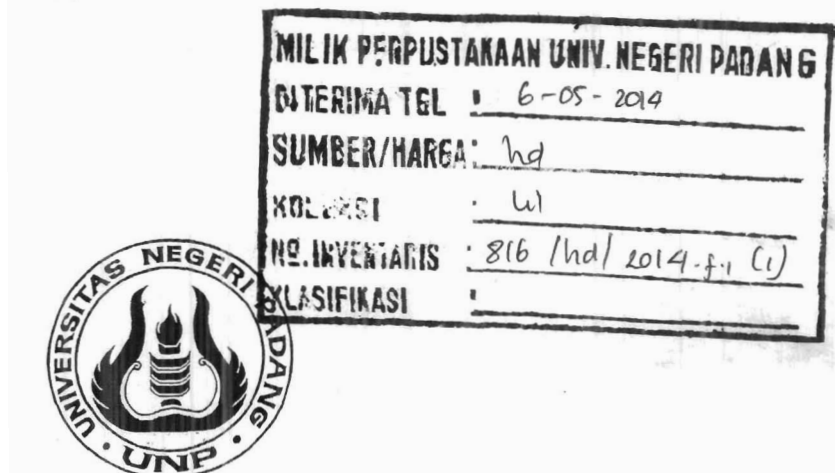


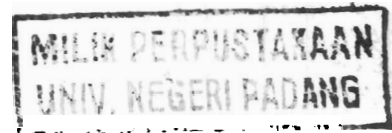
HANDOUT

FISIKA STATISTIK



Oleh :

Dr. H.Ahmad Fauzi, MSi



JURUSAN FISIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAUAN ALAM
UNIVERSITAS NEGERI PADANG

2013

KATA PENGANTAR

Handout ini disusun dalam rangka melengkapi bahan ajar dalam mata Fisika Statisti di Jurusan Fisika FMIPA Universitas Negeri Padang. Struktur Handout terdiri dari Identitas Matakuliah, Sasaran Belajar, Ringkasan Materi, Tugas-Tugas dan Buku Sumber. Handout secara umum berisi:

Pendahuluan

Distribusi Peluang

Energi Internal

Entropi

Interaksi

Kendala.

Statistik Klasik.

Statistik Kuantum

Semoga Handout ini dapat dimanfaatkan oleh mahasiswa dalam rangka menambah wawasan dalam memahami dasar-dasar Fisika Statistik.

Padang, 22 Mei 2013

Penyusun

Dr. H. Ahmad Fauzi, M.Si

HAND OUT

Mata Kuliah : Fisika Statistik
Kode Mata Kuliah : FIS 014
Bobot SKS : 3 SKS
Pokok Bahasan : Pendahuluan
Sub Pokok Bahasan : 1. Ruang lingkup fisika statistik.
2. Perilaku mikroskopik dan kuantum state.

Minggu ke : 1 (satu)
Dosen Pembina : Dr. H. Ahmad Fauzi, M.Si

I. SASARAN BELAJAR

Setelah mengikuti perkuliahan ini, mahasiswa diharapkan dapat :

1. Menjelaskan ruang lingkup fisika statistik
2. Menjelaskan perbedaan antara pendekatan termodinamik, teori kinetik dan fisika statistik terhadap suatu sistem.
3. Menjelaskan tujuh perilaku mikroskopik dari suatu sistem partikel.

II. RINGKASAN MATERI

A. Ruang Lingkup Fisika Statistik.

Penemuan partikel-partikel elementer seperti : elektron, proton, neutron, dll. telah membawa ke era baru yaitu era fisika modern dimana struktur materi itu tidak kontinu tetapi tersusun dari molekul-molekul/partikel-partikel. Pemahaman yang mendalam tentang partikel-partikel ini membawa kita ke pendekatan mekanika kuantum dimana tingkah laku mikroskopik (perilaku partikel pembangun suatu materi) dapat dijelaskan dengan benar dan tepat melalui teori peluang dan statistik.

Jika sebuah sistem makroskopik tersusun dari sejumlah besar elemen-elemen yang identik maka tingkah laku yang mungkin dari elemen individual dapat dipergunakan untuk meramalkan sifat-sifat sistem secara keseluruhan atau sebaliknya sifat-sifat sistem secara keseluruhan (makroskopik) dapat dipergunakan untuk mengungkap perilaku yang mungkin dari elemen-elemen individual (mikroskopik). Tugas mekanika statistik adalah membuat translasi dua arah antara tingkah laku mikroskopik dan makroskopik dari sistem-sistem fisika, sedangkan topik kajian termodinamika terbatas pada sifat-sifat sistem (makroskopik) yang terpengaruh oleh perubahan suhu, tekanan dan parameter-parameter sejenis lainnya.

