

ENERGI ELEKTROSTATIK DARI SISTEM MUATAN DAN DIELEKTRIK



MAKALAH

Oleh:

SYAFRIANI, S. Si

132 206 093

MILIK PERPUSTAKAAN IKIP PADANG	
DITERIMA TGL. :	14-7-'99
SUMBER / HARGA :	H /
KOLEKSI :	KI
NO. INVENTARIS :	502/KI/99-22/2
KLASIFIKASI :	537.6 Sya C.2

JURUSAN PENDIDIKAN FISIKA
FAKULTAS PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN IPA
INSTITUT KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN PADANG

1999

KATA PENGANTAR

Segala Puji bagi Allah, atas limpahan nikmat, kesempatan dan kesehatan, sehingga penulis dapat menyelesaikan makalah ini. Adapun tema yang penulis bahas pada makalah ini adalah Energi Elektrostatik dari sistem muatan dan dielektrik.

Energi elektrostatik sistem muatan dan dielektrik ini berasal dari energi coulomb sistem muatan bebas dan muatan terikat, energi yang timbul dari interaksi antara muatan bebas dengan muatan terikat serta energi yang tersimpan dalam dielektrik selama proses terbentuknya muatan terikat.

Dalam penyusunan makalah ini penulis telah banyak menerima pengarahan dan bantuan dari berbagai pihak, terutama dari Bapak Drs. Adlis dan Bapak Drs. Asrul, M. A. Pada kesempatan ini penulis menyampaikan ucapan terimakasih

Penulis telah berupaya maksimal dalam penulisan makalah ini, namun demikian kritik dan saran dari pembaca, penulis terima dengan tangan terbuka demi kesempurnaan tulisan-tulisan selanjutnya.

Padang, Mei 1999

Penulis

DAFTAR ISI

Kata Pengantar	ii
Daftar Isi	iii
Bab I. Pendahuluan	1
I.1 Latar Belakang	1
I.2 Tujuan Penulisan	2
I.3 Batasan Masalah	2
Bab II. Teori Elektrostatik	3
II.1 Teori Elektrostatik	3
II.2 Konduktor	7
II.3 Dielektrik	8
II.3.1 Polarisasi Listrik	8
II.3.2 Pergeseran Listrik	12
Bab III. Energi Elektrostatik dari Sistem Muatan dan Dielektrik	15
III.1 Pengertian Energi Elektrostatik	15
III.2 Energi Elektrostatik dari Sistem Muatan	16
III.3 Energi Elektrostatik dari Dielektrik	18
Bab IV. Kesimpulan	26
Daftar Pustaka	

BAB I

PENDAHULUAN

I.1 Latar Belakang

Dalam kebanyakan kapasitor, ruang antara kedua platnya diisi bahan isolator. Ini bertujuan agar didapat harga kapasitansi yang besar sementara ukuran dari kapasitornya cukup kecil. Bila bahan isolator di letakkan di dalam medan listrik, maka akan terbentuk dipol listrik, sehingga pada permukaan bahan akan terjadi muatan polarisasi. Bahan isolator juga disebut dielektrik, terutama bila dibicarakan dari segi muatan terikat yang ditimbulkan di dalam medan listrik.

Untuk muatan statik, seluruh energinya terdiri dari energi potensial yang disebut energi elektrostatik. Rumusan besar energi elektrostatik untuk sistem muatan yang terdiri dari m buah muatan titik, juga berlaku bila sistem muatan berada dalam medium dielektrik

Energi elektrostatik untuk sistem muatan dan dielektrik linier tersebut berasal dari energi Coulomb sistem muatan bebas dan muatan terikat, energi yang timbul dari interaksi antara muatan bebas dengan muatan terikat serta energi yang tersimpan dalam dielektrik selama proses terbentuknya muatan terikat.

I.2. Tujuan Penulisan

Tujuan penulisan makalah ini adalah untuk menentukan energi elektrostatik dari sistem muatan dan dielektrik.

I.3. Batasan Masalah

Dalam makalah ini pembahasan dibatasi hanya tentang energi elektrostatik dari sistem muatan dan dielektrik linier. Untuk dielektrik linier material yang digunakan tergantung pada konstanta karakteristik dari material tersebut yaitu: ϵ (permitivitas dari material) dan χ (suseptibilitas listrik). Kedua konstanta karakteristik ini merupakan fungsi dari medan listrik dan harus memenuhi hubungan antara polarisasi (P) = Suseptibilitas listrik (χ) x kuat medan listrik (E) serta pergeseran listrik (D) = permitivitas dari material dielektrik (ϵ) x kuat medan listrik (E)

BAB II

TEORI DASAR

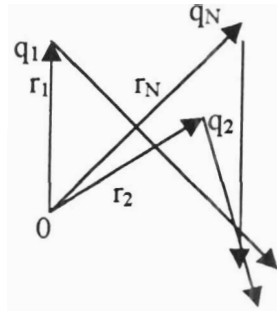
II.1 Teori Elektrostatik

Di alam terdapat dua jenis muatan listrik, yaitu muatan listrik positif dan muatan listrik negatif. Suatu benda dikatakan bermuatan listrik bila benda tersebut memiliki kelebihan elektron (bermuatan negatif) atau kekurangan elektron (bermuatan positif).

