\leq$ Rp.29.000,-

c. Hitunglah jumlah karyawan yang upahnya berkisar antara

Rp.23.100 – Rp.31.700,-

d. Hitunglah jumlah karyawan yang upahnya berkisar antara

Rp.20.100 – Rp.24.200,-

e. Jika 10 % karyawan akan mendapatkan Bonus berdasarkan kelompok upah yang tertinggi, berapakah upah minimal dari karyawan yang mendapakan bonus itu. ?.

f. Jika 7 % karyawan akan di PHK berdasarkan kelompok upah yang paling rendah, berapakah upah maksimal dari karyawan yang akan di PHK itu. ?.

11. Diameter bagian dalam ring piston menyebar secara normal dengan rata-rata 10 cm dan simpangan baku 0,03 cm. Pertanyaan :

a. Berapa % ring yang diameter bagian dalamnya lebih dari 10,70 cm.

b. Di bawah nilai berapa terdapat 15 % ring yang diproduksi ?.

12. Jika frekuensi gempa bumi besar setiap tahun di seluruh dunia merupakan suatu variabel acak dengan distribusi yang mendekati normal, mempunyai rata-rata 20,8 dan simpangan baku 4,5. Hitunglah :

a. Peluang bahwa akan terjadi 25 kali gempa besar dalam suatu tahun tertentu.

b. Paling sedikit 22 kali terjadi gempa besar dalam suatu tahun.

13. Rata-rata pendapatan kepala keluarga Rp.220.000 / bulan dengan simpangan baku Rp.15.000,-. Jumlah kepala keluarga itu sebanyak 700 orang. Jika 19,77 % dari kepala keluarga itu merupakan kelompok yang memperoleh pendapatan tertinggi. Berapa pendapatan minimal dari kelompok kepala keluarga yang memperoleh pendapatan tertinggi itu jika sebaran pendapatan berbentuk normal.

&&&&&

BAB VI

DISTRIBUSI STUDENT, FISHER DAN KAI-KUADRAT

A. Distribusi Student

Distribusi student (**t**) digunakan untuk (1) pendugaan interval dan (2) menguji suatu hipotesis. Distribusi **t** digunakan untuk menguji hipotesis mengenai nilai parameter, paling banyak dari 2 populasi (jika lebih dari dua populasi harus digunakan distribusi F) dan dari sampel yang kecil (*small sample size*), misalnya untuk $n < 100$, bahkan seringkali $n \leq 30$. Untuk n yang cukup besar ($n \geq 100$, atau mungkin cukup $n > 30$) dapat digunakan distribusi normal, maksudnya tabel normal dapat digunakan sebagai pengganti tabel **t**.

Distribusi **t** dapat digunakan oleh pejabat perbankan yang bertanggung jawab tentang pemberian kredit, misalnya untuk menguji pendapatnya yang mengatakan bahwa rata-rata modal perusahaan nasional pada tahun 2003 Rp.600 milyar. Oleh seorang ahli ekonomi untuk menguji pendapatnya bahwa elastisitas permintaan dari suatu barang adalah 0,60; kenaikan harga minyak tidak akan mempengaruhi kenaikan harga pangan. Oleh seorang ahli pendidikan untuk menguji pendapatnya bahwa jika ditingkatkan anggaran pendidikan pada suatu sekolah akan meningkatkan NEM anak di sekolah tersebut;

Jika $Z = N(0,1)$= variable normal dengan rata-rata 0 dan simpangan baku 1, dan X^2_υ = kai-kuadrat dengan derajat kebebasan υ, maka variable t dapat diperoleh dengan cara sebagai berikut :

$$t = \frac{Z}{\sqrt{X^2_\upsilon / \upsilon}} \qquad \text{.......................................}(6.1)$$

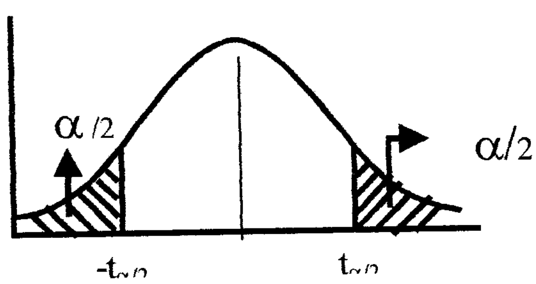
Artinya, fungsi mempunyai distribusi **t** dengan derajat kebebasan sebesar υ. Variabel t dapat mengambil nilai negatif maupun positif. Pada dasarnya variabel t ini berasal dari variabel normal. Variabel t juga mempunyai kurva yang simetris terhadap t = 0. Dalam buku statistik matematik, dapat ditunjukkan bahwa:

$E(t) = \mu = 0$ (rata-rata $t = 0$)

Varians $(t) = \sigma^2 = \upsilon / \upsilon - 2$, di mana υ = derajat kebebasan

Apabila $\upsilon \longrightarrow \infty$, $Var(t) = \sigma^2 = 1$ (secara limit)

Tabel t, seperti tabel distribusi normal, dapat digunakan untuk mencari nilai variable t apabila nilai probabilitas α sudah diketahui, atau sebaliknya. Untuk menggunakan Tabel t harus ditentukan terlebih dahulu besarnya nilai α dan derajat kebebasan. Oleh karena kurva t simetris, maka kita boleh hanya mencari nilai t sebelah kanan titik nol.



Gambar 6.1 : Kurva Distribusi t

$P(t \geq t_{\alpha/2}) = P(t \leq -t_{\alpha/2}) = \alpha/2$ ....(6.2)

Contoh 6.1 : Jika $n = 9$; $\alpha = 0{,}05$

Maka $df = n - 1 = 9 - 1 = 8$ dan

$t_{tabel} = 1{,}8595$

Contoh 6.2 : Jika $n = 14$; $\alpha = 0{,}10$

Maka $df = n - 1 = 14 - 1 = 13$ dan

$t_{tabel} = 1{,}3502$

Dapat ditunjukkan bahwa $t^2_\upsilon = F_{1,\upsilon}$; artinya kalau t_υ dikuadratkan maka akan diperoleh variabel F dengan derajat kebebasan $\upsilon_1 = 1$ dan $\upsilon_2 = \upsilon$; bukti :

$$F_{\upsilon 1,\upsilon 2} = \frac{\chi^2_{\upsilon 1/\upsilon 1}}{\chi^2_{\upsilon 2/\upsilon 2}} \qquad \text{.......................................(6.3)}$$

$$(t_\upsilon)^2 = \left| \frac{Z}{\sqrt{\chi^2_{\upsilon/\upsilon}}} \right|^2$$

$$(t_\upsilon)^2 = \frac{Z^2}{\chi^2_{\upsilon/\upsilon}}$$

$$F_{\upsilon 1,\upsilon 2} = \frac{\chi^2_1}{\chi^2_{\upsilon 2/\upsilon 2}} = F_{1,\upsilon} \quad \text{(terbukti)}$$

Distribusi t ini dapat digunakan untuk menguji hipotesis mengenai rata-rata sebenarnya μ, kalau varians σ^2 tidak diketahui dan n nilainya kurang dari 120 (seringkali $n \leq 30$). Nilai **t** tergantung pada n, bukan σ, karena untuk $n > 30$, t mendekati nilai Z.

B. Distribusi Kai-Kuadrat (x^2 = Chi Square)

Kegunaan distribusi ini adalah:

1. Untuk pengujian hipotesis tentang *varians*
2. Untuk uji ketepatan suatu fungsi (*test goodness of fit*)
3. Untuk normalitas data
4. Untuk uji independent dua variable yang berskala nominal

Kita dapat menentukan apakah distribusi pendugaan berdasarkan sampel hampir sama atau mendekati distribusi teoritis; misalnya populasi mempunyai distribusi Binomial, Poisson atau Normal.

Misalnya: Sebuah dadu dilambung sebanyak 100x. Dalam jangka panjang diharapkan untuk melihat masing-masing mata tersebut muncul dengan frekuensi yang sama, yaitu masing-masing muncul 50x. Dalam prakteknya, frekuensi mata dadu yang muncul sekitar 50. Walaupun dadu itu termasuk "*fair dice*" (dadu adil). Dengan menggunakan x^2, kita dapat menetukan apakah suatu dadu dapat dikatakan "*fair*" setelah membandingkan frekuensi dari masing-masing mata dadu tersebut.

Jika $E(Z) = 0$ dan $\sigma_z^2 = 1$, maka jumlah $z_1^2 + z_2^2 + \ldots + z_k^2 = x^2k$ sama dengan X^2_k dengan derajat kebebsan sebesar k.

$$x^2k = \sum_{i=1}^{k} Z_i^2 \qquad \text{.....(6.4)}$$

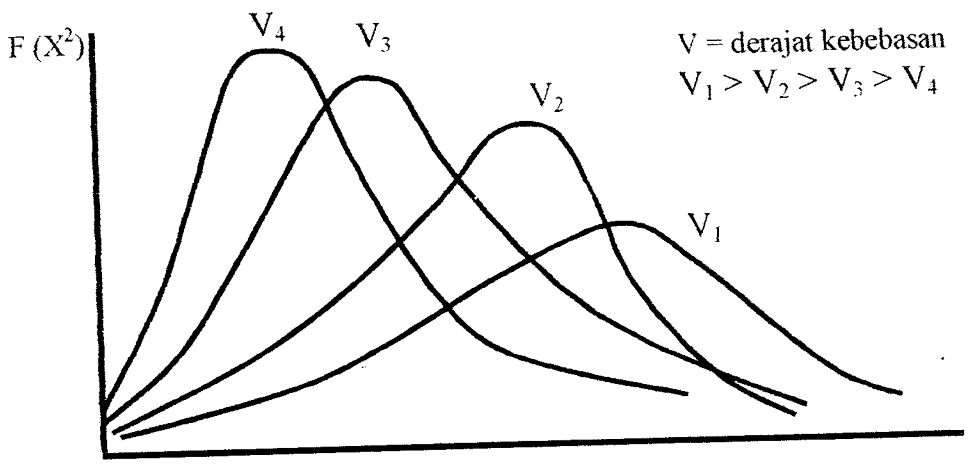
Jika suatu himpunan yang terdiri n variable acak $X = \{X_i\}$, di mana $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ untuk semua i ($i = 1, 2, \ldots$ n), maka kita dapat memperoleh variable Z seperti yang dimaksud di atas, dengan rumus:

$$Z_i = \frac{x_i - \mu}{\sigma} \qquad \text{.....(6.5)}$$

maka

$$x^2k = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)^2 \qquad \text{.....(6.6)}$$

Bentuk kurva kai-kuadrat sangat dipengaruhi oleh besar kecilnya nilai df. Makin kecil df, bentuk kurvanya makin menceng ke kanan. Makin besar df ($n \rightarrow \infty$) bentuk kurvanya makin mendekati bentuk fungsi normal. Kai-kuadrat merupakan fungsi kontinyu dan nilainya tidak pernah negatif. Nilai rata-ratanya makin meningkat, kalau nilai derajat kebebasan juga makin meningkat.



Gambar 6.2 : Kurva Kai-Kuadrat dengan Berbagai DF

$E(\chi^2_\upsilon) = \mu = \upsilon$ ....(6.7)

Rata-rata kai-kuadrat dengan df sebesar υ adalah sama dengan υ,

$\mathrm{Var}(\chi_\upsilon^2) = \sigma^2 = 2\upsilon$ ....(6.8)

Untuk keperluan perhitungan nilai χ^2, suatu table kai-kuadrat telah dibuat menurut berbagai nilai derajat kebebasan. Dalam tabel, derajat kebebasan sering diberi simbol υ, r atau n dan sering disingkat d.o.f atau d.f. Dalam membaca table kai-kuadrat, agar diperhatikan symbol-simbol (notasi) di bagian atas yang digunakan dalam tabel tersebut. Tabel Kai-Kuadrat memuat nilai χ^2 dan bukan nilai probabilitas seperti halnya tabel distribusi normal.

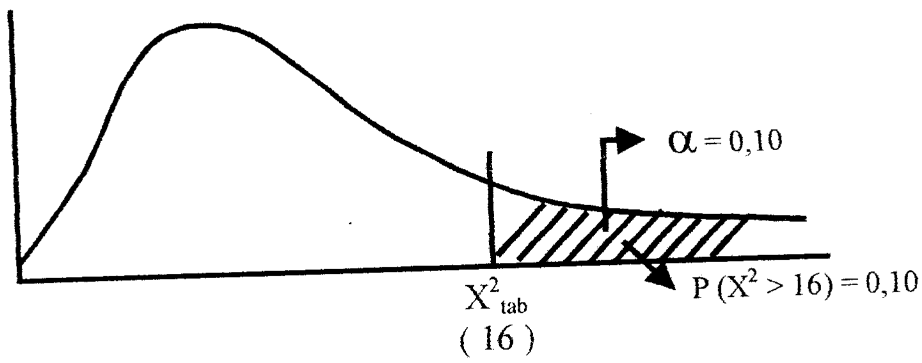
Untuk $\upsilon > 100$ distribusi kai-kuadrat mendekati distribusi normal di mana variabel Z sebagai variabel normal baku dapat diperoleh dengan cara sebagai berikut :

$$Z = \sqrt{2X^2} - \sqrt{2V-1} \qquad \text{.......................................(6.9)}$$

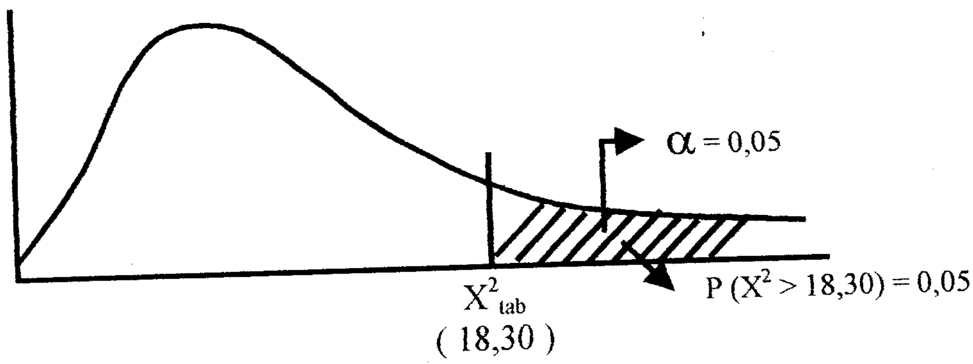
Jika n = 11 dan α = 10 %

df = n – 1 = 11 – 1 = 10

maka luas daerah dari kurva kai-kuadrat berdasarkan Tabel kai-kuadrat terletak di sebelah kanan dari $X^2_{(0,10)\,(n)} = 16$.



Jika α = 5 %   df = 10



C. Distribusi Fisher (F)

Distribusi F dapat digunakan sebagai kriteria untuk menguji hipotesis :

1) Bahwa varians dari 2 populasi sama : $\sigma^2_1 = \sigma^2_2$

2) Bahwa rata-rata yang berasal dari beberapa populasi sama :

$\mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_k$

Distribusi F ditemukan oleh RA. Fisher (1920) berguna sekali bagi para *"Research Worker"* untuk menguji hipotesis mengenai suatu parameter dari beberapa populasi (lebih dari 2).

Fisher membuat Tabel F dalam bentuk :

$$Z = l_n \sqrt{F} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6.10)$$

di mana : ln = log e

e = 2,71828

Tabel F kemudian direvisi oleh G. Snedecor dengan menggunakan transformasi :

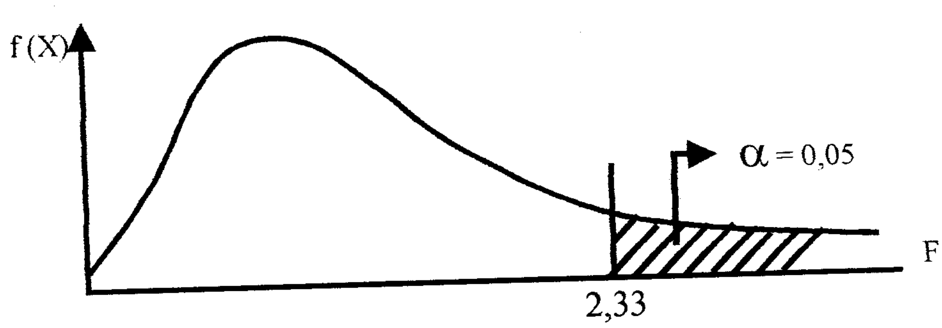
$$F = e^{2Z} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6.11)$$

Bentuk kurva distribusi F sangat ditentukan oleh nilai df V_1 dan V_2.

Jika V_1 dan V_2 nilai kecil, kurva F menceng ke kanan makin besar nilai V_1 dan V_2 bentuk kurva mendekati kurva distribusi normal yang simetris.

Jika $V_1 = 20$; $V_2 = 15$ dan $\alpha = 0,05$

Maka $F_{tab} = 2,33$



Jika $V_1 = 10$; $V_2 = 4$ dan $\alpha = 0,05$

Maka $F_{\alpha\,(V1\,;\,V2)} = F_{0,05\,(10\,;\,4)} = 5,96$

Di dalam praktek, seringkali diperlukan nilai F sebagai batas bawah (kurva bagian kiri) untuk itu, perlu diperhatikan bahwa kebalikan dari F juga merupakan F. Namun df yang ditukar.