Pada termodinamika sifat-sifat sistem makroskopik dan hubungan antara sifat-sifat yang terukur (persamaan keadaan) diungkap berdasarkan kenyataan eksperimen (pure empirical science). Sebagai sains eksperimen, termodinamika didasarkan pada sejumlah kecil prinsip yang generalisasinya dibuat dari pengalaman yang berhubungan

dengan sifat-sifat materi berskala besar (makroskopik). Termodinamika tidak berhipotesa tentang struktur materi berskala kecil (mikroskopik). Dari prinsip-prinsip termodinamika dapat diturunkan hubungan antara besaran-besaran termodinamik seperti koefisien ekspansi, kompresibilitas, kapasitas panas, transfer panas, koefisien magnetik dan koefisien dielektrik terutama yang dipengaruhi oleh suhu.

Dilain pihak, terori kinetik mempergunakan teori molekul/model molekul untuk meramalkan perilaku dan sifat-sifat suatu sistem makroskopik, dimana hukum-hukum mekanika diterapkan pada molekul-molekul individual dan dari hukum-hukum ini diturunkan pernyataan tentang tekanan, energi internal, kapasitas panas, persamaan keadaan dan sifat-sifat termodinamik lainnya.

Pendekatan statistik mempunyai kaitan yang erat dengan termodinamika dan teori kinetik. Untuk sistem-sistem partikel dimana energi partikel dapat ditentukan dengan bantuan statistik, persamaan keadaan dan persamaan energi suatu substansi dapat diturunkan. Termodinamika statistik juga mengembangkan interpretasi tambahan tentang konsep entropi. Berbeda dengan teori kinetik, termodinamika statistik/fisika statistik /mekanika statistik tidak tertarik mengkaji molekul individual seperti tumbukan molekul-molekul dengan dinding kontainer, tetapi mengkaji tingkah laku rata-rata dari sejumlah besar molekul, walaupun tanpa informasi yang lengkap dari molekul-molekul tertentu. Metoda statistik tidak hanya dapat diterapkan pada molekul-molekul, tapi juga pada foton, fonon(gelombang elastik dalam zat padat) dan bahkan pada besaran-besaran mekanika kuantum yang lebih abstrak seperti fungsi gelombang.

Dalam konteks ini kita akan menelaah tiga macam statistik yaitu statistika klasik/semi klasik dari Maxwell-Boltzmann, statistika kuantum dari Bose-Einstein dan statistika kuantum dari Fermi-Dirac.

B. Perilaku Mikroskopik dan Kuantum State.

Banyak sekali sifat-sifat partikel/elemen pembangun suatu materi yang tidak bisa dipahami dengan baik. Kita tidak tahu secara mendasar, apa sih sebenarnya muatan listrik atau massa ? Kenapa muatan listrik terkuantisasi, sedangkan massa tidak, kenapa partikel berperilaku seperti gelombang. Perilaku ini menyebabkan sifat-sifat yang aneh-aneh seperti kuantisasi momentum sudut, ketidak pastian harga/nilai posisi dan momentum, dan lain-lain. Terlepas dari apakah kita memahami atau tidak yang jelas ini semua merupakan sifat-sifat penting dari mikroskopik yang akan kita pergunakan dalam translasi antara tingkah laku mikroskopik dan makroskopik. Berikut akan kita tinjau beberapa dari perilaku-perilaku tersebut.

1. Kuantisasi muatan listrik.

Muatan listrik suatu materi terkuantiasi dalam kelipatan bilangan $+e$ atau $-e$ dan tidak $\frac{1}{2}e$ atau $\frac{1}{4}e$ dimana $e = 1,6 \times 10^{-19}$ Coulomb

2. Sifat gelombang dari partikel

Sifat gelombang dari partikel dinyatakan sebagai berikut

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

dimana λ panjang gelombang dari partikel, p adalah momentum partikel dan h adalah konstanta Planck ($h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js).