Dua muatan titik q dan Q yang diam satu sama lain dan berada pada posisi r_1 dan r_2 dari jarak 0 , jarak muatan q dan muatan Q adalah $r = r_1 - r_2$. Menurut hukum Coulomb kedua muatan titik tersebut melakukan gaya satu sama lain yang besarnya berbanding lurus dengan besar muatannya dan berbanding terbalik dengan jarak antara kedua muatan-muatan tersebut. Sehingga muatan q akan mengalami gaya Coulomb sebesar:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2} \hat{r} \quad 2.1$$

Persamaan 2.1 dapat diperluas untuk sistem muatan yang terdiri dari N buah titik muatan, yaitu: q_1, q_2, \dots, q_N yang berada pada posisi r_1, r_2, \dots, r_N , seperti pada gambar:



Gambar 1.1 Sistem muatan yang terdiri dari N buah titik muatan

Besarnya gaya Coulomb yang diterima muatan ke i yang disebabkan oleh titik-titik muatan lainnya adalah:

$$\vec{F}_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_i q_1}{|r_{i1}|^2} \cdot \frac{\vec{r}_{i1}}{r_{i1}} \right)$$

$$\vec{F}_i = \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j=1}^N \left(\frac{q_j}{|r_{ji}|^2} \cdot \frac{\vec{r}_{ji}}{r_{ji}} \right) \quad 2.2$$

Untuk sistem muatan yang homogen dimana muatan terdistribusi secara merata pada beberapa bagian yang sama, gaya Coulomb dapat ditentukan dengan menggunakan konsep rapat muatan. Untuk muatan yang berada/tersebar disepanjang garis, dilambangkan dengan λ (muatan persatuan panjang).

$$\lambda = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} \quad 2.3$$

Untuk muatan yang terdistribusi di dalam suatu volume, dilambangkan dengan ρ (rapat muatan volume) dinyatakan dengan:

$$\rho = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta v} \quad 2.4$$

Dan muatan yang tersebar pada permukaan dapat dinyatakan dengan rapat muatan permukaan yang dilambangkan dengan σ :

$$\sigma = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta a} \quad 2.5$$

Dengan membagi ke dalam daerah yang sangat kecil sebagai muatan sumber dan dengan menyatakan q_i sebagai $\sigma(r')$ da' dan $\rho(r')$ dv' (variabel r' digunakan untuk menyatakan suatu titik pada muatan yang terdistribusi pada permukaan atau volume) maka gaya Coulomb untuk muatan yang terdistribusi tersebut dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\vec{F}_q = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{|r - r_i|^2} \frac{\vec{r} - \vec{r}_i}{|r - r_i|} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_v \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|r - r'|^3} \rho(r') dv' + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_s \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|r - r'|^3} \sigma(r') da' \quad 2.6$$

Adanya gaya F yang dialami oleh muatan q pada persamaan 2.1 dapat dipandang bahwa dalam ruangan di mana q berada terdapat medan listrik yang dibangkitkan oleh muatan Q . Besarnya kuat medan listrik E pada suatu titik r didefinisikan sebagai limit dari rasio besarnya gaya yang diderita muatan, q dengan besarnya muatan tersebut.

$$\text{Atau} \quad \vec{E} = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\vec{F}_q}{q} \quad 2.7$$

Dari definisi di atas dapat dinyatakan bahwa muatan q harus dipilih sedemikian kecilnya sehingga kehadiran q tidak mengganggu distribusi muatan Q. Hal ini akan menyebabkan medan listrik yang dibangkitkan oleh muatan Q tidak berubah, sehingga kuat medan listrik pada titik r adalah:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{|r_1 - r_2|^3} (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \quad 2.8$$

Untuk kuat medan listrik pada titik yang dibangkitkan oleh N buah titik muatan yang mempunyai distribusi muatan yang rapat volumenya $\rho(r')$ dan rapat permukaannya $\sigma(r')$, dapat ditulis:

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}) = & \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i \frac{\vec{r} - \vec{r}_i}{|r - r_i|^3} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_v \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|r - r'|^3} \rho(\vec{r}') dv' \\ & + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_s \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|r - r'|^3} \sigma(\vec{r}') da' \end{aligned} \quad 2.9$$

Dari teorema divergensi diketahui bahwa jika curl dari suatu vektor sama dengan nol, maka vektor tersebut merupakan gradien dari fungsi skalar. Vektor medan listrik $E(r)$ memenuhi kriteria ini yaitu $\nabla \times E(r) = 0$. Fungsi skalar untuk kuat medan disebut Potensial Elektrostatis (V). Secara umum dinyatakan dengan:

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}) &= -\nabla V(\vec{r}) \\ V(\vec{r}) &= -\int E(\vec{r}) dr \end{aligned} \quad 2.10$$