Jadi $F_{(V1\,;\,V2)}$ kalau dibalik menjadi $F_{(V2\,;\,V1)}$

$$F_{\alpha(V_2\,;V_1)} = \frac{1}{F_{\alpha(V_1\,;V_2)}} \qquad atau$$

$$F_{\alpha(V_1\,;V_2)} = \frac{1}{F_{\alpha(V_2\,;V_1)}} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(6.12)$$

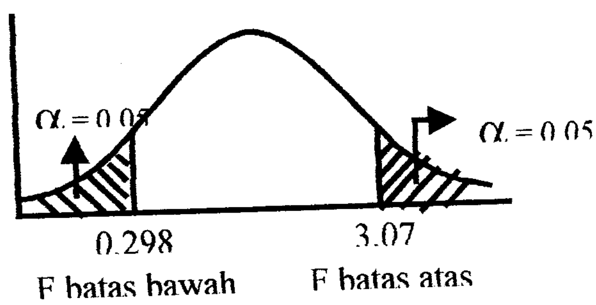
Contoh 6.3: Jika $V_1 = 8$ dan $V_2 = 10$

$\alpha = 0{,}05$

maka $P(F > 3{,}07) = 0{,}05$

untuk mencari nilai F batas bawah dengan $\alpha = 0{,}05$ kita harus mengetahui bahwa $F_{\alpha\,(V1;\,V2)} = F_{(0,05)\,(8\,;\,10)} = 3{,}35$ dan

$\frac{1}{3{,}35} = 0{,}298$



D. Soal-Soal Untuk Latihan

1. Berapakah probabilitas bahwa X^2 lebih besar dari 43,733 kalau υ = 27 dan υ = 15.
2. Kalau Kai-Kuadrat dengan derajat kebebasan = 11, hitunglah $P(X^2 \geq 3{,}24697)$ dan $P(X^2 \leq 20{,}483)$.
3. Kai-Kuadrat dengan derajat kebebasan $\upsilon = 9$. Hitunglah $P(X^2 \geq 23{,}209)$ dan $P(X^2 > 18{,}31)$.

4. Kai-Kuadrat dengan derajat kebebasan $\upsilon = 124$. Hitunglah $P(X^2 > 152)$, *petunjuk* : Pergunakan pendekatan normal.
5. Kalau $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $\mu = 15$, $s = 9$
   Berdasarkan suatu sampel acak sebesar $n = 16$, $X_1 = 9$, dan $X_2 = 20$,
   Hitunglah harga t, untuk masing-masing Xi.
6. Kalau $\upsilon_1 = \upsilon_2 = 15$ dan $\sigma^2_A, = \sigma^2_B$ hitunglah :
   $$P(F = \frac{S^2_A}{S^2_B} \geq 2{,}40)$$
7. Jika $\upsilon_1 = 20$; $\upsilon_2 = 10$ dan $\alpha = 0{,}05$ hitunglah nilah F.
8. Jika $\upsilon_1 = 12$; $\upsilon_2 = 13$ dan $\alpha = 0{,}01$ hitunglah nilah F.
9. Jika $n = 20$ dan $\alpha = 0{,}05$ hitunglah nilah t.
10. Suatu perusahaan memproduksi 2 macam barang A dan B. Ada dua orang salesman, katakana M_1 dan M_2. M_1 ditugaskan menjual barang A, dan M_2 menjual barang B. Selama 9 bulan hasil penjualan M_1 menunjukkan varians penduga sebesar $S^2_A = 66$ satuan dan penjualan M_2 menunjukkan varians penduga sebesar $S^2_B = 44$ satuan. Anggap bahwa varians sebenarnya dari A = varians sebenarnya dari B, yaitu $\sigma^2_A = \sigma^2_B$
    Ingat bahwa : $\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2} = X^2$ dengan demikian :
    $$\frac{(n-1)S^2_A}{\sigma^2_A} = X^2_{n-1} \quad \text{dan} \quad \frac{(n-1)S^2_B}{\sigma^2_B} = X^2_{n-1} \ ; \quad F_{v1,v2} = \frac{X^2_{v1} / v_1}{X^2_{v2} / v_2}.$$
    a. Berdasarkan data tersebut hitung F, di mana $n = 7$
    b. Dengan derajat kebebasan yang sama yaitu $v = n - 1 = 8$, carilah Nilai F dari Tabel F, kalau $\alpha = 0{,}05$

BAB VII
PENDUGAAN SECARA STATISTIK

A. Pengertian

Permasalahan dalam statistika inferensial muncul jika kita ingin membuat generalisasi tentang populasi, berdasarkan data sampel yang terambil. Permasalahan itu muncul karena setiap inferensial tentang parameter populasi akan melibatkan ketidakpastian, mengingat hasil yang diperoleh didasarkan atas sampel dan bukan atas populasi secara keseluruhan. Agar inferensial yang dilakukan bermakna, maka inferensial yang dibuat harus mempertimbangkan spesifikasi dari ketidakpastian ini. Dalam hal ini ide peluang dan distribusi sampling dari suatu statistik memegang peranan mendasar.

Dua tipe statistika inferensial adalah (1) Pendugaan *(estimasi)* parameter dan (2) pengujian hipotesis. Nilai parameter yang sebenarnya adalah konstanta yang besarnya seringkali tidak diketahui, kecuali bila seluruh anggota populasi diobservasi. Tujuan kita adalah memperoleh suatu dugaan atau estimasi mengenai nilai parameter dari sampel. Jenis inferensial ini disebut estimasi parameter. Sedangkan bila kita ingin memeriksa apakah data sampel mendukung atau berlawanan dengan dugaan peneliti tentang nilai sebenarnya dari parameter, berarti kita membutuhkan inferensial yang berkenaan dengan pengujian hipotesis.

Setiap orang biasanya membuat estimasi. Sebagai contoh bila seseorang akan menyeberang jalan, ia mengadakan estimasi kecepatan kendaraan-kendaraan yang ada di dekatnya dan jarak dari kendaraan tersebut. Estimasi ini digunakan untuk membuat keputusan, apakah ia akan menunggu mobil lewat, berjalan atau berlari untuk ke seberang jalan.

Di dalam Bab ini dibahas bagaimana ukuran-ukuran sampel (yang disebut Statistik) berperan dalam melakukan pendugaan terhadap ukuran-ukuran populasi (yang disebut Parameter) yang pada umumnya belum diketahui. Banyak alasan mengapa kita mengadakan pendugaan terhadap ukuran populasi (parameter) ini atas dasar ukuran sampel antara lain dilihat dari sudut pertimbangan biaya, serta keterbatasan waktu untuk mengadakan perhitungan terhadap seluruh populasi.

Beberapa contoh dapat dikemukakan sebagai berikut :

1. Seorang Manajer Produksi ingin mengetahui apakah proses produksi yang baru memang lebih baik dari proses produksi yang lama dengan cara mengadakan pengamatan terhadap sampel hasil produksi.
2. Seorang Manajer Pemasaran ingin mengetahui kemampuan masyarakat untuk membeli barang yang ditawarkan dengan mengadakan pengamatan terhadap tingkat penghasilan masyarakat secara sampel.
3. Seorang Pengusaha Real Estate ingin mengetahui tentang kemampuan masyarakat terhadap pembelian rumah yang akan dibangun di suatu daerah, untuk itu diperlukan data penghasilan dan pengeluaran masyarakat.

Kebutuhan akan informasi-informasi di atas tidak mudah dipenuhi tanpa digunakannya metode sampel, yang selanjutnya dapat dipergunakan untuk mengadakan pendugaan terhadap parameter populasi. Informasi tersebut tidak perlu terinci sekali, sehingga cukup dipenuhi dengan mengadakan pendugaan secara statistik.

Estimasi merupakan salah satu cara untuk mengemukakan pernyataan induktif (menyatakan karakteristik populasi dengan menggunakan karakteristik yang didapat dari sampel).

Estimator adalah statistik yang digunakan untuk mengestimasi parameter populasi, misalnya mean sampel dapat digunakan sebagai estimator untuk mean populasi.

Menurut Hasan (1999) pendugaan adalah proses yang menggunakan statistik sampel untuk menduga atau menaksir parameter populasi yang tidak diketahui. Pendugaan merupakan suatu pernyataan mengenai parameter populasi yang diketahui berdasarkan informasi dari sampel, dalam hal ini sampel random, yang diambil dari populasi bersangkutan. Jadi dengan pendugaan itu, keadaan parameter populasi dapat diketahui. Penduga adalah suatu statistik (harga sampel) yang digunakan untuk menduga suatu parameter. Dengan penduga, dapat diketahui seberapa jauh suatu parameter populasi yang tidak diketahui berada disekitar statistik sampel.

Berikut dikemukakan tabel tentang parameter dan penduganya.

Tabel 7.1 : Parameter dan Penduga (Statistik Sampel)

Parameter (θ)	Penduga ($\hat{\theta}$)
μ (rata-rata populasi)	$\bar{x}$
P (proporsi)	p
σ^2 (varians)	S^2
σ (simpangan baku)	S
β (koefisien regresi)	b
ρ (koefisien korelasi)	r
N (besar sampel / banyak data populasi)	n
μ_1 - μ_2 (selisih rata-rata)	$\bar{X}_1 - \bar{X}_2$
$P_1 - P_2$ (selisih proporsi)	ρ_1 - ρ_2

B. Jenis Pendugaan dari Segi Cara Penyajian

Jenis pendugaan dari segi cara penyajiannya dapat dibedakan menjadi dua macam, yakni:

1. Pendugaan Atas Dasar Nilai Tunggal (*point estimation*).

Pendugaan tunggal adalah pendugaan yang hanya mempunyai atau menyebutkan satu nilai. Pendugaan nilai populasi atas dasar satu nilai dari sampel.

Contoh 7.1 : Rata-rata sampel $(\overline{X}) = Rp100.000{,}00$, maka kita akan menduga nilai rata-rata populasi $(\mu) = Rp100.000{,}00$. Proporsi sampel (x/n) = 0,60; maka proporsi populasi (P) akan kita duga sebesar 0,60 pula.

Cara pendugaan atas dasar satu nilai ini sangat sederhana, namun nilai penduga yang demikian ini sukar sekali dapat identik dengan parameter yang kita duga. Apabila nilai penduga dapat identik dengan nilai parameternya, hal demikian kemungkinan besar karena disebabkan faktor kebetulan saja. Cara pendugaan yang didasarkan pada satu nilai ini, tidak memungkinkan untuk mengukur derajat kepercayaan kita terhadap ketelitian pendugaan yang telah dilakukan.

2. Pendugaan Interval

Pendugaan interval adalah suatu pendugaan terhadap parameter berdasarkan suatu interval, di dalam interval mana kita harapkan parameter itu akan terletak dengan tingkat keyakinan tertentu. Hasil dari pendugaan interval ini diharapkan akan lebih objektif. Pendugaan interval memberikan kepada kita nilai parameter dalam suatu interval dan bukan nilai tunggal.

Pendugaan interval merupakan interval keyakinan atau interval kepercayaan (*confidence interval).* Interval keyakinan secara umum dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$st - Z_{\alpha/2} \cdot \sigma_{st} < \text{parameter} < st + Z_{\alpha/2} \cdot \sigma_{st} \quad \text{.......................(7.1)}$$

atau

$$P(\underbrace{st - Z_{\alpha/2}.\ \sigma_{st}}_{\text{batas bawah}} < \text{parameter} < \underbrace{st + Z_{\alpha/2}.\ \sigma_{st}}_{\text{batas atas}}) = 1 - \alpha \quad ......(7.2)$$

dimana :

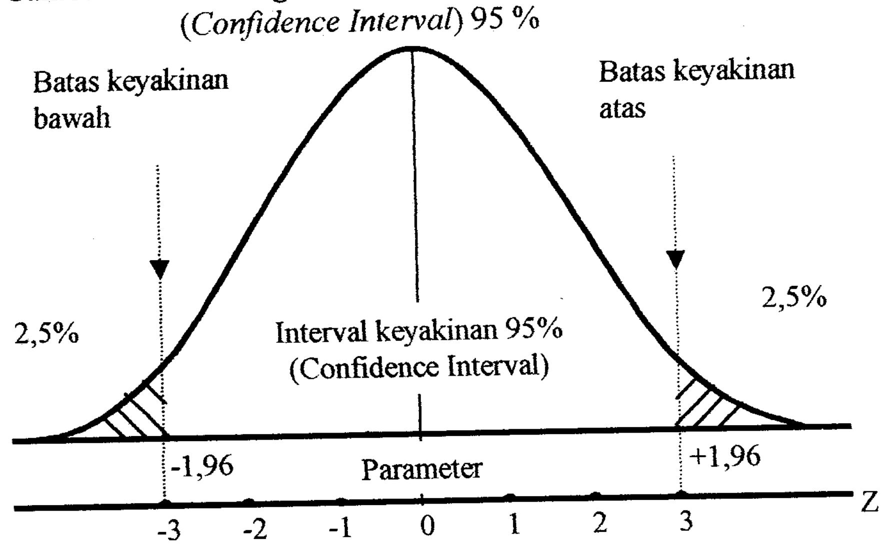
st = Penduga atau statistik sampel

σ_{st} = Standar deviasi untuk penduga .

$Z_{\alpha/2}$ = Koefisien yang sesuai dengan interval keyakinan yang dipergunakan dalam pendugaan interval dan nilainya diberikan dalam Tabel Luas Daerah Kurva Normal standar

Misalkan di dalam pendugaan interval kita mempergunakan interval keyakinan sebesar 95 %, maka hal tersebut berarti dalam jangka panjang, jika pendugaan itu dilakukan berulang-ulang dengan cara yang sama, maka parameter populasi akan tercakup di dalam interval 95 % dari keseluruhan waktu atau dalam jangka panjang kita akan mentolerir kesalahan duga (*error of estimate*) sebesar 5 %. Hal demikian dapat digambarkan dalam diagram berikut.

Gambar 7.1 : Pendugaan Parameter Dengan Interval Keyakinan (*Confidence Interval*) 95 %



Dari bagian di atas jelas, bahwa interval keyakinan (*confidence interval*) dibatasi oleh batas keyakinan bawah (*lower confidence level*) dan batas keyakinan atas (*upper confidence level*).

Dengan interval keyakinan 95 %, maka masing-masing batas keyakinan atas maupun bawah = 2,5 %, koefisien Z dapat dicari pada tabel luas daerah kurva normal standar untuk luas daerah kurva (0,5000 – 0,0250 = 0,4750) jadi nilai Z = 1,96. ; maka parameter akan terletak antara : $\overline{X} - 1{,}96\ \sigma_x$ dan $\overline{X} + 1{,}96\ \sigma_x$

C. Ciri-Ciri Suatu Penduga yang Baik

Banyak kriteria yang dikembangkan guna menetapkan suatu penduga yang baik terhadap parameter. Kriteria yang digunakan untuk menetapkan suatu penduga yang baik ada 4 macam, yaitu :

1. Tidak Bias (Unbiased)

Suatu penduga dikatakan tidak bias, apabila penduga tersebut secara tepat dapat menduga nilai parameternya. Sebagai contoh dapat dikemukakan apabila penduga dinyatakan dengan θ sedang parameter yang akan diduga $\hat{\theta}$, maka penduga itu dikatakan tidak bias apabila :

$E(\hat{\theta}) = \theta$ ....(7.3)

atau E(penduga) = parameternya ....(7.4)

Besarnya bias dari penduga dapat dicari dengan rumus:

Bias = E(penduga) – penduga ....(7.5)

Penduga bias dapat berupa :

a. penduga bias positif
b. penduga bias negatif

Dari persamaan (7.3) dapat diartikan bahwa nilai yang diharapkan sebagai penduga sama dengan nilai yang diduganya. Apabila nilai penduga tidak sama dengan parameter yang diduga, maka terjadilah bias. Sebagai contoh dapat dikemukakan sebagai berikut :

Rata-rata sampel ($\overline{X}$) = 20, sedang rata-rata populasi yang diduga ternyata nilainya = 20, maka dikatakan bahwa rata-rata sampel merupakan penduga yang baik atau tidak bias terhadap populasi.

$$E\left(\overline{X}\right) = \mu = 20$$

Apabila rata-rata populasi ternyata nilainya 18, maka rata-rata sampel menunjukkan bias yang positif (*positively biased*).

$$E = \left(\overline{X}\right) > \mu \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(7.6)$$

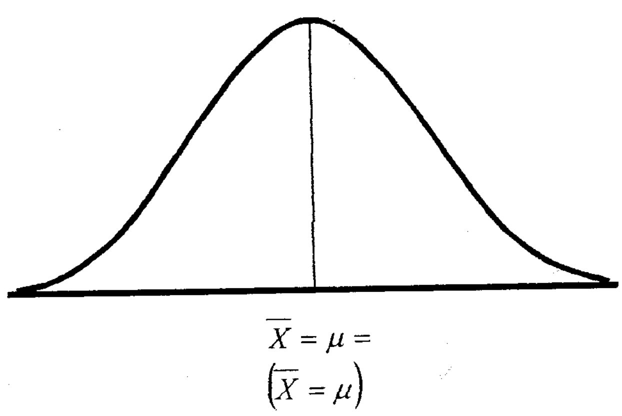
Sedang apabila rata-rata sampel nilainya lebih kecil dari rata-rata populasi yang diduga, maka dikatakan rata-rata sampel mempunyai bias yang negatif (*negative biased*).

$$E = \left(\overline{X}\right) < \mu \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(7.7)$$

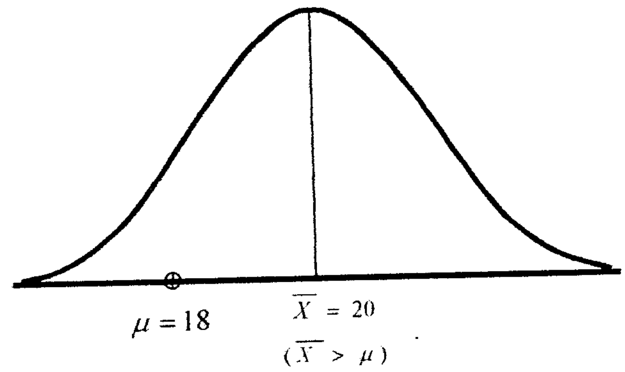
Dengan diagram hal di atas dapat ditunjukkan sebagai berikut :

Gambar 7.2.: Penduga yang Tidak Bias, Bias Positif dan Bias Negatif

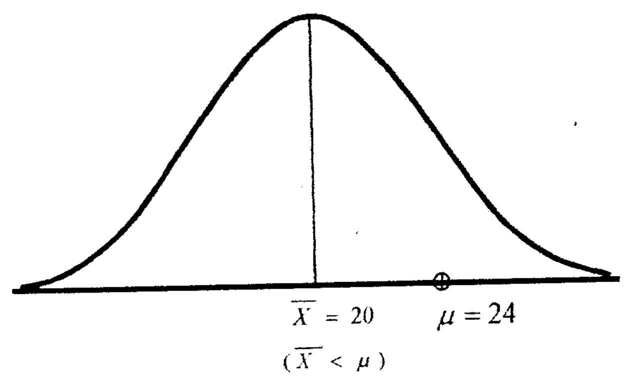
a. Penduga Yang Tidak Bias



b. Penduga Yang Bias Positif



c. Penduga Yang Bias Negatif



Dari ketiga gambar di atas a, b dan c jelas apa yang dimaksud dengan penduga yang tidak bias dan bias.