3. Prinsip Ketidakpastian Heisenberg.

Prinsip ketidakpastian Heisenberg dinyatakan sebagai berikut

$$\Delta x \Delta p \approx h$$

dimana Δx adalah ketidakpastian posisi dan Δp adalah ketidakpastian momentum

4. Kuantum State dan Ruang Fase

Dari prinsip ketidakpastian terlihat baik posisi maupun momentum tidak dapat ditentukan secara pasti dalam waktu yang bersamaan. Jika kita coba melokalisasi sebuah partikel dalam ruang 2D dengan koordinat posisi dan momentum (x, p_x) kita tidak akan dapat menemukan suatu titik tertentu, tetapi menemukannya dalam segi empat dengan sisi-sisi Δx dan Δp_x . Jika Δx dibuat sekecil mungkin maka ketidakpastian Δp_x semakin besar, dan sebaliknya.

Dalam ruang fase 6D dimana posisi terbatas dalam x, y dan z dan momentum terbatas dalam p_x, p_y dan p_z , maka jumlah state dapat dinyatakan sebagai berikut

$$\begin{aligned} \text{Jumlah state} &= \frac{\text{volumetotal 6D}}{\text{volumesatu kuantum state}} \\ &= \frac{V_r V_p}{h^3} \end{aligned}$$

dimana V_r adalah volume dalam koordinat posisi dan V_p adalah volume dalam koordinat momentum.

Pada keadaan tertentu, jumlah kuantum state yang dapat dicapai dalam elemen volume 6D ($d^3r d^3p$) adalah $\frac{d^3r d^3p}{h^3}$. Jumlah kuantum state total adalah

$$\sum_s \rightarrow \int \frac{d^3r d^3p}{h^3}$$

dimana s adalah kuantum state

5. Kuantisasi Momentum Sudut Total

Efek kuantum lain dari sebuah partikel adalah momentum sudut total tidak dapat berharga sembarangan tetapi tertentu,

$$J = \sqrt{j(j+1)}\hbar$$

dimana $j = 0, 1, 2, 3, \dots$, untuk boson

$j = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$, untuk fermion

Momentum sudut total dari sebuah sistem partikel berhubungan dengan momentum sudut spin dan momentum sudut orbital dari sistem partikel tersebut. Momentum sudut spin diberikan oleh

$$S = \sqrt{s(s+1)}\hbar, \quad s = 0, \frac{1}{2}, 1, 1\frac{1}{2}, \dots,$$

dan momentum sudut orbital diberikan oleh

$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar, \quad l = 0, 1, 2, 3, \dots,$$

Jadi momentum sudut total dari sebuah sistem partikel adalah penjumlahan dari momentum sudut spin dan momentum sudut orbital, berikan sebagai berikut

$$J = L + S$$

6. Osilator harmonik

Sebagai dengan momentum sudut, energi dari suatu osilator harmonik tidak dapat berharga sembarangan tetapi tertentu seperti diberikan dibawah ini

$$E = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots,$$

dimana $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ = frekuensi sudut karakteristik dari osilator harmonik.

Tingkah laku dari elemen-elemen kebanyakan sistem di alam termasuk atom-atom dalam zat padat menyerupai perilaku dari osilator harmonik ini. Oleh karena itu osilator harmonik dapat digunakan sebagai model dalam memahami sifat-sifat termal dari zat padat.

7. Potensial Coulomb

Partikel-partikel dalam sumur potensial hanya dibenarkan berada pada kuantum state tertentu sehingga energinya tertentu pula. Bentuk lain dari sumur potensial adalah potensial Coulomb

$$U = k \frac{2e}{r}, \quad k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2$$

Potensial Coulomb ini mendekati potensial yang diperlihatkan oleh sebuah elektron kulit terluar dari sebuah atom atau ion. Energi yang diperbolehkan adalah

$$E = -\frac{13,6}{n^2} \text{ eV}, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

dimana pada keadaan dasar energi elektron tidak nol, tetapi $E = 13,6 \text{ eV}$

III. TUGAS-TUGAS

W-1, Bab2, No: 2, 5, 6, 7, 11, 12, 14

IV. BUKU SUMBER

Wajib (W)

1. Stowe, K., 1984, *Introduction to Statistical Mechanics and Thermodynamics*, John Wiley & Sons, New York.

Anjuran (A)

1. Sears, F.W., and Salinger, G.L., 1975, *Thermodynamics, Kinetic Theory, and Statistical Thermodynamics*, Addison-Wesley Publishing Company, California.
2. Pointon, A.J., 1967, *An Introduction to Statistical Physics for Students*, Longman, New York.