Potensial elektrostatis untuk muatan q dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{|r - r_1|} \quad 2.11$$

Sedangkan untuk potensial listrik yang dibangkitkan oleh N buah titik muatan dan untuk distribusi muatan kontiniu didapat :

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{|r - r_i|} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_v \frac{\rho(\vec{r}')}{|r - r'|} dv' + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_s \frac{\sigma(\vec{r}')}{|r - r'|} da' \quad 2.12$$

Dari persamaan 2.7, $F = qE$ maka dapat dikatakan bahwa kuat medan (E) adalah gaya Coulomb (F) untuk $q = 1$ satuan muatan, sehingga potensial elektrostatik $V(r)$ tidak lain adalah energi potensial untuk satu satuan muatan. Sehingga potensial elektrostatik dapat dinyatakan dalam bentuk potensial skalar yang diberikan dalam bentuk densitas muatan sebagai berikut:

$$\Phi(r) = \int \frac{\rho(r')}{|r - r'|} d^3r' \quad 2.13$$

II.2 Konduktor

Ditinjau dari sifat daya hantar listriknya, material dapat dikelompokkan menjadi dua kategori yaitu konduktor listrik dan isolator (dielektrik). Konduktor atau penghantar adalah material seperti logam yang mempunyai partikel bermuatan (elektron) yang dapat bergerak bebas dalam logam. Bila konduktor di letakkan dalam medan listrik (meskipun kecil sekali), maka elektron akan melepaskan diri dari ikatan atom atau molekul penyusun material dan kemudian

bergerak bebas dalam material. Akibatnya dalam konduktor dapat mengalir arus listrik.

Salah satu bentuk dari sistem konduktor adalah kapasitor yang terdiri dari dua plat sejajar. Untuk mendapatkan harga kapasitansi yang besar dengan ukuran kapasitor yang kecil, salah satu cara dengan menempatkan dielektrik di antara kedua plat tersebut.

Sedangkan untuk bahan isolator, semua elektron terikat kuat pada masing-masing atom. Bila dalam bahan isolator ada medan listrik, elektron tetap tidak bergerak, akibatnya tidak ada arus yang mengalir. Bahan isolator disebut juga dielektrik

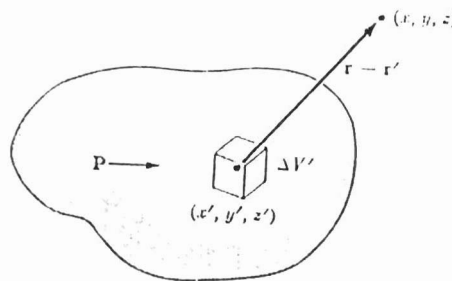
II.3. Dielektrik

Material dielektrik adalah material yang tidak mempunyai muatan bebas (elektron bebas). Namun material dielektrik tersusun dari molekul-molekul yang tiap molekulnya terdiri dari partikel bermuatan positif dan partikel bermuatan negatif. Bila material dielektrik tersebut diletakkan dalam medan listrik, muatan-muatan negatifnya tidak terlepas dari ikatannya melainkan hanya mengalami pergeseran dari kedudukan setimbangnya, demikian juga muatan positifnya.

II.3.1 Polarisasi Listrik

Jika sepotong material dielektrik di letakkan dalam medan listrik maka muatan positifnya akan bergeser ke arah medan listrik sedangkan muatan

negatifnya bergeser berlawanan arah dengan medan listrik. Dielektrik yang mengalami pergeseran muatan tersebut dikatakan terpolarisasi. Dielektrik yang terpolarisasi di pandang mempunyai muatan yang disebut muatan terikat (bound charge) atau disebut juga dengan muatan induksi yang menimbulkan medan listrik polarisasi di dalam dan diluar dielektrik.



Gambar 2.2. Sepotong material dielektrik yang terpolarisasi, masing-masing elemen volumenya dinyatakan sebagai dipole Δp

Dengan mengambil suatu elemen volume (Δv) dalam dielektrik yang terpolarisasi (dalam volume terjadi polarisasi muatan) maka Δv mengalami momen dipol listrik sebesar:

$$\Delta p = \int_{\Delta v} r dq \tag{2.14}$$

dimana r = jarak pergeseran muatan positif dan negatif

Momen dipol Δp menimbulkan medan listrik pada titik-titik yang jauh dari Δv . Karena Δv tergantung pada ukuran volume maka lebih mudah menggunakan

besaran lain yaitu momen dipol persatuan volume yang disebut *Polarisasi* dengan simbol P atau:

$$P = \Delta p / \Delta v \quad 2.15$$

dimensi P adalah coul/m²

Telah diketahui bahwa untuk sebuah dipol tunggal rumusan potensialnya adalah:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{rx dp}{|r|^2} \quad 2.16$$

dimana r suatu vektor dari dipol untuk titik di mana potensialnya dihitung. Jika momen dipol p = P dv untuk setiap elemen volume Δv maka potensial total adalah:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{rxP}{r^2} dv \quad 2.17$$