Rata-rata sampel $(\overline{X})$ merupakan penduga tak bias dari bukti :

$$E(\overline{X}) = E\ {}^{1}\!/_{n} \cdot \sum X = {}^{1}\!/_{n} \sum E(X) = {}^{1}\!/_{n} \sum \mu$$

$${}^{1}\!/_{n} \cdot n \cdot \mu = \mu$$

$$jadi\ \ E(\overline{X}) = \mu$$

2. Konsisten (*Consistency*)

Suatu penduga dikatakan konsisten, apabila besarnya sampel semakin bertambah mendekati tidak terhingga, maka penduga tersebut akan semakin berkonsentrasi secara sempurna pada parameter yang diduga. Keadaan ini dapat dilihat dalam gambar (7.3).

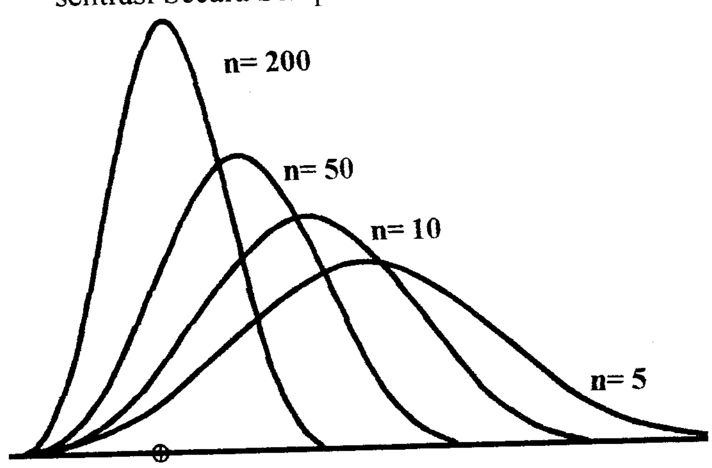
Jika sampel menjadi semakin besar seperti tercantum di dalam gambar (7.3), nampak semakin besar konsentrasi pada parameternya. Dengan perkataan lain, semakin besar sampelnya, apabila penduga itu konsisten, maka biasnya atau variansnya semakin mendekati θ.

Rata-rata sampel $(\overline{X})$ merupakan penduga yang konsisten terhadap μ (parameter), karena variansnya.

jika sampelnya (n) → ∞

Suatu penduga yang konsisten belum tentu merupakan penduga yang baik, karena konsistensi hanya merupakan salah satu syarat. Contoh: Median sampel dapat konsisten untuk menduga parameter (rata-rata populasi), namun demikian rata-rata sampel akan lebih baik sebagai penduga terhadap parameter (rata-rata populasi).

Gambar 7.3 : Penduga yang Konsisten Menunjukkan Semakin Berkonsentrasi Secara Sempurna Pada Parameter yang Diduga



3. Efisiensi (*Efficiency)*

Suatu penduga dikatakan efisien, apabila penduga tersebut memiliki varians yang kecil. Apabila ada 2 penduga yang tidak bias, maka penduga yang memiliki varians yang lebih kecil yang diukur berdasar pada Efisiensi Relatif (*Relative Efficiency*) merupakan penduga yang lebih baik, karena lebih efisien.

Sebagai contoh dapat dikemukakan penduga parameter yang terdiri dari rata-rata sampel dan median sampel, keduanya merupakan penduga yang tidak bias terhadap rata-rata populasi.

Kedua penduga statistik ini masing-masing mempunyai varians, yakni varians rata-rata dan varians median. Kedua varians ini dapat kita bandingkan dalam bentuk efisiensi relatif.

Varians rata-rata (mean) :

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma^2}{n} \quad \text{.....................(7.8)}$$

varians median :

$$\sigma^2 \, med = \frac{\Pi \, \sigma^2}{2n} \quad \text{...(7.9)}$$

$$\Pi = 3.14159$$

efisiensi relatif :

$$E_f = \frac{\sigma^{2}/n}{\sigma^2 \, med} = \frac{\sigma^{2}/n}{\Pi \, \sigma^{2}/2n}$$

$$= \frac{2}{\Pi} = 0{,}64 \; (64\,\%) \quad \text{(7.10)}$$

dimana :

E_f = Efisiensi Relatif

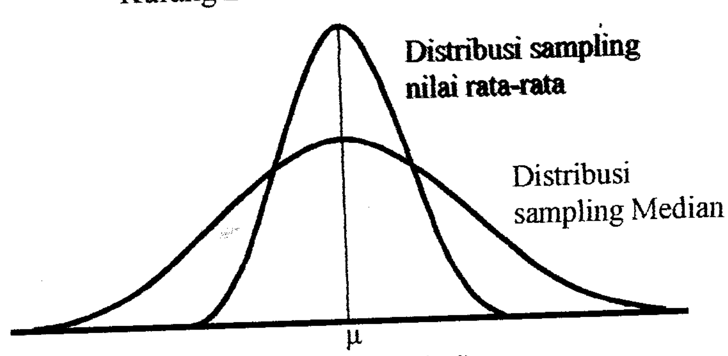
$\sigma^2 \overline{X}$ = Varians Rata-Rata (Mean)

σ^2 *med* = Varians Median.

Efisiensi relatif 64 %, artinya varians rata-rata hanya 64 % dari varians median. Ini berarti untuk memperoleh varians yang sama rata-rata hanya memerlukan sampel dengan n = 64 elemen, sedangkan untuk median diperlukan sampel dengan n = 100 elemen.

Dengan diagram kedua penduga tersebut dapat digambarkan sebagai berikut :

Gambar 7.4. : Perbandingan Dua Penduga Yang Efisien dan yang Kurang Efisien



Apabila kita mempunyai 2 penduga yakni rata-rata dan median sebagai penduga parameter, sedangkan varians nilai rata-rata lebih kecil dari varians median, maka efisiensi relatifnya dapat dinyatakan dengan :

$$efisiensi\ relatif = \frac{Varians\ Nilai\ Rata-Rata}{Varians\ Median} \times 100\% \quad \ldots\ldots\ldots (7.11)$$

karena varians yang lebih kecil menjadi pembilang, maka nilai dari efisiensi relatif ini terletak antara 0 dan 100 %.

$$0 \leq Efisiensi\ Relatif \leq 100\%$$

Oleh karena itu penduga yang mempunyai varians yang lebih kecil dikatakan lebih efisien, sebab untuk mencapai varians yang sama hanya memerlukan elemen sampel yang lebih kecil.

4. Sufisien (*Sufficiency*)

Suatu penduga dikatakan sufisien (*sufficient* artinya cukup) apabila penduga itu mempunyai semua informasi tentang parameter yang akan diduga. Dengan perkataan lain tidak ada ukuran statistik lain sebagai penduga yang lebih baik untuk menduga parameter.

Sebagai contoh dapat dikemukakan bahwa rata-rata sampel adalah penduga yang sufisien terhadap rata-rata populasi, sebab selain rata-rata sampel tidak ada ukuran lain, misalnya : Median atau Modus yang dapat dipergunakan sebagai penduga yang lebih baik, demikian pula proporsi sampel (X/n) merupakan penduga yang lebih suffisien bagi proporsi populasi (P).

D. Metode Maximum Likelohood

Meskipun dalam bab ini pembahasan masalah Pendugaan kita titik beratkan pada Pendugaan Interval dari pada Pendugaan titik, namun secara sekilas kita perlu membahas suatu metode yang penting guna Pendugaan titik yang disebut sebagai Metode Maximum Likelihood.

Metode ini dikembangkan oleh R.A. Fisher tahun 1920. Metode Maximum Likelihood mempunyai peranan yang penting karena banyak dipergunakan, di lain pihak metode ini mempunyai beberapa criteria, yang telah dibahas dalam paragraf di muka.

Kriteria-kriteria yang dimiliki Metode Maximum Likelihood dalam proses pendugaan parameter adalah sufisien, efisien dan konsisten. Di samping itu apabila besarnya sampel bertambah, maka distribusi sampel dari penduga Maximum Likelihood akan menyerupai suatu bentuk kurva normal.

Sebagai penjelasan yang sederhana tentang Metode Maximum Likelihood dapat dikemukakan contoh berikut ini.

Probabilitas terjadinya sisi gambar pada sebuah mata uang yang tidak seimbang (*unfair coin*), misalkan : 1/4 atau 3/4. Proporsi sisi gambar yang sebenarnya tidak diketahui, untuk mengetahui apakah proporsi yang sebenarnya 1/4 atau 3/4 dilakukan suatu percobaan pelemparan mata uang sebanyak 3 kali, dengan hasil P(A,G,A) atau P(Angka, Gambar, Angka). Dengan probabilitas 1/4 diperoleh hasil sebagai berikut :

$$P(A, G, A) = (1/4)(3/4)(1/4) = 3/64$$

Dengan probabilitas 3/4 diperoleh hasil sebagai berikut :

$$P(A, G, A) = (3/4)(1/4)(3/4) = 9/64$$

Dari perhitungan tersebut dapat diketahui bahwa hasil percobaan menunjukkan probabilitas = 3/64 untuk P = 1/4 dan probabilitas = 9/64 untuk P = 3/4.

Dari 2 keadaan ini nampaknya P = 3/4 merupakan penduga yang lebih mendekati kenyataan daripada P = 1/4. P = 3/4 lebih banyak memberikan informasi dari pada P = 1/4.

Metode Maximum Likelihood adalah suatu metode untuk memperoleh penduga (estimator) yang membuat probabilitas untuk memperoleh sampel yang diteliti menjadi maksimum.

Suatu eksperimen binomial terdiri dari n percobaan yang menghasilkan observasi X_1, X_2, X_3 ....X_n, dimana X = 1 kalau percobaan sukses dan X = 0 kalau percobaan gagal.

Dengan menggunakan metode maximum likelihood mencari penduga $\hat{p}$ (di baca P topi) sebagai penduga parameter P.

$L(P) = P^X(1-P)^{n-x}$ ....(7.12)

di mana :

X = Banyaknya sukses.

Kita mencari P yang membuat L(P) menjadi maksimum. Kita turunkan L(P) terhadap P kemudian menyamakan dengan nol. Untuk mencari turunan L(P), dengan mempergunakan log (Ln = Log dengan bilangan pokok e).

$$Ln\ L(P) = XLn(P) + (n-X)Ln(1-P)$$

$$\frac{dLn L(P)}{dP} = X(1/P) + (n-X)(-1/1-P) = 0$$

$$\frac{X}{P} = \frac{(n-X)}{1-P}$$

$$X(1-P) = (n-X)P$$

$$X - XP = nP - XP$$

$$nP = X$$

$$P = X/n \text{ ....(7.13).......}$$

Jadi penduga parameter P dengan menggunakan metode maximum likelihood ialah P = X/n = perkiraan proporsi.

E. Jenis Pendugaan Berdasarkan Jenis Parameter.

1. Pendugaan Parameter Dengan Sampel Besar (n > 30).

Kriteria suatu sampel dikatakan besar, apabila sampel tersebut lebih besar dari 30 (n > 30).

Pendugaan interval dengan n > 30 ada 2 macam, yakni :

a. Pendugaan terhadap parameter rata-rata (μ).

b. Pendugaan terhadap parameter proporsi (P).

a. Pendugaan Terhadap Parameter μ

Untuk mengadakan pendugaan parameter μ, dipergunakan rata-rata sampel ($\bar{x}$), dengan interval keyakinan (*confidence interval*) tertentu. Rumus yang dipergunakan bertolak dari rumus Z untuk distribusi sampling sebagai berikut :

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7.14)$$

Berdasarkan rumus (7.14), rata-rata populasi (μ) akan terletak dalam batas-batas sebagai berikut :

$$\overline{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \overline{X} + Z\alpha / 2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7.15)$$

di mana :

$\overline{X}$ = rata-rata sampel.

Z = nilai dalam Tabel Z sesuai dengan *confidence level.*

σ = Standar deviasi populasi.

n = Besar sampel.

Rumus (7.15) berlaku bagi sampel besar (n > 30) berasal dari populasi yang tidak terbatas (*infinite population*), atau populasi yang terbatas (*finite population*) pengambilan sampel dengan pemulihan.

Rumus (7.15) dipakai jika standar deviasi populasi (σ) diketahui. Apabila standar deviasi populasi (σ) tidak diketahui, maka dapat dipergunakan standar deviasi data sampel, sehingga rumus di atas menjadi sebagai berikut :

$$\overline{X} - Z\alpha / 2 \frac{S}{\sqrt{n}} < \mu < \overline{X} + Z\alpha / 2 \frac{S}{\sqrt{n}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7.16)$$

S = Standar deviasi data sampel.

Sedang untuk populasi (N) yang terbatas dan pengambilan sampel tanpa pemulihan. Dalam hal ini n = 5 % atau lebih kecil dari N, jika n lebih kecil dari 5 %, maka faktor koreksi mendekati 1, maka rumus (7.16) menjadi :

$$\overline{X} - Z\alpha/2\frac{S}{\sqrt{n}}x\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} < \mu < \overline{X} + Z\alpha/2\frac{S}{\sqrt{n}}x\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \qquad (7.17)$$

$\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$ = Faktor koreksi, apabila n kurang dari 5 %, maka faktor koreksi ini akan mendekati 1.

Contoh 7.2 : Sebuah biro Perjalanan di Padang mengadakan suatu penelitian tentang kepariwisataan di Kota Padang dan ingin memperkirakan pengeluaran rata-rata para wisatawan asing yang berkunjung ke Kota Padang. Untuk keperluan ini diambil sampel secara random yang terdiri dari 81 orang wisatawan asing yang akan dijadikan responden dalam penelitian ini.

Dari hasil penelitian dapat diketahui bahwa pengeluaran rata-rata setiap kunjungan sebesar \$ 900,- per wisatawan. Jika dianggap deviasi pengeluaran semua wisatawan konstan sebesar \$ 72,-, maka dengan interval keyakinan sebesar 95 % buatlah:

(1) Pendugaan rata-rata pengeluaran para wisatawan asing secara keseluruhan yang berkunjung ke Kota Padang.

(2) Berapa besarnya kesalahan pendugaan ?.

(3) Berapa seharusnya besar sampel, jika kesalahan pendugaan yang diinginkan 50 % dari point (1).

Dari contoh di atas diketahui :

n = 81, $\overline{X}$ = \$900,–, σ = \$ 92,–

interval keyakinan 95 %

nilai Z = 1,96. (diperoleh dari tabel distribusi normal standar)

Sehingga :

$$\overline{X} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \overline{X} + Z\alpha/2\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$900 - 1{,}96\,\frac{72}{\sqrt{81}} < \mu < 900 + 1{,}96\,\frac{72}{\sqrt{81}}$$

(1) Maka rata-rata populasi akan terletak :

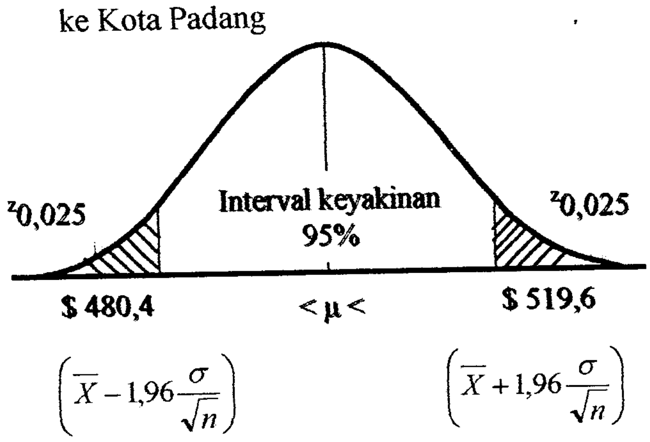
$$900 - 1{,}96\,(8) < \mu < 900 + 1{,}96\,(8)$$

$$900 - 15{,}68 < \mu < 900 + 15{,}68$$

$$884{,}32 < \mu < 915{,}68$$

Rata-rata pengeluaran para wisatawan perorang yang berkunjung ke Kota Padang secara keseluruhan akan berkisar \$ 884,32 hingga \$ 915,68, hal ini dapat digambarkan dalam gambar berikut :

Gambar 7.5 : Pengeluaran Rata-rata Para Wisatawan yang Berkunjung ke Kota Padang



(2) Besar kesalahan pendugaan adalah

$$E = Z_{1/2\alpha}\,\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$E = 1{,}96\,\frac{72}{\sqrt{81}}$$

$$E = 1{,}96\,\frac{72}{9} = 15{,}68$$

(4) Besar sampel seharusnya adalah

50 % x 15,68 = 7,84

$$E = Z_{1/2\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$7{,}84 = 1{,}96 \frac{72}{\sqrt{n}}$$

$$7{,}84 \sqrt{n} = 1{,}96\ (72)$$

$$n = 324$$

l) Pendugaan parmeter μ dengan σ diketahui dan populasi terbatas.