HAND OUT

Mata Kuliah	: Fisika Statistik
Kode Mata Kuliah	: FIS 014
Bobot SKS	: 3 SKS
Pokok Bahasan	: Distribusi Peluang.
Sub Pokok Bahasan	: 1. Distribusi binomial. 2. Distribusi Poisson.
Minggu ke	: 2 (dua)
Dosen Pembina	: Dr. H. Ahmad Fauzi, M.Si

=

I. SASARAN BELAJAR

Setelah mengikuti perkuliahan ini, mahasiswa diharapkan dapat :

1. Menjelaskan konsep peluang.
2. Merumuskan bentuk fungsi dari distribusi binomial.
3. Menentukan peluang sistem dengan menggunakan fungsi distribusi binomial.
4. Merumuskan bentuk fungsi dari distribusi Poisson.
5. Menjelaskan syarat berlakunya fungsi distribusi Poisson.

II. RINGKASAN MATERI

A. Konsep Peluang

Dalam suatu pertandingan sering dilakukan undian untuk memilih tempat pertandingan. Biasanya undian dilakukan dengan cara melambungkan sebuah uang logam bersisi dua; sebutlah sisi muka dan sisi belakang. Pada peristiwa pengundian tersebut tidak dapat dipastikan sisi mana yang akan muncul, apakah sisi muka atau sisi belakang. Hanya ada peluang bahwa sisi muka yang akan muncul atau sisi belakang yang akan muncul. Jadi peluang dapat didefinisikan sebagai suatu cara dari sistem untuk dapat menempati state (keadaan) tertentu.

B. Distribusi Binomial

Jika p adalah peluang sistem berada pada state yang memenuhi kriteria, dan q adalah peluang sistem berada pada sistem yang tidak memenuhi kriteria, maka

$$p + q = 1$$

Jika sistem mempunyai dua elemen identik, maka setiap elemen berada pada state yang memenuhi kriteria atau tidak memenuhi kriteria

$$(p_1 + q_1)(p_2 + q_2) = (p_1 p_2 + p_1 q_2 + p_2 q_1 + p_2 q_2) = 1 \times 1 = 1$$

dimana 1 melambangkan partikel ke-1 dan 2 melambangkan partikel ke-2.

Bila sistem yang terdiri dari N partikel dimana n partikel berada pada state yang memenuhi kriteria dan (N-n) partikel tidak memenuhi kriteria, maka peluang dari sejumlah partikel yang memenuhi kriteria dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$P_N(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n q^{N-n}$$

dimana $\frac{N!}{n!(N-n)!}$ disebut koefisien binomial; menyatakan jumlah state/konfigurasi yang mungkin dari partikel yang memenuhi kriteria. Persamaan di atas dikenal dengan nama “fungsi distribusi binomial” dan valid digunakan untuk N dan n tidak terlalu besar.

Misalkan sebuah sistem terdiri dari 3 partikel identik berada dalam medan magnet B. Masing-masing partikel dapat berada pada state spin up (arah momen magnetik μ paralel dengan arah medan magnet B atau orientasi +) dan state spin down (arah momen magnetik μ antiparalel dengan arah medan magnet B atau orientasi -). Peluang dari ketiga partikel untuk dapat menempati state/ konfigurasi tertentu tertera pada tabel di bawah ini

Partikel-1	Partikel-2	Partikel-3	Energi Total	Jumlah State	Peluang
+	+	+	$-3\mu B$	1	1/8
+	+	-	$-1\mu B$	3	3/8
+	-	+	$-1\mu B$		
-	+	+	$-1\mu B$		
-	-	+	$+1\mu B$	3	3/8
-	+	-	$+1\mu B$		
+	-	-	$+1\mu B$		
-	-	-	$+3\mu B$	1	1/8
Total				8	1

Dari tabel dapat disimpulkan :

- 1 state menyatakan ketiga partikel mempunyai orientasi +
- 3 state menyatakan dua dari tiga partikel mempunyai orientasi +
- 3 state menyatakan dua dari tiga partikel mempunyai orientasi -
- 1 state menyatakan ketiga partikel mempunyai orientasi - , tidak ada

C. Distribusi Poisson

Bila jumlah state yang memenuhi kriteria jauh lebih kecil dari jumlah partikel ($n \ll N$) dan $p \ll 1$, maka distribusi binomial tidak lagi valid. Untuk itu digunakan dapat digunakan distribusi Poisson.