Persamaan 2.17 dapat dinyatakan dalam bentuk lain yaitu:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{1}{r} P \cdot n da - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{1}{r} (\nabla \cdot P) dv \quad 2.18$$

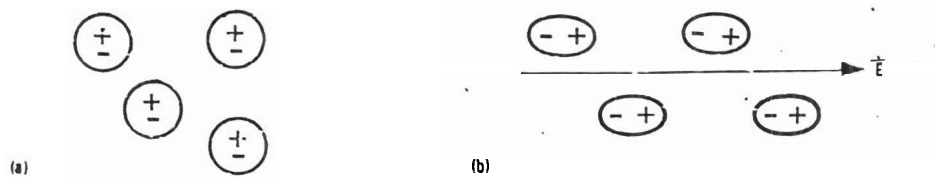
Suku pertama dari persamaan di atas mengandung potensial dari muatan permukaan $\sigma_b = P \cdot n$ dimana n adalah vektor normal, sedangkan suku kedua adalah potensial dari muatan volume: $\rho_b = -\nabla \cdot P$

Maka persamaan 2.18 dapat disederhanakan menjadi:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{1}{r} \sigma_b da + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{1}{r} \rho_b dv \quad 2.19$$

Hal ini berarti bahwa potensial dari objek yang terpolarisasi dihasilkan oleh rapat muatan volume $\rho_b = -\nabla \cdot P$ dan rapat muatan permukaan $\sigma_b = P \cdot n$ sedangkan medan dari objek yang terpolarisasi adalah sama untuk medan yang dihasilkan oleh muatan terikat σ_b dan ρ_b .

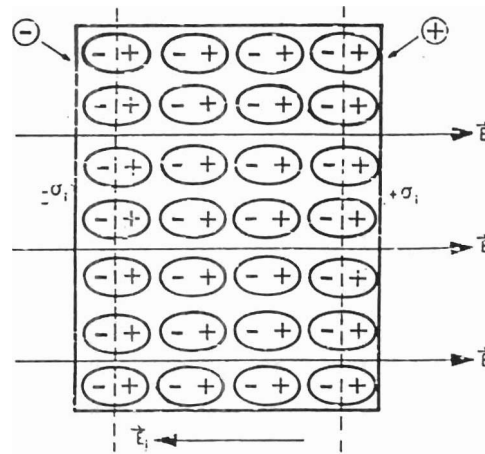
Timbulnya muatan terikat ini dapat diterangkan sebagai berikut: Misalkan ada sekumpulan molekul yang bermuatan positif dan negatif yang tiap molekulnya terpusat dan berada di tempat yang sama, molekul seperti ini bersifat tak polar. Bila di letakkan dalam medan listrik, gaya Coulomb akan merenggangkan pusat muatan positif dan negatifnya seperti pada gambar berikut ini:



Gambar 2.3. (a) Molekul tak polar, pusat muatan positif dan negatif ada di tempat yang sama, (b). Dalam medan listrik molekul mendapat momen dipol listrik

Akibatnya molekul mendapat momen dipol, yaitu momen dipol terinduksi. Dalam molekul tertentu, pusat distribusi muatan positif dan negatif pada tiap molekul terpisah. Molekul seperti ini mempunyai momen dipol listrik permanen,

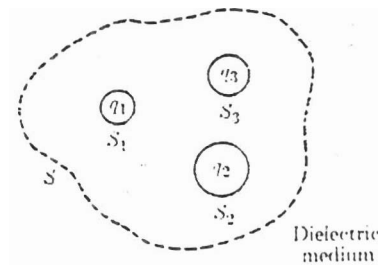
dan dikatakan bersifat polar. Dalam bahan bermolekul polar, arah momen dipol adalah acak. Bila bahan ini diletakkan dalam medan listrik, setiap molekul akan mendapat momen gaya karena medan Coulomb, sehingga dipol molekul akan terarah. Akibatnya, bila suatu bahan dielektrik diletakkan dalam medan listrik akan terjadi seperti gambar berikut:



Gambar 2.4. Timbulnya dipol induksi dalam bahan dielektrik menyebabkan muatan induksi (terikat) pada permukaan dielektrik

II.3.2 Pergeseran Listrik

Jika plat sejajar berisi dielektrik dan diberi muatan listrik, maka akan terjadi pergeseran listrik pada bahan dielektrik tersebut. Untuk mencari vektor pergeseran listrik dapat digunakan hukum Gauss. Permukaan Gauss (S) dapat dibuat berbentuk selinder. Medan di luar plat adalah nol, seperti gambar di bawah ini



Gambar 2.5. Permukaan Gauss S dalam sebuah medium dielektrik

Akibat terdapatnya polarisasi maka dihasilkan susunan muatan terikat, yaitu $\rho_b = -\nabla \cdot \mathbf{P}$ di dalam dielektrik dan $\sigma_b = \mathbf{P} \cdot \mathbf{n}$ pada permukaan dielektrik. Medan yang dihasilkan untuk polarisasi pada medium hanya dari muatan terikat.