Jika sampel random diambil dari populasi yang terbatas tanpa pemulihan, $\sigma_{\bar{x}}$ cenderung akan kurang dari $\sigma / \sqrt{n}$. Berapa selisihnya akan tergantung pada jumlah populasinya relatif dibandingkan dengan besarnya sampel. Makin besar persentase populasi yang dipilih sebagai sampel, makin kurang variasi $\bar{x}$ dari sampel ke sampel. Selanjutnya berlaku rumus (7.17).

Contoh 7.3 : Andaikan sampel sebesar n=100 dan $\bar{x}$ = \$ 500 dipilih dari populasi yang terbatas sebesar N = 500 dan diketahui memiliki deviasi standar (σ) = \$ 100, maka pendugaan parameter dengan interval keyakinan = 95 % sebagai berikut : (Rumus 7.17)

$$\sigma_x = (100 / 10) \times \sqrt{400 / 499} = 10 \times 0{,}895 = 8{,}95$$

Jadi parameter μ akan terletak :

$$500 - 1{,}96\ (8{,}95) < \mu < 500 + 1{,}96\ (8{,}95)$$

$$500 - 17{,}5 < \mu < 500 + 17{,}5$$

$$482{,}5 < \mu < 517{,}5$$

2) Pendugaan parameter μ dengan σ tidak diketahui dan populasi terbatas

Pada hakekatnya σ tergantung pada deviasi kuadrat dari μ, sehingga mustahil jika σ diketahui tetapi μ tidak diketahui. Dalam kenyataannya kita tidak mengetahui tentang sesuatu apapun mengenai parameter selain dari sampel. Jadi apabila deviasi standar populasi tidak diketahui, maka kita melakukan pendugaan deviasi standar populasi dengan menggunakan deviasi standar sampel (s), sehingga dipergunakan rumus (7.16).

Contoh 7.4: Sebuah sampel random terdiri dari 100 orang pedagang kaki lima yang dipilih dari seluruh pedagang kaki lima di Pasar Raya Padang. Rata-rata tingkat keuntungan yang diperoleh 20 % dengan deviasi standar 2 %. Dengan mempergunakan interval keyakinan 95 % berapa tingkat keuntungan semua pedagang kaki lima di Pasar Raya Padang ?.

Jawab : Diketahui :

n = 100, $\overline{X}$ = 20 %, S = 2 % dan $Z_{0,025} = \pm\ 1,96$

karena sampelnya cukup besar, σ dapat diduga dengan $\overline{\sigma}_{\overline{X}} = s / \sqrt{n}$.

$$\overline{X} - Z\alpha/2 \frac{S}{\sqrt{n}} < \mu < \overline{X} + Z\alpha/2 \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$20 - 1,96\ (2/10) < \mu < 20 + 1,96\ (2/10)$$

$$20 - 0,392 < \mu < 20 + 0,392$$

$$19,6 < \mu < 20,4$$

Interpretasi dari perhitungan di atas adalah bahwa rata-rata tingkat keuntungan pedagang kaki lima secara keseluruhan adalah berkisar antara 19,6 % - 20,4 % pada tingkat kepercayaan 95 %.

b. Pendugaan Parameter Proporsi (P) dengan Sampel Besar (n > 30)

Pendugaan parameter proporsi dapat dilakukan dengan mempergunakan proporsi sampel (x/n) secara tidak bias apabila sampel random yang dipilih besar. Pendugaan interval proporsi P ini dapat dilakukan dengan :

1) Rumus proporsi yang sama prosedurnya dengan pendugaan interval rata-rata.
2) Menggunakan chart atau grafik yang disiapkan oleh beberapa ahli yakni : Clopper and Pearson charts.

1) Pendugaan interval proporsi untuk sampel yang besar dapat mempergunakan rumus sebagai berikut :

$$x/n - z\sqrt{\frac{x/n(1-x/n)}{n}} < P < x/n - z\sqrt{\frac{x/n(1-x/n)}{n}} \quad (7.18)$$

Contoh 7.5 : Suatu penelitian dilakukan oleh sebuah perguruan Tinggi Swasta di kota Padang terhadap ketepatan waktu pembayaran SPP dari para mahasiswanya. Dari 100 orang mahasiswa yang diteliti, ternyata 30 orang mahasiswa melakukan pembayaran Sumbangan Pembinaan Pendidikan tidak tepat waktu. Dengan mempergunakan interval keyakinan 95 %, tentukan pendugaan interval proporsi dari mahasiswa yang melakukan pembayaran SPP tidak tepat waktu ?.

Jawaban :

n = 100, x = 30, $Z_{0,025}$=1,96

Dengan mempergunakan rumus (7.18). akan diperoleh hasil sebagai berikut :

$$0,30 - 1,96\sqrt{\frac{0,30 \; x \, 0,70}{100}} < P < 0,30 + 1,96\sqrt{\frac{0,30 \; x \, 0,70}{100}}$$

$$0,21 < P < 0,39$$

Dengan interval keyakinan 95 % kita dapat mengatakan bahwa antara 21 % sampai 39 % dari para mahasiswa melakukan pembayaran SPP tidak tepat waktu.

Apabila unsur populasi (N) diketahui dan merupakan populasi yang terbatas (*finite population*), sedang sampel diambil tanpa pemulihan (*without replacement*), maka perlu dilakukan koreksi yang disebut dengan koreksi populasi terbatas (*finite population correction*),

yakni : $\sqrt{\dfrac{N-n}{N-1}}$

Sehingga rumus (7.18). akan menjadi sebagai berikut :

$$x/n-z\sqrt{\frac{x/n(1-x/n)}{n}}\,x\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} < P < x/n+z\sqrt{\frac{x/n(1-x/n)}{n}}\,x\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \quad (7.19)$$

Pada contoh di muka apabila populasinya (N) = 500, maka faktor koreksi populasi terbatas adalah :

$$\sqrt{\frac{500-100}{500-1}} = \sqrt{\frac{400}{499}} = \sqrt{0{,}801} = 0{,}895$$

sehingga hasil pendugaan interval proporsinya menjadi :

$$0{,}30 - 1{,}96\ (0{,}046 \times 0{,}895) < P < 0{,}30 + 1{,}96\ (0{,}046 \times 0{,}895)$$

$$0{,}30 - (1{,}96)\ (0{,}04) < P < 0{,}30 + (1{,}96)\ (0{,}04)$$

$$0{,}30 - 0{,}08 < P < 0{,}30 + 0{,}08$$

$$0{,}22 < P < 0{,}38$$

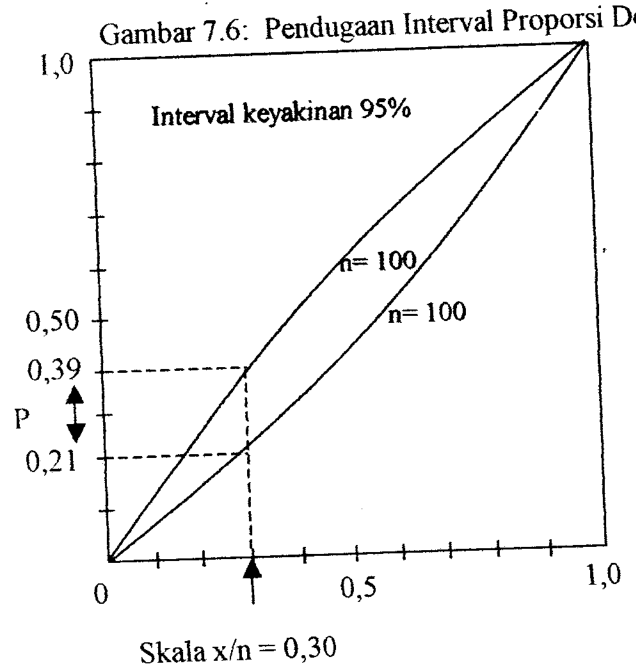
2) ***Dengan mempergunakan chart dari Clopperand Pearson (lihat Lampiran VII) dengan tingkat keyakinan 95 %.***

Sumbu tegak (vertikal) untuk skala P = Proporsi yang sebenarnya, sedang sumbu datar (horizontal) untuk skala x/n. Dari chart tingkat keyakinan tertentu telah di buat interval tertentu untuk proporsi dan n tertentu.

Contoh 7.6 : x/n = 0,30 dan n = 100.

Dari skala x/n – 0,30 dibuat garis tegak lurus yang memotong dua kurva dengan angka 100 (menunjukkan sampel), maka bagian bawah yang terpotong menunjukkan angka 0,21 dan bagian atas menunjukkan angka 0,39. Kalau angka besarnya sampel tidak ada dapat dipergunakan teknik interpolasi. Penggunaan chart ini dapat dijelaskan dalam diagram berikut:

Gambar 7.6: Pendugaan Interval Proporsi Dengan Chart



2. **Pendugaan Parameter Dengan Sampel Kecil (n ≤ 30)**

   a. Pendugaan Rata-Rata

Kriteria suatu sampel yang kecil adalah apabila n ≤ 30. Pada sampel kecil pendugaan parameter dengan mempergunakan S akan menghasilkan selisih kesalahan. Pada umumnya jika sampel kecil pendugaan parameter dilakukan dengan distribusi t yang variabelnya distandardisir sebagai :

$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{s / \sqrt{n}} \qquad \text{.......................} \quad (7.20)$$

Pada hakekatnya distribusi t ini menyerupai distribusi normal.

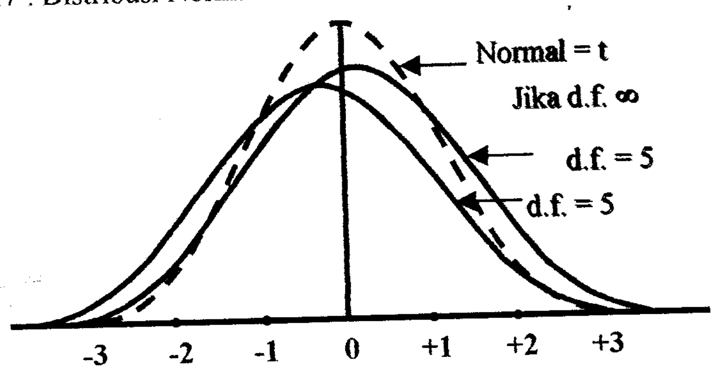
Perbedaannya terletak pada σ yang umumnya tidak diketahui.

Pada distribusi normal standar pengubahan dilakukan dengan yang diketahui, sedang pada distribusi **t**, pengubahan dilakukan dengan mempergunakan S yang dihitung dari sampel.

Distribusi **t** ini dinamakan distribusi student (*Student's t distribution*) sebagai nama samaran dari W.S. Gosset dan kawan-kawan yang menemukan distribusi ini tahun 1908.

Perbandingan antara distribusi t dan distribusi normal dapat dilihat dalam gambar 7.7

Gambar 7.7 : Distribusi Normal Standar Dan Distribusi t



Tabel distribusi t tersebut selanjutnya dapat dilihat dalam Lampiran VI. Apabila n makin kecil, maka distribusi t akan makin melebar. Sebaliknya makin besar n-nya distribusi t akan mendekati distribusi normal.

Tabel t tidak disusun menurut besarnya sampel n tetapi disusun menurut derajat kebebasan (*degree of freedom*) yang dirumuskan dengan n-1.

Pengertian derajat kebebasan ini dapat dijelaskan sebagai berikut :

Tiga buah data mempunyai rata-rata = 5.

Dalam menentukan masing-masing data ini kita mempunyai kebebasan kecuali pada data yang ketiga, karena jumlah ketiga data tersebut harus = 15 (rata-rata = 15/3 = 5).

Dengan perkataan lain kita kehilangan 1 derajat kebebasan atau kita hanya mempunyai 2 derajat kebebasan, karena n = 3, maka derajat kebebasan dirumuskan dengan (n – 1).

1) Pendugaan parameter μ dengan σ tidak diketahui dan populasi tak terbatas.

Contoh 7.7: Penulisan terhadap sampel sejumlah 16 orang wisatawan asing yang berkunjung ke Kota Painan menunjukkan pengeluaran rata-rata selama tinggal di Kota Painan sebesar \$ 500 dengan deviasi standar \$ 100 tentukan pengeluaran rata-rata yang sebenarnya dengan menggunakan interval keyakinan 95 %.

Jawaban :

$n = 16, \overline{X} = \$500, s = \$100$

$t_{0,025}$ $d.f = 15$, $tabel\ t = 2{,}131$

Rumus yang dipergunakan adalah :

$$\overline{X} - t\, s/\sqrt{n} < \mu < \overline{X} - t\, s/\sqrt{n} \qquad (7.21)$$

Dengan mempergunakan rumus (7.21), maka hasilnya :

$$500 - 2{,}132\,(100/4) < \mu < 500 + 2{,}132\,(100/4)$$

$$500 - 53{,}275 < \mu < 500 + 53{,}275$$

$$446{,}725 < \mu < 553{,}275$$

Jadi pengeluaran rata-rata yang sebenarnya para wisatawan asing selama di Kota Painan berkisar antara \$ 446,7 sampai \$ 553,3.

Penggunaan distribusi t membawa asumsi bahwa variabel x harus memiliki distribusi normal, jika distribusi tidak menyerupai distribusi normal, maka penggunaan distribusi t hasilnya dapat meragukan.

2) Pendugaan parameter μ dengan σ tidak diketahui dan populasi terbatas.

Sebagaimana telah dijelaskan di muka untuk populasi yang terbatas ini perlu adanya faktor koreksi populasi terbatas, yakni

$$\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \quad \text{...}(7.22)$$

Contoh 7.8 : Dalam contoh di muka apabila sampel sebesar 16 dipilih dari populasi (N = 100), maka faktor koreksi ini adalah :

$$\sqrt{\frac{100-16}{100-1}} = \sqrt{\frac{84}{99}} = \sqrt{0{,}848} = 0{,}92$$

Sehingga hasil pendugaan menjadi sebagai berikut :

$$500 - (53{,}275 \text{ x } 0{,}92) < \mu < 500 + (53{,}275 \text{ x } 0{,}92)$$

$$500 - 49{,}07 < \mu < 500 + 49{,}07$$

$$450{,}93 < \mu < 549{,}07$$

Jadi pengeluaran rata-rata yang sebenarnya dari wisatawan asing yang tinggal di Kota Painan berkisar antara \$ 450,93 sampai \$ 549,07.

b. Pendugaan Parameter Proporsi.

Dalam pendugaan interval proporsi dengan sampel yang kecil, maka rumus yang dipergunakan adalah :

$$x/n - t\sqrt{\frac{x/n(1-x/n)}{n}} < P < x/n - t\sqrt{\frac{x/n(1-x/n)}{n}} \qquad (7.23)$$

Cara ini sebenarnya kurang sesuai dengan distribusi t, namun demikian hasilnya dianggap lebih baik daripada distribusi z.

Beberapa ahli bahkan cenderung untuk mengganti varians proporsi dengan cara memaksimalisasikan x/n(1 – x/n), jika x/n = 1/2, maka x/n (1 – x/n) = 1/4. Dengan demikian, maka rumus (7.23) menjadi :

$$x/n - t\sqrt{\frac{1/4}{n}} < P < x/n + t\sqrt{\frac{1/4}{n}} \qquad (7.24)$$

Contoh 7.9: Penelitian terhadap sampel sebanyak 16 mahasiswa ternyata 4 diantaranya mempunyai kendaraan sendiri, dengan interval keyakinan 95 % tentukan proporsi mahasiswa yang memiliki kendaraan sendiri.

n = 16, x = 4, x/n = 0,25, $t_{0,025;d.f=15} = 2,131$

Jawaban :

Berdasarkan rumus (7.23), maka interval proporsi adalah

$$0,25 - 2,131 \times \sqrt{0,1875/16} < P < 0,25 + 2,131 \times \sqrt{0,1875/16}$$
$$0,25 - 2,131 \times 0,108 < P < 0,25 + 2,131 \times 0,108$$
$$0,25 - 0,23 < P < 0,25 + 0,23$$
$$0,02 < P < 0,48$$

F. Pendugaan Interval Untuk Perbedaan Dua Rata-rata dan Dua Proporsi.

Pendugaan interval untuk perbedaan dua rata-rata dan dua proporsi adalah sama prosedurnya dengan pendugaan interval untuk satu rata-rata dan proporsi.

1. Pendugaan Parameter Perbedaan Dua Rata-Rata

a. Pendugaan parameter $\mu_1 - \mu_2$ jika σ_1 dan σ_2 diketahui.