Dari distribusi binomial didapatkan

$$P_N(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n q^{N-n}$$

Jika $n \ll N$, maka koefisien binomial pada bagian kanan dapat ditulis dalam bentuk

$$\frac{N!}{n!(N-n)!} \approx N^n$$

Misalkan $q^{N-n} = y$, dan $q=1-p$, maka

$$\ln y = (N-n) \ln(1-p)$$

Untuk harga $n \ll N$, dapat dianggap $N-n = N$, dan pada keadaan $p \ll 1$, dibolehkan melakukan pendekatan dengan deret Taylor, sehingga sisi kanan dari persamaan diatas menjadi

$$\ln(1-p) \approx -p$$

sehingga persamaan menjadi

$$y = e^{-Np}$$

Dengan memasukkan harga-harga di atas kedalam fungsi distribusi binomial, didapatkan

$$P_N(n) = \frac{N^n}{n!} p^n e^{-Np}$$

atau

$$P_N(n) = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda}$$

dimana $\lambda = Np$. Persamaan ini dikenal dengan "fungsi distribusi Poisson" dan baik digunakan bila $p \ll 1$ dan $N \rightarrow \infty$.

III. TUGAS-TUGAS

W-1, Bab3, No: 5, 6, 7, 8, 9, 10.

IV. BUKU SUMBER

Wajib (W)

1. Stowe, K., 1984, *Introduction to Statistical Mechanics and Thermodynamics*, John Wiley & Sons, New York.

Anjuran (A)

1. Sears, F.W., and Salinger, G.L., 1975, *Thermodynamics, Kinetic Theory, and Statistical Thermodynamics*, Addison-Wesley Publishing Company, California.
2. Pointon, A.J., 1967, *An Introduction to Statistical Physics for Students*, Longman, New York.

HAND OUT

Mata Kuliah	: Fisika Statistik
Kode Mata Kuliah	: FIS 014
Bobot SKS	: 3 SKS
Pokok Bahasan	: Distribusi Peluang (lanjutan)
Sub Pokok Bahasan	: 1. Distribusi Gauss (Normal). 2. Nilai rata-rata dan Standar deviasi.
Minggu ke	: 3 (tiga)
Dosen Pembina	: Dr. H. Ahmad Fauzi, M.Si

I. SASARAN BELAJAR

Setelah mengikuti perkuliahan ini, mahasiswa diharapkan dapat :

1. Merumuskan bentuk fungsi distribusi Gauss
2. Mengitung peluang suatu sistem dengan menggunakan fungsi distribusi Gauss.
3. Mencari nilai rata-rata dan standar deviasi.

II. RINGKASAN MATERI

A. Distribusi Gauss (Normal)

Distribusi binomial dapat digunakan untuk menghitung peluang semua state yang mungkin dari sebuah sistem. Untuk sistem terdiri dari banyak elemen, formula Stirling dapat digunakan untuk menentukan peluang elemen. Namun untuk sistem yang sangat besar ($N \gg$), menghitung seluruh spektrum peluang sangat membosankan. Untunglah pada $N \gg$ distribusi peluang merupakan fungsi yang rata dimana state-state yang hampir sama mempunyai peluang yang hampir sama. Sebagai contoh, $P_{1000}(491)$ hampir sama $P_{1000}(490)$ dan $P_{1000}(492)$.

Cara yang paling simpel untuk menghitung peluang sistem yang terdiri dari sejumlah besar partikel adalah dengan menggunakan konsep harga rata-rata dan standar deviasi. Distribusi Gauss dikembangkan atas dasar asumsi distribusi peluang untuk semua state yang dapat dicapai dinyatakan dengan parameter \bar{n} (nilai rata-rata) dan σ (standar deviasi). Dalam menurunkan formula Gauss dibuat pendekatan bahwa fungsinya kontinu dan rata, titik referensinya n_0 diambil terdekat ke harga n yang ditinjau. Pendekatan menjadi reliabel bila jumlah elemen sistem bertambah besar.