Pada saat yang bersamaan bisa ditempatkan medan untuk muatan terikat dan medan dari tempat lain. Medan dari tempat lain ini disebut juga muatan bebas (pada gambar 2.5 dinyatakan dengan q_1 , q_2 dan q_3). Muatan bebas ini mungkin terdiri dari elektron pada konduktor atau yang berasal dari sumber tegangan dan tidak dihasilkan oleh muatan polarisasi, maka di dalam dielektrik rapat muatan totalnya:

$$\rho = \rho_f + \rho_b \quad 2.20$$

dan dari hukum Gauss di dapat $\epsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E} = \rho = \rho_f + \rho_b = -\nabla \cdot \mathbf{P} + \rho_f$ dimana \mathbf{E} adalah kuat medan total. Jika kedua bentuk divergensi tersebut digabung maka:

$$\nabla \cdot (\epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) = \rho_f \quad 2.21$$

Dengan menggunakan notasi D untuk $\epsilon_0 E + P$ hukum Gauss dalam bentuk diferensial dapat ditulis menjadi : $\nabla \cdot D = \rho$ atau dalam bentuk integral menjadi : $\int D \cdot n \, da = Q_f$, dimana Q_f menunjukkan muatan total ($q_1 + q_2 + q_3$) dalam volume tertutup atau muatan yang terdapat dalam permukaan Gauss, S . Sedangkan notasi D dikenal sebagai vektor pergeseran listrik.

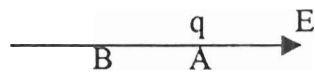
BAB III

ENERGI ELEKTROSTATIK DARI SISTEM MUATAN DAN DIELEKTRIK

III.1 Pengertian Energi Elektrostatik

Energi sistem muatan listrik terdiri dari energi kinetik dan energi potensial. Tetapi untuk muatan stastik energi seluruhnya merupakan energi potensial dan energi ini disebut energi elektrostatik. Energi ini timbul karena muatan listrik saling berinteraksi, dan merupakan usaha yang diperlukan untuk mengumpulkan muatan sehingga terbentuk sistem muatan tertentu.

Energi elektrostatik (U) dari suatu muatan titik berkaitan erat dengan potensial eletrostatik (V) pada titik dimana muatan tersebut berada, seperti terlihat pada gambar berikut:



Muatan titik q berada pada titik A. Usaha yang dikerjakan untuk membawa muatan q dari titik B ke titik A adalah:

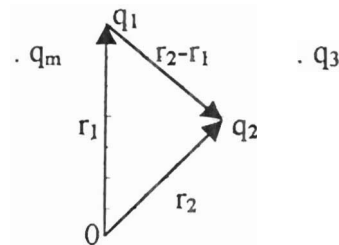
$$U = \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = q \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

$$U = -q(U_B - U_A) \tag{3.1}$$

maka U sama dengan pertambahan energi elektrostatik muatan titik.

III.2. Energi Elektrostatik pada Sistem Muatan

Energi Elektrostatik dari sekelompok muatan titik adalah energi potensial sistem relatif terhadap energi potensial di mana titik-titik muatan tersebut berada yaitu pada jarak tak hingga satu sama lainnya. Untuk menentukan besar energi elektrostatik dapat dianggap titik muatan tersebut berada pada jarak tertentu, seperti pada gambar



Untuk meletakkan q_1 pada r_1 tidak diperlukan usaha jadi $w_1 = 0$ Untuk membawa q_2 ke r_2 diperlukan usaha:

$$U_2 = \frac{q_2 q_1}{4\pi\epsilon_0 r_{21}}$$

$$r_{21} = |r_2 - r_1|$$

dan seterusnya, dapat ditentukan usaha untuk membawa q_3, q_4, q_5, \dots ke titik r_3, r_4, r_5, \dots . Jadi Energi elektrostatik dari sekelompok (m buah) titik muatan sama dengan usaha untuk membawa q_1, q_2, \dots, q_m ke titik $r_1, r_2, \dots, r_m, \dots$ atau

$$U = \sum_{j=1}^m w_j = \sum_{j=1}^m \left(\sum_{k=1}^{j-1} \frac{q_j q_k}{4\pi\epsilon_0 r_{jk}} \right)$$

502 / KI / 99 - 02 / 2)
537.6
Sya
e : 2

$$\text{bila } w_{jk} = \frac{q_j q_k}{4\pi\epsilon_0 r_{jk}}$$

dan $w_{jk} = w_{kj}$ dan $w_{jj} = 0$ maka

$$U = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^{j-1} w_{jk} \quad 3.2$$

Bentuk $\sum_{k=1}^{j-1} \frac{q_j q_k}{4\pi\epsilon_0 r_{jk}}$ tidak lain adalah potensial elektrostatik pada titik

dimana q_j berada yaitu pada titik r_j yang disebabkan oleh muatan-muatan lainnya.