Pendugaan interval selisih dua rata-rata (μ_1 - μ_2) jika σ_1 dan σ_2 diketahui dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - Z(\sigma_{\bar{x}1-\bar{x}2}) < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + Z(\sigma_{\bar{x}1-\bar{x}2})$$

dimana :

$$\sigma_{\bar{x}1-\bar{x}2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \qquad \ldots\ldots\ldots.(7:25)$$

Contoh 7.10 : Upah mingguan karyawan perusahaan asing dari 9 orang karyawan rata-rata Rp. 100.000,00, dengan σ_1 = Rp. 9.000,00, dan perusahaan nasional dari 9 orang karyawan rata-rata Rp. 50.000,00, dan σ_2 = Rp. 5.000,00. dengan menggunakan tingkat keyakinan 95 % buatlah pendugaan intervalnya:

Jawaban :

$n_1 = 9, \bar{X}_1 = Rp1100.000{,}00, \sigma_1 = Rp\ 9.000{,}00,$

$z_{0,025} = 1{,}96, n_2 = 9_2 = Rp\ 50.000{,}00, \sigma_2 = Rp\ 5.000{,}00$

$$\sigma \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = \sqrt{\frac{\sigma_1^{\ 2}}{n_1} + \frac{\sigma_2^{\ 2}}{n_2}}$$

$$= \sqrt{81/9 + 25/9}$$

$$= \sqrt{106/9 = 3.43}$$

Dengan mempergunakan rumus (7.25) diperoleh hasil sebagai berikut:

$$(100 - 50) - 1{,}96\ (3{,}43) < \mu_1 - \mu_2 < (100 - 50) + 1{,}96\ (3{,}43)$$

$$50 - 6{,}722 < \mu_1 - \mu_2 < 50 + 6{,}722$$

$$43{,}278 < \mu_1 - \mu_2 < 56{,}722$$

(dalam ribuan rupiah)

Jadi dengan interval keyakinan 95 % selisih rata-rata upah mingguan karyawan perusahaan asing dan nasional berkisar antara Rp. 43.278,00 sampai Rp. 56.722,00.

b. Pendugaan parameter $\mu_1 - \mu_2$ jika σ_1 dan σ_2 tidak diketahui.

Apabila σ_1 dan σ_2 tidak diketahui, maka dipergunakan pendugaan deviasi standar sampel yakni s_1 dan s_2, sehingga rumusnya menjadi sebagai berikut :

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - t.(S_{\bar{x}1 - \bar{x}2}) < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + t.(S_{\bar{x}1 - \bar{x}2}) \quad \ldots..(7.26)$$

di mana :

$$S\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^{\ 2} + (n_2 - 1)s_2^{\ 2}}{n_1 + n_2 - 1}}\ x\ \sqrt{1/n_1 + 1/n_2}$$

Contoh 7.11 : Penghasilan setiap minggu dari pedagang kaki lima yang berjualan di jalan Solo dan jalan Malioboro Yogyakarta adalah sebagai berikut (dalam ribuan rupiah).

Pedagang di jl. Solo : 40 46 40 36 38 34 42 44 40

Pedagang di jl. Malioboro : 30 24 16 25 35 40 46 38 34

Dengan interval keyakinan 95 % buatlah pendugaan interval dimana

$\bar{X}_1$ = rata-rata penghasilan pedagang kaki lima di jalan Solo dan

$\bar{X}_2$ = rata- rata penghasilan pedagang di jalan Malioboro.

Jawaban :

$n_1 = 9, \bar{X}_1 = 40, s_1 = \sqrt{39} = 6{,}25$

$n_2 = 9, \bar{X}_2 = 32, s_2 = \sqrt{85{,}25} = 9{,}23,$

$t_{0{,}025}$, d.f = 9 + 9 – 2 = 16, tabel t = 2,120

$$S\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^{\ 2} + (n_2 - 1)s_2^{\ 2}}{n_1 + n_2 - 1}}\ x\ \sqrt{1/n_1 + 1/n_2}$$

$$S\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = \sqrt{\frac{312 + 682}{16}}\ x\ \sqrt{1/9 + 1/9}$$

$$= 3{,}72$$

$$(40 - 32) - 2{,}12(3{,}72) < \mu_1 - \mu_2 < 40 - 32) - 2{,}12(3{,}72)$$

$$0{,}27 < \mu_1 - \mu_2 < 15{,}73$$

(dalam ribuan rupiah)

Dengan interval keyakinan 95 % kita harapkan perbedaan antara penghasilan pedagang kaki lima yang berjualan di jalan Solo dan Malioboro berkisar antara Rp. 2.700,- sampai Rp. 15.730,-.

2. Pendugaan Parameter Perbedaan Dua Proporsi

Pendugaan interval perbedaan dua proporsi ($P_1 - P_2$) dirumuskan sebagai berikut :

$$\left(\frac{x_1}{n_1}-\frac{x_2}{n_2}\right)-z(Sp_1-p_2)<P1-P2<\left(\frac{x_1}{n_1}-\frac{x_2}{n_2}\right)+z(Sp_1-p_2) \qquad (7.27)$$

di mana :

$$sp_1-p_2=\sqrt{\frac{x_1/n_1(1-x_1/n_1)}{n_1}+\frac{x_2/n_2(1-x_2/n_2)}{n_2}}$$

Contoh 7.12: Dari sampel nasabah bank sebanyak 120 orang dari kota A sebanyak 90 orang diantaranya pengusaha besar dan 120 orang nasabah bank di kota B, 60 orang diantaranya adalah pengusaha besar. Dengan tingkat keyakinan 95 % buatlah pendugaan interval $P_1 - P_2$, kalau P_1 = proporsi nasabah pengusaha besar di kota A dan P_2 = proporsi nasabah pengusaha besar di kota B.

Jawaban :

$n_1 = n_2 = 120$, $x_1/n_1 = 90/120 = 0{,}75$, $x_2/n_2 = 60/120 = 0{,}50$,

$Z_{0,025} = 1{,}96$.

$$sp_1-p_2=\sqrt{\frac{(0{,}75)(0{,}25)}{120}+\frac{(0{,}50)(0{,}50)}{120}}$$

$$=\sqrt{\frac{8{,}1875}{120}+\frac{0{,}25}{120}}$$

$$sp_1-P_2=\sqrt{0{,}4375/120}=\sqrt{0{,}003645}=0{,}06$$

$$(0{,}75-0{,}50)-1{,}96\,(0{,}06)<P_1-P_2<(0{,}75-0{,}50)+1{,}96\,(0{,}06)$$

$$0{,}25-0{,}1176<P_1-P_2<0{,}25+0{,}1176$$

$$0{,}1324<P_1-P_2<0{,}3676$$

Dengan interval keyakinan 95 % kita harapkan interval antara 0,1324 sampai 0,3676 merupakan selisih proporsi nasabah bank di kota A dan B yang terdiri dari pengusaha besar.

G. Pendugaan Interval Untuk Parameter σ

Setelah kita bahas pendugaan interval untuk parameter μ dan P, maka selanjutnya kita akan mengadakan pendugaan parameter yang lain yakni deviasi standar untuk populasi. Dalam teori sampel telah dijelaskan bahwa jika n besar, maka distribusi sampling akan menyerupai kurva normal.

Dengan demikian kita akan dapat mengatakan jika suatu random sampel cukup besar, dengan interval keyakinan 95 % deviasi standar populasi akan terletak dalam jarak :

$$S - 1{,}96\ \sigma_S < \sigma < S + 1{,}96\ \sigma_S \qquad \text{.....(7.28)}$$

Di mana :

$$\sigma_S = \frac{S}{\sqrt{2n}}$$

Contoh 7.12: Sampel sebesar 8 menunjukkan deviasi standar = 3 dengan interval keyakinan 95 % tentukan interval σ.

Jawaban : Berdasarkan rumus (7.28). n = 8 dan s = 3, $Z_{0,025}$ = 1,96,

maka $3 - (1{,}96)\,(3)/16 < \sigma < 3 + (1{,}96)\,(3)/16$

$$2{,}633 < \sigma < 3{,}367$$

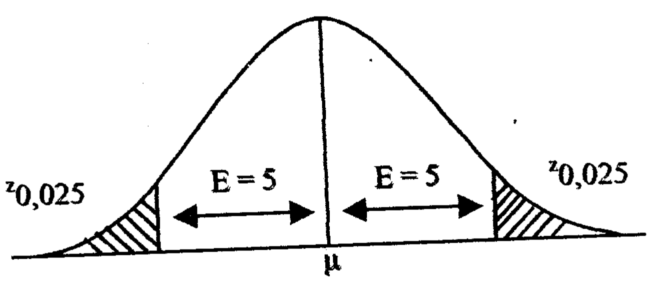
Dengan interval keyakinan 95 % kita harapkan σ akan terletak antara 2;633 dan 3,367.

H. Besar Sampel dan Ketepatan Pendugaan.

Pada umumnya sebelum memilih sampel secara acak (random) guna menduga parameter, harus menetapkan terlebih dahulu berapa besarnya sampel yang akan diambil. Agar kita dapat menduga parameter dengan ketepatan yang diinginkan yang diukur berdasar lebarnya interval keyakinan yang dikehendaki.

Misalkan kita ingin mengetahui berapa besarnya sampel yang akan kita gunakan agar dengan interval keyakinan 95 %, selisih rata-rata populasi yang sesungguhnya tidak lebih dari 5 secara searah. Secara diagram hal ini dapat gambarkan sebagai berikut :

Gambar 7.8 : Letak Parameter Dengan Interval Keyakinan 95 %



Dalam pembahasan di muka dijelaskan bahwa lebar interval keyakinan tertentu akan tergantung pada varians dan besarnya sampel. Jika varians diketahui, lebarnya interval keyakinan dapat dirumuskan sebagai :

$$z = E / s \qquad \text{atau} \qquad z = \frac{E}{\sigma / \sqrt{n}} \qquad (7.28)$$

E = Error = Penyimpangan

s = standar deviasi sampel = $\sigma / \sqrt{n}$

dari rumus (7.28) di atas selanjutnya dapat ditentukan besarnya smpel (n) sebagai berikut :

$$n = \left[\frac{z.\sigma}{E} \right]^2 \qquad (7.29)$$

di mana :

n = Besarnya sampel

z = Nilai z yang besarnya ditentukan oleh interval keyakinan

σ = Deviasi standar populasi

E = Besarnya kesalahan yang diharapkan.

Contoh 7.13: Jika populasi normal diketahui sebesar 10 dan jika kita ingin interval keyakinan 95 % yang mencakup rata-rata parameter tidak melebihi 10 lebarnya, berapa besarnya sampel yang kita ambil ?

Jawaban : $E = 5$, $\sigma = 10$, $Z_{0,025} = 1,96$

Berdasarkan rumus (7.29), maka besarnya sampel adalah :

$$n = \frac{(1,96)10^2}{5} = 15,36 \text{ atau } 15.$$

Penentuan besarnya sampel dapat pula dihitung berdasarkan pendugaan interval proporsi.

$$z = \frac{E}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \quad atau \quad \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = E / z$$

$$n = \frac{z^2 \cdot p(1-p)}{E^2} \qquad (7.30)$$

Apabila tidak diketahui, maka p (1-p) kita ganti dengan 1/4, yaitu nilai maksimum untuk p (1-p).

Contoh 7.14: Perusahaan penjual alat-alat kosmetik ingin menduga proporsi konsumen yang menyukai produknya. Dalam proses pendugaan ini pengusaha ingin agar selisih dugaannya tidak melebihi 2 % dari parameternya, sedang interval keyakinan yang dikehendaki 95 %.

Berapa besarnya sampel bagi pendugaan proporsi populasi ini ?.

Jawaban :

Berdasar rumus (7.30), maka besarnya sampel dapat diperoleh sebagai berikut :

$$n = \frac{(1{,}96)^2\,(1/4)}{(0{,}02)^2} = \frac{0{,}9604}{0{,}0002} = 4.802$$

guna keperluan pendugaan tersebut diperlukan sampel 4.802.

Demikianlah pembahasan tentang pendugaan secara statistik.

I. Soal-Soal Untuk Latihan

1. Perusahaan ABADI mengadakan penelitian tentang IQ para karyawannya. Untuk keperluan tersebut, diambil sampel 81 karyawan secara acak. Jika diketahui rata-rata IQ sampel adalah 109 dengan simpangan baku populasinya 20, buatlah pendugaan interval dari rata-rata IQ, dengan tingkat keyakinan 97 %.
2. Suatu sampel random sebanyak 100 orang mahasiswa menghasilkan rata-rata tinggi badan 160 cm dengan simpangan baku 8 cm. Jika populasinya berjumlah 300 orang,
   a. Buatlah pendugaan interval dengan tingkat keyakinan 96 %.
   b. Tentukan tingkat keyakinan yang digunakan agar rata-rata tinggi badan populasi berada dalam interval 158-162 cm !.
3. Lima orang karyawan PT. TELITI dipilih secara acak, kemudian diukur beratnya. Datanya ialah 62, 67, 70, 65, dan 60 kg. Buatlah pendugaan interval rata-ratanya dengan tingkat keyakinan 95 % !.
4. Dari sampel random 400 orang yang makan siang di restoran NIKMAT selama hari Sabtu, diperoleh data 125 orang yang menyukai makanan tradisional. Tentukan pendugaan interval bagi proporsi sebenarnya, orang yang menyukai makanan tradisional untuk makan siangnya pada hari Sabtu di restoran tersebut, dengan menggunakan interval keyakinan 98 %.

5. Sebuah populasi karyawan berukuran 500 orang. Diambil sampel random sebanyak 160 orang yang senang merokok, ternyata 100 di antaranya lebih menyukai merek TOP.
   a. Buatlah pendugaan interval proporsi populasi yang menyukai merek TOP, gunakan interval keyakinan 90 %.
   b. Dengan tingkat keyakinan 95 %, berapa kesalahan duga, bila diduga proporsi perokok yang menyukai merek TOP sebesar 0,3?
6. Dua jenis tambang ingin dibandingkan kekuatannya. Untuk itu, 50 potong tambang dari setiap jenis diuji dalam kondisi yang sama. Jenis A memiki kekuatan rata-rata 78,3 kg dengan simpangan baku 5,6 kg, sedangkan jenis B memiliki kekuatan rata-rata 87,2 kg dengan simpangan baku 6,3 kg. Buatlah pendugaan interval beda dua rata-rata dengan interval keyakinan 94 % !.
7. Data berikut berupa masa putar film yang diproduksi dua perusahaan film di kota metropolitan.

	Masa Putar(menit)
Perusahaan I	103 94 110 87 98
Perusahaan II	97 82 123 92 175 88 . 118

   Buatlah pendugaan interval bagi beda rata-rata masa putar film-film yang diproduksi oleh kedua perusahaan itu dengan menggunakan interval keyakinan 95 %.
8. Suatu studi dilakukan untuk menduga proporsi penduduk suatu kota dan penduduk di sekitarnya yang menyetujui pembangunan PLTN di daerah tersebut. Diperoleh bahwa 52 di antara 100 penduduk kota menyetujui, sedangkan hanya 34 di antara 125 penduduk sekitar kota itu menyetujuinya. Buatlah pendugaan interval bagi beda proporsi antara proporsi penduduk kota dan sekitar kota yang menyetujui dibangunnya PLTN, gunakan α = 5 %.

DAFTAR PUSTAKA

Adiningsih, Sri. (2001). *Statistik.* Edisi Pertama. Yogyakarta : BPFE – UGM.

Akhirmen. (1994). *Statistik Deskriptif : Teori dan Aplikasi.* Padang : FPIPS – IKIP Padang.

------------- (1996). *Teori Probabilitas : Suatu Pengantar.* Padang : FPIPS – IKIP Padang.

Budiyuwono, Nugroho. (1988). *Pengantar Statistika Ekonomi dan Perusahaan. Jilid 2.* Yogyakarta : BPFE UGM – LMP2M AMP – YKPN

Dajan, Anto. (1991). *Pengantar Metode Statistik. Jilid 2.* Jakarta : LP3ES

Hadi, Sutrisno. (1986). *Statistik, Jilid 1.* Yogyakarta : Fakultas Psikologi UGM Yogyakarta.

Harnet, Donald L dan Murphy, James L. (1975). *Introductory Statistical Analysis.* 2nd Edition. Philippines: Addison Wesley Publishing Company, Inc.

Hasan, Iqbal. (1999). *Statistik 2 (Statistik Inferensi).* Jakarta : Bumi Aksara.

Kelinger, F.N and E. Pedhazur. (1973). *Multiple Regression in Behavioral Research.* New York : Holt, Rinehart and Winston, Inc.

Kenkel, James L. (1981). *Introductory Statistics for Management and Economics.* Boston, Massachusetts : Prindle, Weber & Schmidt.

McClave, James T and Benson, P. George. (1988). *Statitics For Business and Economics. Fourth Edition.* San Francisco: Dellen Publishing Comp.

Sayuti, Azinar. (2002). *Teknik Analisis : Regresi Linear Berganda.* Bahan Kuliah Pascasarjana UNP. Tidak Dipublikasikan.

Supramono dan Sugiarto. (1993). *Statistika.* Yogyakarta : Andi Offset.

Supranto, J. (2000). *Statistik : Teori dan Aplikasi. Jilid 2.* Jakarta : Erlangga.

Yamane, Taro. (1973). *Statistics : An Introductory Analysis.* Harper International Edition.

LAMPIRAN

Lampiran 2. Tabel Distribusi Binomial..