Formula Gauss diturunkan dengan mengaplikasikan “deret Taylor” dimana

$$f(x) = f(x_0) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m!} \left. \frac{\partial^m f}{\partial x^m} \right|_{x=x_0} (x - x_0)^m$$

Jika harga fungsi $f(x)$ dan semua turunannya pada suatu titik $x = x_0$ diketahui, maka nilai fungsi pada titik lain $x = x_1$ dapat ditentukan. Dalam kasus ini, kita selidiki fungsi $P_N(n)$, selanjutnya ditulis $P(n)$ saja, merupakan fungsi yang kontinu dari n . Untuk memenuhi dua kriteria dalam penurunan formula Gauss, yaitu (1) fungsi serata mungkin, (2) titik referensi n_0 diambil sedekat mungkin dengan n yang ditinjau, maka untuk kriteria pertama diambil logaritmanya dan untuk memenuhi kriteria kedua diambil $P(n)$ untuk n disekitar n_{maks} dimana $n_{maks} = \bar{n}$.

Logaritma dari $P(n)$ disekitar $n = \bar{n}$ adalah sebagai berikut

$$\ln P(n) = \ln P(\bar{n}) + \frac{\partial}{\partial n} \ln P(n) \Big|_{n=\bar{n}} (n - \bar{n}) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial n^2} \ln P(n) \Big|_{n=\bar{n}} (n - \bar{n})^2 + \dots$$

Turunan pertama sebagai fungsi pada titik maksimumnya adalah nol

$$\frac{\partial}{\partial n} \ln P(n) \Big|_{n=\bar{n}} = 0$$

dan turunan keduanya diberikan oleh

$$\frac{\partial^2}{\partial n^2} \ln P(n) \Big|_{n=\bar{n}} = \frac{1}{Npq} = \frac{1}{\sigma^2}$$

Dengan mensubstitusikan kedua turunan di atas ke dalam logaritma dari $P(n)$ didapat

$$\ln P(n) = \ln P(\bar{n}) - \frac{1}{2\sigma^2} (n - \bar{n})^2$$

atau

$$P(n) = P(\bar{n}) e^{-\frac{1}{2\sigma^2} (n - \bar{n})^2}$$

Untuk menghitung nilai $P(\bar{n})$, maka peluang total untuk semua nilai n adalah 1.

$$\sum_n P(n) = P(\bar{n}) \int_{n=-\infty}^{\infty} e^{-(n-\bar{n})/2\sigma^2} dn = P(\bar{n})(\sqrt{2\pi}\sigma) = 1$$

Konsekuensinya,

$$P(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} (n - \bar{n})^2}$$

dimana $\bar{n} = Np$ dan $\sigma = \sqrt{Npq}$. Persamaan di atas disebut "fungsi distribusi Gauss" dan valid untuk sistem terdiri dari sejumlah besar elemen.

Misalkan sebuah sistem terdiri dari 3000 molekul dalam sebuah kamar kosong. Hitung nilai rata-rata, standar deviasi dan peluang dimana 1000 molekul berada pada sepertiga depan ruangan pada sembarang waktu.

Diketahui : $N = 3000$, $n = 1000$, $p = \frac{1}{3}$ dan $q = \frac{2}{3}$.

Ditanya : \bar{n} , σ , $P_{3000}(1000)$.

(1) Nilai rata-rata (\bar{n}).

$\bar{n} = Np = 1000$, jadi $\bar{n} = n$.

(2) Standar deviasi

$$\sigma = \sqrt{Npq} = 25,8$$

(3) Peluang pada $P_{3000}(1000)$

$$\text{Pada } \bar{n} = n, P_{3000}(1000) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} = 1,6 \times 10^{-2}$$

III. TUGAS-TUGAS

W-1, Bab 4, No: 1, 2, 4, 5, 6, 7.

IV. BUKU SUMBER

Wajib (W)

1. Stowe, K., 1984, *Introduction to Statistical Mechanics and Thermodynamics*, John Wiley & Sons, New York.

Anjuran (A)

1. Sears, F.W., and Salinger, G.L., 1975, *Thermodynamics, Kinetic Theory, and Statistical Thermodynamics*, Addison-Wesley Publishing Company, California.
2. Pointon, A.J., 1967, *An Introduction to Statistical Physics for Students*, Longman, New York.