$$\text{atau } V_j = \sum_{k=1}^m \frac{q_k}{4\pi\epsilon_0 r_{jk}}$$

Maka persamaan di atas menjadi:

$$U = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m q_j V_j \quad 3.3$$

Persamaan 3.3 merumuskan besarnya energi elektrostatik yang dikandung sistem muatan yang terdiri dari m buah muatan titik, q_j yang berada pada titik-titik r , untuk $j=1, 2, 3, \dots$

Untuk muatan yang terdistribusi secara kontiniu didapat energi potensial adalah:

$$U = \frac{1}{2} \int \rho(r) V(r) d^3r \quad 3.4$$

Persamaan 3.4 menyatakan bentuk energi potensial dari posisi muatannya dan menggambarkan interaksi antara muatan dengan gaya Coulomb. Bentuk lain

dari persamaan yang mengandung medan listrik dan yang menginterpretasikan energi yang tersimpan dalam medan listrik yang didalamnya ada muatan, dapat dituliskan sebagai berikut:

$$U = \frac{1}{8\pi} \int E^2 dv \quad 3.5$$

III.3 Energi Elektrostatik pada Medium Dielektrik

Dari persamaan 3.4 telah dinyatakan energi dari sistem muatan yang berada dalam ruang bebas. Secara umum rapat muatan, $\rho(r)$ dan potensial, $V(r)$ tidak dapat digambarkan secara makroskopik. Hal ini disebabkan kerja dalam medium dielektrik dilakukan tidak hanya untuk membawa muatan nyata (real /makroskopik) kedalam posisinya tetapi juga untuk menghasilkan keadaan polarisasi dalam medium.

Jika dibuat perubahan yang kecil terhadap energi, δU dan perubahan $\delta\rho$ dalam densitas muatan nyata/makroskopik (ρ) yang berada dalam seluruh ruang, maka kerja yang dilakukan adalah

$$\delta U = \int \delta\rho(r) V(r) d^3r \quad 3.6$$

dimana $V(r)$ adalah potensial untuk densitas muatan $\rho(r)$ yang ada. Dengan menyatakan $\nabla \cdot D = 4\pi\rho$ akan didapat hubungan perubahan $\delta\rho$ terhadap perubahan dari δD yaitu:

$$\delta\rho = \frac{1}{4\pi} \nabla \cdot (\delta D)$$

dan perubahan energinya adalah

$$\delta U = \frac{1}{4\pi} \int E \cdot \delta D d^3 r$$

Juga telah dinyatakan $U = -\nabla V$ dan dengan mengasumsikan bahwa ρ adalah distribusi muatan yang terlokalisasi. Energi elektrostatik total dapat ditulis secara umum dengan membawa harga D dari 0 sampai nilai akhirnya D , didapat:

$$U = \frac{1}{4\pi} \int d^3 r \int_0^D E \cdot \delta D$$

Jika medium dielektrik adalah linier $E \cdot \delta D = \frac{1}{2} \delta(ED)$, maka energi elektrostatik total adalah

$$U = \frac{1}{8\pi} \int E \cdot D dv \quad 3.7$$

Untuk menghitung medan listrik di dalam dan di luar sebuah dielektrik yang terpolarisasi, dapat dinyatakan dengan densitas/rapat muatan permukaan $\sigma = P \cdot n$ dan rapat muatan volume $\rho = -\nabla \cdot P$, dimana P adalah rapat polarisasi (momen dipol persatuan volume). Untuk dielektrik yang homogen didapat $\nabla \cdot P = 0$. Sedangkan medan listrik untuk dielektrik homogen yang terpolarisasi adalah sama untuk rapat muatan permukaan $\sigma = P \cdot n$. Perhitungan kerja yang dilakukan oleh medan eksternal pada distribusi muatan bebas yang berada dalam sebuah

medan yang dihasilkan oleh muatan-muatan bebas dan muatan terikat adalah tidak menunjukkan keteraturan arah selama kerja dilakukan.

Rumusan energi elektrostatik dari sebuah dielektrik yang mempunyai muatan eksternal terikat adalah:

$$U = \frac{1}{2} \int P \cdot E_0 dv \quad 3.8$$

dimana E_0 adalah medan listrik yang berada dalam dielektrik.

Jika $P = 0$ diluar dari dielektrik maka integrasi hanya pada bagian dalam dielektrik. Persamaan 3.8 dihitung dari perbedaan $U = \frac{1}{8\pi} \int E \cdot D dv$ dan

$$U = \frac{1}{8\pi} \int E_0 \cdot D_0 dv, \text{ dimana tanda } 0 \text{ menunjukkan sistem berada dalam dielektrik}$$

yang diperhitungkan. Jika diasumsikan bahwa muatan-muatan sumber adalah terikat (yaitu $\nabla \cdot D = \nabla \cdot D_0$), akan didapat

$$U = -\frac{1}{2} \int P \cdot E_0 dv = \frac{1}{2} \int \rho_f V_b dv \quad 3.9$$

Dari persamaan 3.9 didapat bahwa potensial elektrostatik yang berasal dari muatan permukaan terpolarisasi pada dielektrik, dihasilkan oleh muatan-muatan bebas pada lokasi akhir mereka, yaitu V_b . Kemudian jika muatan-muatan bebas telah diisi oleh muatan terikat, maka kerja yang dilakukan adalah $\frac{1}{2} \int \rho_f V_f dv$.