Distribusi Binomial (Hingga $n = 16$)

Tabel Fungsi Distribusi Binomial $_nC_x\, p^x(1-p)^{n-x}$

Angka pada tabel menunjukkan nilai $_nC_x p^x(1-p)^{n-x}$ untuk nilai n, x, dan p tertentu. Bila $p > 0{,}5$, maka nilai $_nC_x p^x(1-p)^{n-x}$ untuk n, x, dan p yang tertentu ini dapat diperoleh dengan mencari angka tabel untuk n tertentu, kemudian menggantikan x dengan $n - x$, dan p dengan $1 - p$.

						p					
n	x	0,05	0,1	0,15	0,20	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
1	0	0,9500	0,9000	0,8500	0,8000	0,7500	0,7000	0,6500	0,6000	0,5500	0,5000
	1	0,0500	0,1000	0,1500	0,2000	0,2500	0,3000	0,3500	0,4000	0,4500	0,5000
2	0	0,9025	0,8100	0,7225	0,6400	0,5625	0,4900	0,4225	0,3600	0,3025	0,2500
	1	0,0950	0,1800	0,2550	0,3200	0,3750	0,4200	0,4550	0,4800	0,4950	0,5000
	2	0,0025	0,0100	0,0225	0,0400	0,0625	0,0900	0,1225	0,1600	0,2025	0,2500
3	0	0,8574	0,7290	0,6141	0,5120	0,4219	0,3430	0,2746	0,2160	0,1664	0,1250
	1	0,1354	0,2430	0,3251	0,3840	0,4219	0,4410	0,4436	0,4320	0,4084	0,3750
	2	0,0071	0,0270	0,0574	0,0960	0,1406	0,1890	0,2389	0,2880	0,3341	0,3750
	3	0,0001	0,0010	0,0034	0,0080	0,0156	0,0270	0,0429	0,0640	0,0911	0,1250
4	0	0,8145	0,6561	0,5220	0,4096	0,3164	0,2401	0,1785	0,1296	0,0915	0,0625
	1	0,1715	0,2916	0,3685	0,4096	0,4219	0,4116	0,3845	0,3456	0,2995	0,2500
	2	0,0135	0,0486	0,0975	0,1536	0,2109	0,2646	0,3105	0,3456	0,3675	0,3750
	3	0,0005	0,0036	0,0115	0,0256	0,0469	0,0756	0,1115	0,1536	0,2005	0,2500
	4	0,0000	0,0001	0,0005	0,0016	0,0039	0,0081	0,0150	0,0256	0,0410	0,0625
5	0	0,7738	0,5905	0,4437	0,3277	0,2373	0,1681	0,1160	0,0778	0,0503	0,0313
	1	0,2036	0,3281	0,3915	0,4096	0,3955	0,3602	0,3124	0,2592	0,2059	0,1563
	2	0,0214	0,0729	0,1382	0,2048	0,2637	0,3087	0,3364	0,3456	0,3369	0,3125
	3	0,0011	0,0081	0,0244	0,0512	0,0879	0,1323	0,1811	0,2304	0,2757	0,3125
	4	0,0000	0,0005	0,0022	0,0064	0,0146	0,0284	0,0488	0,0768	0,1128	0,1563
	5	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0010	0,0024	0,0053	0,0102	0,0185	0,0313
6	0	0,7351	0,5314	0,3771	0,2621	0,1780	0,1176	0,0754	0,0467	0,0277	0,0156
	1	0,2321	0,3543	0,3993	0,3932	0,3560	0,3025	0,2437	0,1866	0,1359	0,0938
	2	0,0305	0,0984	0,1762	0,2458	0,2966	0,3241	0,3280	0,3110	0,2780	0,2344
	3	0,0021	0,0146	0,0415	0,0819	0,1318	0,1852	0,2355	0,2765	0,3032	0,3125
	4	0,0001	0,0012	0,0055	0,0154	0,0330	0,0595	0,0951	0,1382	0,1861	0,2344
	5	0,0000	0,0001	0,0004	0,0015	0,0044	0,0102	0,0205	0,0369	0,0609	0,0938
	6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0007	0,0018	0,0041	0,0083	0,0156

Lanjutan

Fungsi Distribusi Binomial $_nC_x\, p^x(1-p)^{n-x}$

		p									
n	x	0,05	0,1	0,15	0,20	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
7	0	0,6983	0,4783	0,3206	0,2097	0,1335	0,0824	0,0490	0,0280	0,0152	0,0078
	1	0,2573	0,3720	0,3960	0,3670	0,3115	0,2471	0,1848	0,1306	0,0872	0,0547
	2	0,0406	0,1240	0,2097	0,2753	0,3115	0,3177	0,2985	0,2613	0,2140	0,1641
	3	0,0036	0,0230	0,0617	0,1147	0,1730	0,2269	0,2679	0,2903	0,2918	0,2734
	4	0,0002	0,0026	0,0109	0,0287	0,0577	0,0972	0,1442	0,1935	0,2388	0,2734
	5	0,0000	0,0002	0,0012	0,0043	0,0115	0,0250	0,0466	0,0774	0,1172	0,1641
	6	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0013	0,0036	0,0084	0,0172	0,0320	0,0547
	7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0006	0,0016	0,0037	0,0078
8	0	0,6634	0,4305	0,2725	0,1678	0,1001	0,0576	0,0319	0,0168	0,0084	0,0039
	1	0,2793	0,3826	0,3847	0,3355	0,2670	0,1977	0,1373	0,0896	0,0548	0,0313
	2	0,0515	0,1488	0,2376	0,2936	0,3115	0,2965	0,2587	0,2090	0,1569	0,1094
	3	0,0054	0,0331	0,0839	0,1468	0,2076	0,2541	0,2786	0,2787	0,2568	0,2188
	4	0,0004	0,0046	0,0185	0,0459	0,0865	0,1361	0,1875	0,2322	0,2627	0,2734
	5	0,0000	0,0004	0,0026	0,0092	0,0231	0,0467	0,0808	0,1239	0,1719	0,2188
	6	0,0000	0,0000	0,0002	0,0011	0,0038	0,0100	0,0217	0,0413	0,0703	0,1094
	7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0012	0,0033	0,0079	0,0164	0,0313
	8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0007	0,0017	0,0039
9	0	0,6302	0,3874	0,2316	0,1342	0,0751	0,0404	0,0207	0,0101	0,0046	0,0020
	1	0,2985	0,3874	0,3679	0,3020	0,2253	0,1556	0,1004	0,0605	0,0339	0,0176
	2	0,0629	0,1722	0,2597	0,3020	0,3003	0,2668	0,2162	0,1612	0,1110	0,0703
	3	0,0077	0,0446	0,1069	0,1762	0,2336	0,2668	0,2716	0,2508	0,2119	0,1641
	4	0,0006	0,0074	0,0283	0,0661	0,1168	0,1715	0,2194	0,2508	0,2600	0,2461
	5	0,0000	0,0008	0,0050	0,0165	0,0389	0,0735	0,1181	0,1672	0,2128	0,2461
	6	0,0000	0,0001	0,0006	0,0028	0,0087	0,0210	0,0424	0,0743	0,1160	0,1641
	7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0012	0,0039	0,0098	0,0212	0,0407	0,0703
	8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0013	0,0035	0,0083	0,0176
	9	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0008	0,0020
10	0	0,5987	0,3487	0,1969	0,1074	0,0563	0,0282	0,0135	0,0060	0,0025	0,0010
	1	0,3151	0,3874	0,3474	0,2684	0,1877	0,1211	0,0725	0,0403	0,0207	0,0098
	2	0,0746	0,1937	0,2759	0,3020	0,2816	0,2335	0,1757	0,1209	0,0763	0,0439
	3	0,0105	0,0574	0,1298	0,2013	0,2503	0,2668	0,2522	0,2150	0,1665	0,1172
	4	0,0010	0,0112	0,0401	0,0881	0,1460	0,2001	0,2377	0,2508	0,2384	0,2051

Lanjutan

Fungsi Distribusi Binomial ${}_nC_x\, p^x(1-p)^{n-x}$

		p									
n	x	0,05	0,1	0,15	0,20	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
	5	0,0001	0,0015	0,0085	0,0264	0,0584	0,1029	0,1536	0,2007	0,2340	0,2461
	6	0,0000	0,0001	0,0012	0,0055	0,0162	0,0368	0,0689	0,1115	0,1596	0,2051
	7	0,0000	0,0000	0,0001	0,0008	0,0031	0,0090	0,0212	0,0425	0,0746	0,1172
	8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0014	0,0043	0,0106	0,0229	0,0439
	9	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0016	0,0042	0,0098
	10	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0010
11	0	0,5688	0,3138	0,1673	0,0859	0,0422	0,0198	0,0088	0,0036	0,0014	0,0005
	1	0,3293	0,3835	0,3248	0,2362	0,1549	0,0932	0,0518	0,0266	0,0125	0,0054
	2	0,0867	0,2131	0,2866	0,2953	0,2581	0,1998	0,1395	0,0887	0,0513	0,0269
	3	0,0137	0,0710	0,1517	0,2215	0,2581	0,2568	0,2254	0,1774	0,1259	0,0806
	4	0,0014	0,0158	0,0536	0,1107	0,1721	0,2201	0,2428	0,2365	0,2060	0,1611
	5	0,0001	0,0025	0,0132	0,0388	0,0803	0,1321	0,1830	0,2207	0,2360	0,2256
	6	0,0000	0,0003	0,0023	0,0097	0,0268	0,0566	0,0985	0,1471	0,1931	0,2256
	7	0,0000	0,0000	0,0003	0,0017	0,0064	0,0173	0,0379	0,0701	0,1128	0,1611
	8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0011	0,0037	0,0102	0,0234	0,0462	0,0806
	9	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0018	0,0052	0,0126	0,0269
	10	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0007	0,0021	0,0054
	11	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0005
12	0	0,5404	0,2824	0,1422	0,0687	0,0317	0,0138	0,0057	0,0022	0,0008	0,0002
	1	0,3413	0,3766	0,3012	0,2062	0,1267	0,0712	0,0368	0,0174	0,0075	0,0029
	2	0,0988	0,2301	0,2924	0,2835	0,2323	0,1678	0,1088	0,0639	0,0339	0,0161
	3	0,0173	0,0852	0,1720	0,2362	0,2581	0,2397	0,1954	0,1419	0,0923	0,0537
	4	0,0021	0,0213	0,0683	0,1329	0,1936	0,2311	0,2367	0,2128	0,1700	0,1208
	5	0,0002	0,0038	0,0193	0,0532	0,1032	0,1585	0,2039	0,2270	0,2225	0,1934
	6	0,0000	0,0005	0,0040	0,0155	0,0401	0,0792	0,1281	0,1766	0,2124	0,2256
	7	0,0000	0,0000	0,0006	0,0033	0,0115	0,0291	0,0591	0,1009	0,1489	0,1934
	8	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0024	0,0078	0,0199	0,0420	0,0762	0,1208
	9	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0015	0,0048	0,0125	0,0277	0,0537
	10	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0008	0,0025	0,0068	0,0161
	11	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0010	0,0029
	12	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002

Lanjutan
Fungsi Distribusi Binomial ${}_nC_x\, p^x(1-p)^{n-x}$

		p									
n	*x*	0,05	0,1	0,15	0,20	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
13	0	0,5133	0,2542	0,1209	0,0550	0,0238	0,0097	0,0037	0,0013	0,0004	0,0001
	1	0,3512	0,3672	0,2774	0,1787	0,1029	0,0540	0,0259	0,0113	0,0045	0,0016
	2	0,1109	0,2448	0,2937	0,2680	0,2059	0,1388	0,0836	0,0453	0,0220	0,0095
	3	0,0214	0,0997	0,1900	0,2457	0,2517	0,2181	0,1651	0,1107	0,0660	0,0349
	4	0,0028	0,0277	0,0838	0,1535	0,2097	0,2337	0,2222	0,1845	0,1350	0,0873
	5	0,0003	0,0055	0,0266	0,0691	0,1258	0,1803	0,2154	0,2214	0,1989	0,1571
	6	0,0000	0,0008	0,0063	0,0230	0,0559	0,1030	0,1546	0,1968	0,2169	0,2095
	7	0,0000	0,0001	0,0011	0,0058	0,0186	0,0442	0,0833	0,1312	0,1775	0,2095
	8	0,0000	0,0000	0,0001	0,0011	0,0047	0,0142	0,0336	0,0656	0,1089	0,1571
	9	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0009	0,0034	0,0101	0,0243	0,0495	0,0873
	10	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0006	0,0022	0,0065	0,0162	0,0349
	11	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0012	0,0036	0,0095
	12	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0016
	13	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001
14	0	0,4877	0,2288	0,1028	0,0440	0,0178	0,0068	0,0024	0,0008	0,0002	0,0001
	1	0,3593	0,3559	0,2539	0,1539	0,0832	0,0407	0,0181	0,0073	0,0027	0,0009
	2	0,1229	0,2570	0,2912	0,2501	0,1802	0,1134	0,0634	0,0317	0,0141	0,0056
	3	0,0259	0,1142	0,2056	0,2501	0,2402	0,1943	0,1366	0,0845	0,0462	0,0222
	4	0,0037	0,0349	0,0998	0,1720	0,2202	0,2290	0,2022	0,1549	0,1040	0,0611
	5	0,0004	0,0078	0,0352	0,0860	0,1468	0,1963	0,2178	0,2066	0,1701	0,1222
	6	0,0000	0,0013	0,0093	0,0322	0,0734	0,1262	0,1759	0,2066	0,2088	0,1833
	7	0,0000	0,0002	0,0019	0,0092	0,0280	0,0618	0,1082	0,1574	0,1952	0,2095
	8	0,0000	0,0000	0,0003	0,0020	0,0082	0,0232	0,0510	0,0918	0,1398	0,1833
	9	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0018	0,0066	0,0183	0,0408	0,0762	0,1222
	10	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0014	0,0049	0,0136	0,0312	0,0611
	11	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0010	0,0033	0,0093	0,0222
	12	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0019	0,0056
	13	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0009
	14	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001
15	0	0,4633	0,2059	0,0874	0,0352	0,0134	0,0047	0,0016	0,0005	0,0001	0,0000
	1	0,3658	0,3432	0,2312	0,1319	0,0668	0,0305	0,0126	0,0047	0,0016	0,0005
	2	0,1348	0,2669	0,2856	0,2309	0,1559	0,0916	0,0476	0,0219	0,0090	0,0032
	3	0,0307	0,1285	0,2184	0,2501	0,2252	0,1700	0,1110	0,0634	0,0318	0,0139
	4	0,0049	0,0428	0,1156	0,1876	0,2252	0,2186	0,1792	0,1268	0,0780	0,0417

Lanjutan

Fungsi Distribusi Binomial ${}_nC_x\, p^x(1-p)^{n-x}$

		p									
n	x	0,05	0,1	0,15	0,20	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
	5	0,0006	0,0105	0,0449	0,1032	0,1651	0,2061	0,2123	0,1859	0,1404	0,0916
	6	0,0000	0,0019	0,0132	0,0430	0,0917	0,1472	0,1906	0,2066	0,1914	0,1527
	7	0,0000	0,0003	0,0030	0,0138	0,0393	0,0811	0,1319	0,1771	0,2013	0,1964
	8	0,0000	0,0000	0,0005	0,0035	0,0131	0,0348	0,0710	0,1181	0,1647	0,1964
	9	0,0000	0,0000	0,0001	0,0007	0,0034	0,0116	0,0298	0,0612	0,1048	0,1527
	10	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0007	0,0030	0,0096	0,0245	0,0515	0,0916
	11	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0006	0,0024	0,0074	0,0191	0,0417
	12	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0016	0,0052	0,0139
	13	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0010	0,0032
	14	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005
	15	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
16	0	0,4401	0,1853	0,0743	0,0281	0,0100	0,0033	0,0010	0,0003	0,0001	0,0000
	1	0,3706	0,3294	0,2097	0,1126	0,0535	0,0228	0,0087	0,0030	0,0009	0,0002
	2	0,1463	0,2745	0,2775	0,2111	0,1336	0,0732	0,0353	0,0150	0,0056	0,0018
	3	0,0359	0,1423	0,2285	0,2463	0,2079	0,1465	0,0888	0,0468	0,0215	0,0085
	4	0,0061	0,0514	0,1311	0,2001	0,2252	0,2040	0,1553	0,1014	0,0572	0,0278
	5	0,0008	0,0137	0,0555	0,1201	0,1802	0,2099	0,2008	0,1623	0,1123	0,0667
	6	0,0001	0,0028	0,0180	0,0550	0,1101	0,1649	0,1982	0,1983	0,1684	0,1222
	7	0,0000	0,0004	0,0045	0,0197	0,0524	0,1010	0,1524	0,1889	0,1969	0,1746
	8	0,0000	0,0001	0,0009	0,0055	0,0197	0,0487	0,0923	0,1417	0,1812	0,1964
	9	0,0000	0,0000	0,0001	0,0012	0,0058	0,0185	0,0442	0,0840	0,1318	0,1746
	10	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0014	0,0056	0,0167	0,0392	0,0755	0,1222
	11	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0013	0,0049	0,0142	0,0337	0,0667
	12	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0011	0,0040	0,0115	0,0278
	13	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0008	0,0029	0,0085
	14	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0018
	15	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002
	16	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Interpolasi linear terhadap p umumnya tidak akan akurat untuk lebih dari dua tempat desimal, dan kadang-kadang kurang.

Tabel ${}_nC_x p^x(1-p)^{n-x}$ yang lengkap dapat dilihat pada *Table of the Binomial Probability Distribution*, Applied Mathematics Series 6 (Washington, D.C.: National Bureau of Standards, 1950).

Lampiran 3. Tabel Distribusi Poisson ..

Distribusi Poisson

Tabel Fungsi Distribusi Poisson $e^{-\lambda}\lambda^x/x!$

Angka pada tabel menunjukkan nilai $e^{-\lambda}\lambda^x/x!$ untuk nilai n, dan m tertentu

	m									
x	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
0	0,9048	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488	0,4966	0,4493	0,4066	0,3679
1	0,0905	0,1637	0,2222	0,2681	0,3033	0,3293	0,3476	0,3595	0,3659	0,3679
2	0,0045	0,0164	0,0333	0,0536	0,0758	0,0988	0,1217	0,1438	0,1647	0,1839
3	0,0002	0,0011	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198	0,0284	0,0383	0,0494	0,0613
4	0,0000	0,0001	0,0003	0,0007	0,0016	0,0030	0,0050	0,0077	0,0111	0,0153
5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0004	0,0007	0,0012	0,0020	0,0031
6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0003	0,0005
7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001

	λ									
x	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
0	0,3329	0,3012	0,2725	0,2466	0,2231	0,2019	0,1827	0,1653	0,1496	0,1353
1	0,3662	0,3614	0,3543	0,3452	0,3347	0,3230	0,3106	0,2975	0,2842	0,2707
2	0,2014	0,2169	0,2303	0,2417	0,2510	0,2584	0,2640	0,2678	0,2700	0,2707
3	0,0738	0,0867	0,0998	0,1128	0,1255	0,1378	0,1496	0,1607	0,1710	0,1804
4	0,0203	0,0260	0,0324	0,0395	0,0471	0,0551	0,0636	0,0723	0,0812	0,0902
5	0,0045	0,0062	0,0084	0,0111	0,0141	0,0176	0,0216	0,0260	0,0309	0,0361
6	0,0008	0,0012	0,0018	0,0026	0,0035	0,0047	0,0061	0,0078	0,0098	0,0120
7	0,0001	0,0002	0,0003	0,0005	0,0008	0,0011	0,0015	0,0020	0,0027	0,0034
8	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0003	0,0005	0,0006	0,0009
9	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002

	λ									
x	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3
0	0,1225	0,1108	0,1003	0,0907	0,0821	0,0743	0,0672	0,0608	0,0550	0,0498
1	0,2572	0,2438	0,2306	0,2177	0,2052	0,1931	0,1815	0,1703	0,1596	0,1494
2	0,2700	0,2681	0,2652	0,2613	0,2565	0,2510	0,2450	0,2384	0,2314	0,2240
3	0,1890	0,1966	0,2033	0,2090	0,2138	0,2176	0,2205	0,2225	0,2237	0,2240
4	0,0992	0,1082	0,1169	0,1254	0,1336	0,1414	0,1488	0,1557	0,1622	0,1680
5	0,0417	0,0476	0,0538	0,0602	0,0668	0,0735	0,0804	0,0872	0,0940	0,1008
6	0,0146	0,0174	0,0206	0,0241	0,0278	0,0319	0,0362	0,0407	0,0455	0,0504
7	0,0044	0,0055	0,0068	0,0083	0,0099	0,0118	0,0139	0,0163	0,0188	0,0216
8	0,0011	0,0015	0,0019	0,0025	0,0031	0,0038	0,0047	0,0057	0,0068	0,0081
9	0,0003	0,0004	0,0005	0,0007	0,0009	0,0011	0,0014	0,0018	0,0022	0,0027

Lanjutan

Distribusi Poisson (Hingga $\lambda = 9$)

Fungsi Distribusi Poisson $e^{-\lambda}\lambda^x/x!$

x	λ 2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3
10	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002	0,0003	0,0004	0,0005	0,0006	0,0008
11	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002
12	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001

x	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9	4
0	0,0450	0,0408	0,0369	0,0334	0,0302	0,0273	0,0247	0,0224	0,0202	0,0183
1	0,1397	0,1304	0,1217	0,1135	0,1057	0,0984	0,0915	0,0850	0,0789	0,0733
2	0,2165	0,2087	0,2008	0,1929	0,1850	0,1771	0,1692	0,1615	0,1539	0,1465
3	0,2237	0,2226	0,2209	0,2186	0,2158	0,2125	0,2087	0,2046	0,2001	0,1954
4	0,1733	0,1781	0,1823	0,1858	0,1888	0,1912	0,1931	0,1944	0,1951	0,1954
5	0,1075	0,1140	0,1203	0,1264	0,1322	0,1377	0,1429	0,1477	0,1522	0,1563
6	0,0555	0,0608	0,0662	0,0716	0,0771	0,0826	0,0881	0,0936	0,0989	0,1042
7	0,0246	0,0278	0,0312	0,0348	0,0385	0,0425	0,0466	0,0508	0,0551	0,0595
8	0,0095	0,0111	0,0129	0,0148	0,0169	0,0191	0,0215	0,0241	0,0269	0,0298
9	0,0033	0,0040	0,0047	0,0056	0,0066	0,0076	0,0089	0,0102	0,0116	0,0132
10	0,0010	0,0013	0,0016	0,0019	0,0023	0,0028	0,0033	0,0039	0,0045	0,0053
11	0,0003	0,0004	0,0005	0,0006	0,0007	0,0009	0,0011	0,0013	0,0016	0,0019
12	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002	0,0003	0,0003	0,0004	0,0005	0,0006
13	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002
14	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001

x	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6	4,7	4,8	4,9	5
0	0,0166	0,0150	0,0136	0,0123	0,0111	0,0101	0,0091	0,0082	0,0074	0,0067
1	0,0679	0,0630	0,0583	0,0540	0,0500	0,0462	0,0427	0,0395	0,0365	0,0337
2	0,1393	0,1323	0,1254	0,1188	0,1125	0,1063	0,1005	0,0948	0,0894	0,0842
3	0,1904	0,1852	0,1798	0,1743	0,1687	0,1631	0,1574	0,1517	0,1460	0,1404
4	0,1951	0,1944	0,1933	0,1917	0,1898	0,1875	0,1849	0,1820	0,1789	0,1755
5	0,1600	0,1633	0,1662	0,1687	0,1708	0,1725	0,1738	0,1747	0,1753	0,1755
6	0,1093	0,1143	0,1191	0,1237	0,1281	0,1323	0,1362	0,1398	0,1432	0,1462
7	0,0640	0,0686	0,0732	0,0778	0,0824	0,0869	0,0914	0,0959	0,1002	0,1044
8	0,0328	0,0360	0,0393	0,0428	0,0463	0,0500	0,0537	0,0575	0,0614	0,0653
9	0,0150	0,0168	0,0188	0,0209	0,0232	0,0255	0,0281	0,0307	0,0334	0,0363

Lanjutan
Fungsi Distribusi Poisson $e^{-\lambda}\lambda^{x}/x!$

x	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6	4,7	4,8	4,9	5
10	0,0061	0,0071	0,0081	0,0092	0,0104	0,0118	0,0132	0,0147	0,0164	0,0181
11	0,0023	0,0027	0,0032	0,0037	0,0043	0,0049	0,0056	0,0064	0,0073	0,0082
12	0,0008	0,0009	0,0011	0,0013	0,0016	0,0019	0,0022	0,0026	0,0030	0,0034
13	0,0002	0,0003	0,0004	0,0005	0,0006	0,0007	0,0008	0,0009	0,0011	0,0013
14	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002	0,0003	0,0003	0,0004	0,0005
15	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002

x	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6	5,7	5,8	5,9	6
0	0,0061	0,0055	0,0050	0,0045	0,0041	0,0037	0,0033	0,0030	0,0027	0,0025
1	0,0311	0,0287	0,0265	0,0244	0,0225	0,0207	0,0191	0,0176	0,0162	0,0149
2	0,0793	0,0746	0,0701	0,0659	0,0618	0,0580	0,0544	0,0509	0,0477	0,0446
3	0,1348	0,1293	0,1239	0,1185	0,1133	0,1082	0,1033	0,0985	0,0938	0,0892
4	0,1719	0,1681	0,1641	0,1600	0,1558	0,1515	0,1472	0,1428	0,1383	0,1339
5	0,1753	0,1748	0,1740	0,1728	0,1714	0,1697	0,1678	0,1656	0,1632	0,1606
6	0,1490	0,1515	0,1537	0,1555	0,1571	0,1584	0,1594	0,1601	0,1605	0,1606
7	0,1086	0,1125	0,1163	0,1200	0,1234	0,1267	0,1298	0,1326	0,1353	0,1377
8	0,0692	0,0731	0,0771	0,0810	0,0849	0,0887	0,0925	0,0962	0,0998	0,1033
9	0,0392	0,0423	0,0454	0,0486	0,0519	0,0552	0,0586	0,0620	0,0654	0,0688
10	0,0200	0,0220	0,0241	0,0262	0,0285	0,0309	0,0334	0,0359	0,0386	0,0413
11	0,0093	0,0104	0,0116	0,0129	0,0143	0,0157	0,0173	0,0190	0,0207	0,0225
12	0,0039	0,0045	0,0051	0,0058	0,0065	0,0073	0,0082	0,0092	0,0102	0,0113
13	0,0015	0,0018	0,0021	0,0024	0,0028	0,0032	0,0036	0,0041	0,0046	0,0052
14	0,0006	0,0007	0,0008	0,0009	0,0011	0,0013	0,0015	0,0017	0,0019	0,0022
15	0,0002	0,0002	0,0003	0,0003	0,0004	0,0005	0,0006	0,0007	0,0008	0,0009
16	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002	0,0002	0,0003	0,0003
17	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001

x	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6	6,7	6,8	6,9	7
0	0,0022	0,0020	0,0018	0,0017	0,0015	0,0014	0,0012	0,0011	0,0010	0,0009
1	0,0137	0,0126	0,0116	0,0106	0,0098	0,0090	0,0082	0,0076	0,0070	0,0064
2	0,0417	0,0390	0,0364	0,0340	0,0318	0,0296	0,0276	0,0258	0,0240	0,0223
3	0,0848	0,0806	0,0765	0,0726	0,0688	0,0652	0,0617	0,0584	0,0552	0,0521
4	0,1294	0,1249	0,1205	0,1162	0,1118	0,1076	0,1034	0,0992	0,0952	0,0912

Lanjutan

Distribusi Poisson (Hingga $\lambda = 9$)

Fungsi Distribusi Poisson $e^{-\lambda}\lambda^{x}/x!$

					λ					
x	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6	6,7	6,8	6,9	7
5	0,1579	0,1549	0,1519	0,1487	0,1454	0,1420	0,1385	0,1349	0,1314	0,1277
6	0,1605	0,1601	0,1595	0,1586	0,1575	0,1562	0,1546	0,1529	0,1511	0,1490
7	0,1399	0,1418	0,1435	0,1450	0,1462	0,1472	0,1480	0,1486	0,1489	0,1490
8	0,1066	0,1099	0,1130	0,1160	0,1188	0,1215	0,1240	0,1263	0,1284	0,1304
9	0,0723	0,0757	0,0791	0,0825	0,0858	0,0891	0,0923	0,0954	0,0985	0,1014
10	0,0441	0,0469	0,0498	0,0528	0,0558	0,0588	0,0618	0,0649	0,0679	0,0710
11	0,0244	0,0265	0,0285	0,0307	0,0330	0,0353	0,0377	0,0401	0,0426	0,0452
12	0,0124	0,0137	0,0150	0,0164	0,0179	0,0194	0,0210	0,0227	0,0245	0,0263
13	0,0058	0,0065	0,0073	0,0081	0,0089	0,0099	0,0108	0,0119	0,0130	0,0142
14	0,0025	0,0029	0,0033	0,0037	0,0041	0,0046	0,0052	0,0058	0,0064	0,0071
15	0,0010	0,0012	0,0014	0,0016	0,0018	0,0020	0,0023	0,0026	0,0029	0,0033
16	0,0004	0,0005	0,0005	0,0006	0,0007	0,0008	0,0010	0,0011	0,0013	0,0014
17	0,0001	0,0002	0,0002	0,0002	0,0003	0,0003	0,0004	0,0004	0,0005	0,0006
18	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002	0,0002
19	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001

					λ					
x	7,1	7,2	7,3	7,4	7,5	7,6	7,7	7,8	7,9	8
0	0,0008	0,0007	0,0007	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0004	0,0004	0,0003
1	0,0059	0,0054	0,0049	0,0045	0,0041	0,0038	0,0035	0,0032	0,0029	0,0027
2	0,0208	0,0194	0,0180	0,0167	0,0156	0,0145	0,0134	0,0125	0,0116	0,0107
3	0,0492	0,0464	0,0438	0,0413	0,0389	0,0366	0,0345	0,0324	0,0305	0,0286
4	0,0874	0,0836	0,0799	0,0764	0,0729	0,0696	0,0663	0,0632	0,0602	0,0573
5	0,1241	0,1204	0,1167	0,1130	0,1094	0,1057	0,1021	0,0986	0,0951	0,0916
6	0,1468	0,1445	0,1420	0,1394	0,1367	0,1339	0,1311	0,1282	0,1252	0,1221
7	0,1489	0,1486	0,1481	0,1474	0,1465	0,1454	0,1442	0,1428	0,1413	0,1396
8	0,1321	0,1337	0,1351	0,1363	0,1373	0,1381	0,1388	0,1392	0,1395	0,1396
9	0,1042	0,1070	0,1096	0,1121	0,1144	0,1167	0,1187	0,1207	0,1224	0,1241
10	0,0740	0,0770	0,0800	0,0829	0,0858	0,0887	0,0914	0,0941	0,0967	0,0993
11	0,0478	0,0504	0,0531	0,0558	0,0585	0,0613	0,0640	0,0667	0,0695	0,0722
12	0,0283	0,0303	0,0323	0,0344	0,0366	0,0388	0,0411	0,0434	0,0457	0,0481
13	0,0154	0,0168	0,0181	0,0196	0,0211	0,0227	0,0243	0,0260	0,0278	0,0296
14	0,0078	0,0086	0,0095	0,0104	0,0113	0,0123	0,0134	0,0145	0,0157	0,0169

Lanjutan

Fungsi Distribusi Poisson $e^{-\lambda}\lambda^x/x!$

x	λ 7,1	7,2	7,3	7,4	7,5	7,6	7,7	7,8	7,9	8
15	0,0037	0,0041	0,0046	0,0051	0,0057	0,0062	0,0069	0,0075	0,0083	0,0090
16	0,0016	0,0019	0,0021	0,0024	0,0026	0,0030	0,0033	0,0037	0,0041	0,0045
17	0,0007	0,0008	0,0009	0,0010	0,0012	0,0013	0,0015	0,0017	0,0019	0,0021
18	0,0003	0,0003	0,0004	0,0004	0,0005	0,0006	0,0006	0,0007	0,0008	0,0009
19	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002	0,0002	0,0003	0,0003	0,0003	0,0004
20	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002
21	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001

x	λ 8,1	8,2	8,3	8,4	8,5	8,6	8,7	8,8	8,9	9
0	0,0003	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001
1	0,0025	0,0023	0,0021	0,0019	0,0017	0,0016	0,0014	0,0013	0,0012	0,0011
2	0,0100	0,0092	0,0086	0,0079	0,0074	0,0068	0,0063	0,0058	0,0054	0,0050
3	0,0269	0,0252	0,0237	0,0222	0,0208	0,0195	0,0183	0,0171	0,0160	0,0150
4	0,0544	0,0517	0,0491	0,0466	0,0443	0,0420	0,0398	0,0377	0,0357	0,0337
5	0,0882	0,0849	0,0816	0,0784	0,0752	0,0722	0,0692	0,0663	0,0635	0,0607
6	0,1191	0,1160	0,1128	0,1097	0,1066	0,1034	0,1003	0,0972	0,0941	0,0911
7	0,1378	0,1358	0,1338	0,1317	0,1294	0,1271	0,1247	0,1222	0,1197	0,1171
8	0,1395	0,1392	0,1388	0,1382	0,1375	0,1366	0,1356	0,1344	0,1332	0,1318
9	0,1256	0,1269	0,1280	0,1290	0,1299	0,1306	0,1311	0,1315	0,1317	0,1318
10	0,1017	0,1040	0,1063	0,1084	0,1104	0,1123	0,1140	0,1157	0,1172	0,1186
11	0,0749	0,0776	0,0802	0,0828	0,0853	0,0878	0,0902	0,0925	0,0948	0,0970
12	0,0505	0,0530	0,0555	0,0579	0,0604	0,0629	0,0654	0,0679	0,0703	0,0728
13	0,0315	0,0334	0,0354	0,0374	0,0395	0,0416	0,0438	0,0459	0,0481	0,0504
14	0,0182	0,0196	0,0210	0,0225	0,0240	0,0256	0,0272	0,0289	0,0306	0,0324
15	0,0098	0,0107	0,0116	0,0126	0,0136	0,0147	0,0158	0,0169	0,0182	0,0194
16	0,0050	0,0055	0,0060	0,0066	0,0072	0,0079	0,0086	0,0093	0,0101	0,0109
17	0,0024	0,0026	0,0029	0,0033	0,0036	0,0040	0,0044	0,0048	0,0053	0,0058
18	0,0011	0,0012	0,0014	0,0015	0,0017	0,0019	0,0021	0,0024	0,0026	0,0029
19	0,0005	0,0005	0,0006	0,0007	0,0008	0,0009	0,0010	0,0011	0,0012	0,0014
20	0,0002	0,0002	0,0002	0,0003	0,0003	0,0004	0,0004	0,0005	0,0005	0,0006
21	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0003
22	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001

Tabel $e^{-\lambda}\lambda^x/x!$ yang lengkap dapat dilihat pada Molina, E. C.: *Poisson's Exponential Binomial Limit* (New York: D. Van Nostrand, 1942).