Faktor $\frac{1}{2}$ merupakan penjumlahan untuk muatan polarisasi permukaan setelah muatan bebas di tempatkan.

Sistem muatan bebas dan dielektrik dapat di tempatkan pada dua tingkatan. Pertama menempatkan muatan bebas pada lokasi akhir mereka. Kerja eksternal diberikan oleh persamaan

$$U = \frac{1}{2} \int \rho_f V_f dv \quad 3.10$$

dimana: ρ_f = distribusi muatan bebas

V_f = potensial elektrostatik untuk muatan bebas

Kedua dengan menempatkan dielektrik di sekitar muatan bebas yang mana muatan bebas berasal dari tempat tak berhingga, maka kerja eksternal adalah:

$$U = \frac{1}{2} \int \rho_f V_b dv \quad 3.11$$

dimana V_b adalah potensial elektrostatik untuk muatan bebas dari dielektrik yang terpolarisasi. Total kerja pada sistem muatan bebas dan dielektrik adalah merupakan penjumlahan persamaan 3.10 dan persamaan 3.11 yaitu

$$U = \frac{1}{2} \int \rho_f V dv \quad 3.12$$

dimana $V = V_f + V_b$

Jika dielektrik di tempatkan dalam medan yang ada muatan bebasnya, maka dalam sistem tersebut tidak ada kerja yang dilakukan. Medan eksternal yang bekerja hanya pada dielektrik untuk merubah sifat polarisasinya. Di sini persamaan 3.12 memberikan energi dari sistem muatan dan dielektrik yang terpolarisasi.

Jika dicari energi elektrostatik pada lokasi tertentu dengan muatan bebas berasal dari tempat tak hingga dan dengan menempatkan muatan bebas tersebut disekitar dielektrik, maka konfigurasi akhir dari energi elektrostatik telah diberikan oleh persamaan 3.12 yang diturunkan dari persamaan 3.7, juga dengan menggunakan metoda lain secara aljabar telah diturunkan dari persamaan 3.7 dan didapat persamaan 3.12.

Dalam metoda lain tidak ada muatan bebas atau muatan polarisasi yang disusun terikat. Medan eksternal berpasangan untuk muatan bebas dan kerja yang dilakukannya, sehingga kerjanya kelihatan seperti dihasilkan oleh muatan itu sendiri. Sedangkan muatan yang dipasang pada dielektrik dapat berfungsi sebagai medan eksternal yang bekerja pada dielektrik tersebut.

Dalam dielektrik terpolarisasi kerja yang dilakukan dilengkapi dengan medan eksternal yang digunakan untuk mencari muatan-muatan tertentu. Kerja eksternal yang dilakukan pada sistem muatan bebas tersebut sebagian dipindahkan ke bagian dielektrik. Dengan cara lain dapat dipertimbangkan energi elektrostatik (U) dari persamaan 3.12 sebagai energi dari muatan bebas.

Hal ini dapat juga dikerjakan dalam metoda pertama, di mana pemasangan muatan bebas dari tempat tak berhingga. Dalam dielektrik yang terpolarisasi kerja yang dilakukan pada muatan oleh medan eksternal diberikan oleh:

$$U = \frac{1}{2} \int \rho_f V_f dv + \int \rho_f V_b dv \quad 3.13$$

Jika kerja eksternal yang dilakukan untuk dielektrik terpolarisasi adalah: $-\frac{1}{2}\int \rho_f V_b dv$, sedangkan energi dari muatan dielektrik pada keadaan terpolarisasi adalah $-\frac{1}{2}\int \rho_f V_b dv$ dan dari sistem muatan dirubah oleh $-\frac{1}{2}\int \rho_f V_b dv$ (yaitu sistem muatan yang bekerja pada dielektrik), maka total kerja eksternal yang dilakukan adalah:

$$\begin{aligned}
 U &= \frac{1}{2}\int \rho_f V_f dv + \int \rho_f V_b dv - \frac{1}{2}\int \rho_f V_b dV \\
 &= \frac{1}{2}\int \rho_f V dv
 \end{aligned}
 \tag{3.14}$$

Griffit menyatakan bahwa pada pemakaian metoda dua ini energi dari sistem terdiri dari tiga bagian, yaitu energi elektrostatis dari muatan bebas, energi elektrostatis dari muatan terikat (dari dielektrik) dan energi yang “timbul” karena interaksi keduanya, sehingga:

$$U_{\text{total}} = U_{\text{free}} + U_{\text{bound}} + U_{\text{spring}}
 \tag{3.15}$$

Untuk muatan bebas energi totalnya sama dengan tenaga eksternal yang bekerja pada muatan bebas tersebut. Dapat disimpulkan bahwa: $U_{\text{bound}} = -U_{\text{spring}}$. Sehingga tidak ada kerja total yang dilakukan pada dielektrik karena semua kerja mekanik telah dilakukan untuk muatan bebas.

Interaksi muatan bebas dengan muatan terikat diberikan oleh:

$$U_{\text{int}} = \int \rho_f V_b dv = \int \rho_b V_f dv
 \tag{3.16}$$

Kerja yang dilakukan pada saat penempatan muatan terikat pada posisinya dengan mengabaikan interaksi dengan muatan bebas adalah

$$U_{bound} = \frac{1}{2} \int \rho_b V_b dv \quad 3.17$$

hal ini menyebabkan

$$\begin{aligned} U_{spring} &= U_{total} - U_{int} - U_{bound} \\ &= -\frac{1}{2} \int \rho_b V_b dv - \frac{1}{2} \int \rho_f V_b dv \end{aligned} \quad 3.18$$

Juga telah didapat bahwa energi yang disimpan dalam medan listrik dihasilkan oleh muatan bebas dan muatan terikat yang diberikan oleh:

$$U = U_{free} + U_{bound} = \frac{1}{8\pi} \int E \cdot E dv \quad 3.19$$

dimana E adalah medan listrik untuk muatan bebas dan muatan terikat pada lokasi akhir mereka, sehingga:

$$U_{spring} = U_{total} - U_{free} - U_{bound} = \frac{1}{8} \int P \cdot E dv \quad 3.20$$

Sisi paling kanan dari persamaan 3.20 seakan sama dengan persamaan 3.8 kecuali untuk tandanya dan E_0 adalah medan yang berasal dari dielektrik itu sendiri. Dengan jalan yang sama jika $E = \nabla(V_f + V_b)$, dapat juga dibuktikan bahwa

$$-\frac{1}{2} \int P \cdot E_0 dv = \frac{1}{2} \int \rho_f V_b dv \quad 3.21$$

Hal ini menunjukkan energi dari sistem muatan dan dielektrik linier itu dibagi kedalam bentuk yang berasal dari energi coulomb dari sistem muatan bebas dan

muatan terikat, dari interaksi muatan bebas dan muatan terikat dan juga dari energi yang tersimpan dalam dielektrik selama proses pembentukan muatan terikat.

BAB. IV

KESIMPULAN

Material dielektrik digunakan untuk mengisi ruang antara kedua plat kapasitor yang bertujuan untuk mendapatkan harga kapasitansi yang besar sedangkan ukuran kapasitor yang digunakan cukup kecil.

Material dielektrik tidak mempunyai muatan bebas tetapi tersusun dari molekul-molekul yang tiap molekulnya terdiri dari partikel bermuatan positif dan partikel bermuatan negatif. Jika material dielektrik dihubungkan dengan medan listrik, elektron-elektron tidak terlepas dari ikatannya melainkan hanya mengalami pergeseran dari kedudukan setimbang. Muatan positif bergeser searah medan listrik dan muatan negatif berlawanan arah dengan medan listrik.

Dielektrik yang mengalami pergeseran muatan dikatakan terpolarisasi dan dipandang mempunyai muatan yang disebut muatan terikat (bound charge) atau disebut juga muatan polarisasi.

Energi untuk sistem muatan dan dielektrik linier secara umum diberikan oleh persamaan berikut:

$$U = \frac{1}{8\pi} \int E \cdot D dv$$

dimana:

E adalah medan listrik

D adalah vektor pergeseran listrik

Rumusan diatas dapat juga diturunkan secara matematik sehingga didapat

$$U = \frac{1}{2} \int \rho_f V dv$$

dimana $V = V_f + V_b$

V adalah potensial elektrostatik total

V_f adalah potensial elektrostatik dari muatan bebas

V_b adalah potensial elektrostatik dari muatan terikat

Dari persamaan di atas didapat bahwa energi elektrostatik untuk dielektrik berasal dari energi dari sistem muatan bebas, energi interaksi antara muatan bebas dengan muatan terikat dan dari distribusi muatan yang berada dalam sebuah dielektrik

DAFTAR PUSTAKA

1. Griffith, J. D. (1989), Introduction to Electrodynamics, 2nd ed., Prentice-Hall, India
2. Jakson, D. J. (1975), Classical Elektrodynamics, 2nd ed. Willey, New York
3. Reitz, R. Jhon and F. J. Milford (1960), Foundations of Electromagnetic Teori, Addison-Wesley, New York.
4. Sears and Zemansky (1962), Fisika untuk Universitas 2, Listrik Magnet (terjemahan), Addison-Wesley, New York
5. Silaban, Pantur dan Erwin Sucipto (1986), Fisika (terjemahan) Jilid 2, 3rd ed., Erlangga, Jakarta
6. Sutrisno dan Tan Ik Gie (1986), Seri Fisika, Fisika Dasar, Listrik Magnet, ITB, Bandung