Lampiran 4. Tabel Distribusi Normal Standar (Tabel Z).

Distribusi Normal

Tabel 3 Daerah Distribusi Normal Standar

Angka pada tabel menunjukkan proporsi bidang pada kurva yang terletak antara z = 0 dan nilai z positif. Daerah untuk nilai z negatif diperoleh dengan cara yang sama.

z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990

Lampiran 5. Tabel Distribusi Student (Tabel t)..

Tabel Nilai t^*

d.f.	t 0,1	t 0,05	t 0,025	t 0,01	t 0,005	*d.f.*
1	3,0777	6,3137	12,7062	31,8210	63,6559	1
2	1,8856	2,9200	4,3027	6,9645	9,9250	2
3	1,6377	2,3534	3,1824	4,5407	5,8408	3
4	1,5332	2,1318	2,7765	3,7469	4,6041	4
5	1,4759	2,0150	2,5706	3,3649	4,0321	5
6	1,4398	1,9432	2,4469	3,1427	3,7074	6
7	1,4149	1,8946	2,3646	2,9979	3,4995	7
8	1,3968	1,8595	2,3060	2,8965	3,3554	8
9	1,3830	1,8331	2,2622	2,8214	3,2498	9
10	1,3722	1,8125	2,2281	2,7638	3,1693	10
11	1,3634	1,7959	2,2010	2,7181	3,1058	11
12	1,3562	1,7823	2,1788	2,6810	3,0545	12
13	1,3502	1,7709	2,1604	2,6503	3,0123	13
14	1,3450	1,7613	2,1448	2,6245	2,9768	14
15	1,3406	1,7531	2,1315	2,6025	2,9467	15
16	1,3368	1,7459	2,1199	2,5835	2,9208	16
17	1,3334	1,7396	2,1098	2,5669	2,8982	17
18	1,3304	1,7341	2,1009	2,5524	2,8784	18
19	1,3277	1,7291	2,0930	2,5395	2,8609	19
20	1,3253	1,7247	2,0860	2,5280	2,8453	20
21	1,3232	1,7207	2,0796	2,5176	2,8314	21
22	1,3212	1,7171	2,0739	2,5083	2,8188	22
23	1,3195	1,7139	2,0687	2,4999	2,8073	23
24	1,3178	1,7109	2,0639	2,4922	2,7970	24
25	1,3163	1,7081	2,0595	2,4851	2,7874	25
26	1,3150	1,7056	2,0555	2,4786	2,7787	26
27	1,3137	1,7033	2,0518	2,4727	2,7707	27
28	1,3125	1,7011	2,0484	2,4671	2,7633	28
29	1,3114	1,6991	2,0452	2,4620	2,7564	29
inf.	1,2816	1,6449	1,9600	2,3264	2,5758	inf.

*Tabel ini dikutip dari Tabel IV buku R. A. Fisher, *Statistical Methods for Research Workers*, yang dipublikasikan oleh Oliver and Boyd, Ltd., Edinburgh.

Lampiran 6. Tabel Distribusi Kai-Kuadrat (Tabel X^2)

Tabel Nilai X^{2*}

d.f.	X^2 0,05	X^2 0,025	X^2 0,01	X^2 0,005	*d.f.*
1	3,8415	5,0239	6,6349	7,8794	1
2	5,9915	7,3778	9,2104	10,5965	2
3	7,8147	9,3484	11,3449	12,8381	3
4	9,4877	11,1433	13,2767	14,8602	4
5	11,0705	12,8325	15,0863	16,7496	5
6	12,5916	14,4494	16,8119	18,5475	6
7	14,0671	16,0128	18,4753	20,2777	7
8	15,5073	17,5345	20,0902	21,9549	8
9	16,9190	19,0228	21,6660	23,5893	9
10	18,3070	20,4832	23,2093	25,1881	10
11	19,6752	21,9200	24,7250	26,7569	11
12	21,0261	23,3367	26,2170	28,2997	12
13	22,3620	24,7356	27,6882	29,8193	13
14	23,6848	26,1189	29,1412	31,3194	14
15	24,9958	27,4884	30,5780	32,8015	15
16	26,2962	28,8453	31,9999	34,2671	16
17	27,5871	30,1910	33,4087	35,7184	17
18	28,8693	31,5264	34,8052	37,1564	18
19	30,1435	32,8523	36,1908	38,5821	19
20	31,4104	34,1696	37,5663	39,9969	20
21	32,6706	35,4789	38,9322	41,4009	21
22	33,9245	36,7807	40,2894	42,7957	22
23	35,1725	38,0756	41,6383	44,1814	23
24	36,4150	39,3641	42,9798	45,5584	24
25	37,6525	40,6465	44,3140	46,9280	25
26	38,8851	41,9231	45,6416	48,2898	26
27	40,1133	43,1945	46,9628	49,6450	27
28	41,3372	44,4608	48,2782	50,9936	28
29	42,5569	45,7223	49,5878	52,3355	29
30	43,7730	46,9792	50,8922	53,6719	30

*Tabel ini dikutip dari Tabel III buku R. A. Fisher, *Statistical Methods for Research Workers*, yang dipublikasikan oleh Oliver and Boyd, Ltd., Edinburgh.

Tabel Distribusi χ^2

Kolom pertama memuat angka derajat kebebasan (v). Angka pada bagian atas kolom berikutnya menunjukkan probabilitas α untuk menghasilkan angka χ^2. Untuk $v > 100$, gunakan $\sqrt{2\chi^2} - \sqrt{2v-1}$ sebagai variabel normal standar.

	α					
v	0,995	0,975	0,05	0,025	0,01	0,005
1	0,0000	0,0010	3,8415	5,0239	6,6349	7,8794
2	0,0100	0,0506	5,9915	7,3778	9,2104	10,5965
3	0,0717	0,2158	7,8147	9,3484	11,3449	12,8381
4	0,2070	0,4844	9,4877	11,1433	13,2767	14,8602
5	0,4118	0,8312	11,0705	12,8325	15,0863	16,7496
6	0,6757	1,2373	12,5916	14,4494	16,8119	18,5475
7	0,9893	1,6899	14,0671	16,0128	18,4753	20,2777
8	1,3444	2,1797	15,5073	17,5345	20,0902	21,9549
9	1,7349	2,7004	16,9190	19,0228	21,6660	23,5893
10	2,1558	3,2470	18,3070	20,4832	23,2093	25,1881
11	2,6032	3,8157	19,6752	21,9200	24,7250	26,7569
12	3,0738	4,4038	21,0261	23,3367	26,2170	28,2997
13	3,5650	5,0087	22,3620	24,7356	27,6882	29,8193
14	4,0747	5,6287	23,6848	26,1189	29,1412	31,3194
15	4,6009	6,2621	24,9958	27,4884	30,5780	32,8015
16	5,1422	6,9077	26,2962	28,8453	31,9999	34,2671
17	5,6973	7,5642	27,5871	30,1910	33,4087	35,7184
18	6,2648	8,2307	28,8693	31,5264	34,8052	37,1564
19	6,8439	8,9065	30,1435	32,8523	36,1908	38,5821
20	7,4338	9,5908	31,4104	34,1696	37,5663	39,9969
21	8,0336	10,2829	32,6706	35,4789	38,9322	41,4009
22	8,6427	10,9823	33,9245	36,7807	40,2894	42,7957
23	9,2604	11,6885	35,1725	38,0756	41,6383	44,1814
24	9,8862	12,4011	36,4150	39,3641	42,9798	45,5584
25	10,5196	13,1197	37,6525	40,6465	44,3140	46,9280
26	11,1602	13,8439	38,8851	41,9231	45,6416	48,2898
27	11,8077	14,5734	40,1133	43,1945	46,9628	49,6450
28	12,4613	15,3079	41,3372	44,4608	48,2782	50,9936
29	13,1211	16,0471	42,5569	45,7223	49,5878	52,3355
30	13,7867	16,7908	43,7730	46,9792	50,8922	53,6719
40	20,7066	24,4331	55,7585	59,3417	63,6908	66,7660
50	27,9908	32,3574	67,5048	71,4202	76,1538	79,4898
60	35,5344	40,4817	79,0820	83,2977	88,3794	91,9518
70	43,2753	48,7575	90,5313	95,0231	100,4251	104,2148
80	51,1719	57,1532	101,8795	106,6285	112,3288	116,3209
90	59,1963	65,6466	113,1452	118,1359	124,1162	128,2987
100	67,3275	74,2219	124,3421	129,5613	135,8069	140,1697

Sumber: Tabel ini dikutip dari Tabel 8 buku *Biometrika Tables for Statisticians*, Vol. 1, 3rd edition, 1966.

Lampiran 7. Tabel Distribusi Fisher (Tabel F)..

Tabel Nilai F 0,01[†]

Derajat kebebasan untuk pembilang

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
4.052,18	4.999,34	5.403,53	5.624,26	5.763,96	5.858,95	5.928,33	5.980,95	6.022,40	6.055,93	6.106,68	6.156,97	6.208,66	6.234,27	6.260,35	6.286,43	6.312,97	6.339,51	6.365,59
98,50	99,00	99,16	99,25	99,30	99,33	99,36	99,38	99,39	99,40	99,42	99,43	99,45	99,46	99,47	99,48	99,48	99,49	99,50
34,12	30,82	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,34	27,23	27,05	26,87	26,69	26,60	26,50	26,41	26,32	26,22	26,13
21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80	14,66	14,55	14,37	14,20	14,02	13,93	13,84	13,75	13,65	13,56	13,46
16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,46	10,29	10,16	10,05	9,89	9,72	9,55	9,47	9,38	9,29	9,20	9,11	9,02
13,75	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,72	7,56	7,40	7,31	7,23	7,14	7,06	6,97	6,88
12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	6,99	6,84	6,72	6,62	6,47	6,31	6,16	6,07	5,99	5,91	5,82	5,74	5,65
11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,18	6,03	5,91	5,81	5,67	5,52	5,36	5,28	5,20	5,12	5,03	4,95	4,86
10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,61	5,47	5,35	5,26	5,11	4,96	4,81	4,73	4,65	4,57	4,48	4,40	4,31
10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,20	5,06	4,94	4,85	4,71	4,56	4,41	4,33	4,25	4,17	4,08	4,00	3,91
9,65	7,21	6,22	5,67	5,32	5,07	4,89	4,74	4,63	4,54	4,40	4,25	4,10	4,02	3,94	3,86	3,78	3,69	3,60
9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,64	4,50	4,39	4,30	4,16	4,01	3,86	3,78	3,70	3,62	3,54	3,45	3,36
9,07	6,70	5,74	5,21	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	3,96	3,82	3,66	3,59	3,51	3,43	3,34	3,25	3,17
8,86	6,51	5,56	5,04	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,80	3,66	3,51	3,43	3,35	3,27	3,18	3,09	3,00
8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,67	3,52	3,37	3,29	3,21	3,13	3,05	2,96	2,87
8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69	3,55	3,41	3,26	3,18	3,10	3,02	2,93	2,84	2,75
8,40	6,11	5,19	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3,46	3,31	3,16	3,08	3,00	2,92	2,83	2,75	2,65
8,29	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,84	3,71	3,60	3,51	3,37	3,23	3,08	3,00	2,92	2,84	2,75	2,66	2,57
8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,77	3,63	3,52	3,43	3,30	3,15	3,00	2,92	2,84	2,76	2,67	2,58	2,49
8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,70	3,56	3,46	3,37	3,23	3,09	2,94	2,86	2,78	2,69	2,61	2,52	2,42
8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	3,81	3,64	3,51	3,40	3,31	3,17	3,03	2,88	2,80	2,72	2,64	2,55	2,46	2,36
7,95	5,72	4,82	4,31	3,99	3,76	3,59	3,45	3,35	3,26	3,12	2,98	2,83	2,75	2,67	2,58	2,50	2,40	2,31
7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	3,54	3,41	3,30	3,21	3,07	2,93	2,78	2,70	2,62	2,54	2,45	2,35	2,26
7,82	5,61	4,72	4,22	3,90	3,67	3,50	3,36	3,26	3,17	3,03	2,89	2,74	2,66	2,58	2,49	2,40	2,31	2,21
7,77	5,57	4,68	4,18	3,85	3,63	3,46	3,32	3,22	3,13	2,99	2,85	2,70	2,62	2,54	2,45	2,36	2,27	2,17
7,56	5,39	4,51	4,02	3,70	3,47	3,30	3,17	3,07	2,98	2,84	2,70	2,55	2,47	2,39	2,30	2,21	2,11	2,01
7,31	5,18	4,31	3,83	3,51	3,29	3,12	2,99	2,89	2,80	2,66	2,52	2,37	2,29	2,20	2,11	2,02	1,92	1,80
7,08	4,98	4,13	3,65	3,34	3,12	2,95	2,82	2,72	2,63	2,50	2,35	2,20	2,12	2,03	1,94	1,84	1,73	1,60
6,85	4,79	3,95	3,48	3,17	2,96	2,79	2,66	2,56	2,47	2,34	2,19	2,03	1,95	1,86	1,76	1,66	1,53	1,38
6,63	4,61	3,78	3,32	3,02	2,80	2,64	2,51	2,41	2,32	2,18	2,04	1,88	1,79	1,70	1,59	1,47	1,32	1,00!

[†]Tabel ini dikutip dari M. Merrington aud C.M. Thompson, "Tables of percentage points of the inverted beta (F) distribution," *Biometrika*, Vol. 33 (1943).

Tabel Nilai F 0,05†

Derajat kebebasan untuk pembilang

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	161,45	199,50	215,71	224,58	230,16	233,99	236,77	238,88	240,54	241,88	243,90	245,95	248,02	249,05	250,10	251,14	252,20	253,25	254,31
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38	19,40	19,41	19,43	19,45	19,45	19,46	19,47	19,48	19,49	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,74	8,70	8,66	8,64	8,62	8,59	8,57	8,55	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,91	5,86	5,80	5,77	5,75	5,72	5,69	5,66	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,68	4,62	4,56	4,53	4,50	4,46	4,43	4,40	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,00	3,94	3,87	3,84	3,81	3,77	3,74	3,70	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,57	3,51	3,44	3,41	3,38	3,34	3,30	3,27	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,28	3,22	3,15	3,12	3,08	3,04	3,01	2,97	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,07	3,01	2,94	2,90	2,86	2,83	2,79	2,75	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,91	2,85	2,77	2,74	2,70	2,66	2,62	2,58	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,79	2,72	2,65	2,61	2,57	2,53	2,49	2,45	2,40
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,69	2,62	2,54	2,51	2,47	2,43	2,38	2,34	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,60	2,53	2,46	2,42	2,38	2,34	2,30	2,25	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,53	2,46	2,39	2,35	2,31	2,27	2,22	2,18	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,48	2,40	2,33	2,29	2,25	2,20	2,16	2,11	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	2,35	2,28	2,24	2,19	2,15	2,11	2,06	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,38	2,31	2,23	2,19	2,15	2,10	2,06	2,01	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,34	2,27	2,19	2,15	2,11	2,06	2,02	1,97	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,31	2,23	2,16	2,11	2,07	2,03	1,98	1,93	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,28	2,20	2,12	2,08	2,04	1,99	1,95	1,90	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,25	2,18	2,10	2,05	2,01	1,96	1,92	1,87	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	2,23	2,15	2,07	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,20	2,13	2,05	2,01	1,96	1,91	1,86	1,81	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25	2,18	2,11	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,79	1,73
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24	2,16	2,09	2,01	1,96	1,92	1,87	1,82	1,77	1,71
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,09	2,01	1,93	1,89	1,84	1,79	1,74	1,68	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	2,00	1,92	1,84	1,79	1,74	1,69	1,64	1,58	1,51
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,92	1,84	1,75	1,70	1,65	1,59	1,53	1,47	1,39
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,18	2,09	2,02	1,96	1,91	1,83	1,75	1,66	1,61	1,55	1,50	1,43	1,35	1,25
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88	1,83	1,75	1,67	1,57	1,52	1,46	1,39	1,32	1,22	1,00

†Tabel ini dikutip dari M. Merrington aud C.M. Thompson, "Tables of percentage points of the inverted beta (F) distribution," *Biometrika*, Vol. 33 (1943).

ABJAD YUNANI

(Tanda panah pada huruf yang sering digunakan di Statistik):

Huruf besar	**Huruf kecil**	**Membacanya**
Α →	α →	alfa
Β →	β →	beta
Γ →	γ →	gamma
Δ →	δ →	delta
Ε →	ε →	epsilon
Ζ →	ξ →	zeta
Η →	η →	eta
Θ →	θ →	theta
Ι →	ι →	iota
Κ →	κ →	kappa
Λ →	λ →	lambda
Μ →	μ →	mu
Ν →	ν →	nu
Ξ →	ξ →	ksi
Ο →	ο →	omikron
Π →	π →	pi
p →	ρ →	rho
Σ →	σ →	sigma
Τ →	τ →	tao
Υ →	υ →	upsilon
F →	φ →	phi
Χ →	χ →	kai (khi)
ψ →	Ψ →	psi
Ω →	ω →	omega