HAND OUT

Mata Kuliah	: Fisika Statistik
Kode Mata Kuliah	: FIS 014
Bobot SKS	: 3 SKS
Pokok Bahasan	: Energi Internal
Sub Pokok Bahasan	: 1. Energi internal dan ekuipartisi. 2. Energi internal dan Hk. I Termodinamika.
Minggu ke	: 4 (empat)
Dosen Pembina	: Dr. H. Ahmad Fauzi, M.Si

I. SASARAN BELAJAR

Setelah mengikuti perkuliahan ini, mahasiswa diharapkan dapat :

1. Menjelaskan pengertian energi internal.
2. Menjelaskan hubungan antara energi internal dengan derajat kebebasan
2. Menjelaskan hubungan antara energi internal dengan prinsip ekuipartisi energi.
3. Merumuskan energi internal dalam bentuk hukum I Termodinamika.

II. RINGKASAN MATERI

A. Energi Internal

Energi dalam suatu sistem merupakan jumlah energi dari masing-masing sistem yang tercakup di dalamnya, seperti : energi kinetik, energi potensial dan energi vibrasi. Sebagai contoh, energi internal dari sebatang besi mencakup energi kinetik dari elektron konduksi, energi potensial dari atom-atom besi yang disebabkan oleh interaksi dengan atom-atom sekitar dan energi kinetik vibrasi disekitar posisi kesetimbangan.

Atom-atom dalam zat padat, mempunyai interaksi elektrostatis dengan tetangga terdekatnya. Atom-atom bergetar dan energi kinetik berubah menjadi energi potensial ujung-ujung getaran dan berubah menjadi energi kinetik pada titik-titik kesetimbangan. Secara rata-rata, setengah energi berbentuk energi potensial ($\frac{1}{2}kr^2$) dan setengah energi berbentuk energi kinetik ($\frac{1}{2}mv^2$). Energi disimpan dalam bentuk energi kinetik dan energi potensial. Energi dapat pula disimpan dalam bentuk energi kinetik rotasi seperti elektron konduksi dalam logam, atau molekul dalam gas, atau barangkali dalam energi kinetik rotasi dari molekul poliatomik.

B. Derajat Kebebasan

Tiap-tiap cara masing-masing elemen dari sebuah sistem dapat menyimpan energi, disebut derajat kebebasan. Tinjau atom-atom dalam zat padat, masing-masing

bervibrasi terhadap posisi kesetimbangan. Masing-masing atom dapat menyimpan energi potensial ($\frac{1}{2}kx^2$) dan energi kinetik ($\frac{1}{2}mv^2$).

Dalam kasus 3D, ada tiga cara untuk menyimpan energi potensial dari atom-atom pada zat padat.

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}ky^2 + \frac{1}{2}kz^2$$

dan tiga cara menyimpan kinetik translasi

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}ky^2 + \frac{1}{2}kz^2$$

Jadi masing-masing atom mempunyai 6 derajat kebebasan dan untuk N atom memberikan 6N derajat kebebasan.

Contoh lain adalah suatu molekul gas diatomik berada dalam ruang 3D. Masing-masing molekul dapat bergerak bebas dalam 3D sehingga mempunyai “tiga derajat kebebasan translasi”. Jika p melambangkan momentum dari molekul gas diatomik, maka

$$E_{\text{Translasi}} = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{p_y^2}{2m} + \frac{p_z^2}{2m}$$

Disamping bertranslasi, atom-atom juga dapat berotasi. Jika I_y dan I_z menyatakan momen inersia dari molekul-molekul gas maka gas mempunyai “dua derajat kebebasan rotasi”.

$$E_{\text{Rotasi}} = \frac{L_y^2}{2I_y} + \frac{L_z^2}{2I_z}$$

Akhirnya, molekul juga mempunyai “dua derajat kebebasan vibrasi”. Jika p_x melambangkan momentum sepanjang sumbu-x dan x adalah jarak antara dua molekul, maka

$$E_{\text{Vibrasi}} = \frac{p_x^2}{2M} + \frac{1}{2}kx^2$$

Jadi molekul gas diatomik mempunyai 7 derajat kebebasan, yaitu : 3 derajat kebebasan translasi, 2 derajat kebebasan rotasi, dan 2 derajat kebebasan vibrasi. Untuk N molekul, gas ideal diatomik mempunyai 7N derajat kebebasan.

C. Teori Ekuipartisi

Dari contoh-contoh di atas, energi yang disimpan dalam satu derajat kebebasan dapat dinyatakan dalam bentuk

$$E = bq^2$$

dimana b adalah konstanta dan q adalah koordinat posisi atau momentum. Penggunaan teori peluang terhadap ungkapan energi (bq^2), menunjukkan bahwa secara rata-rata, jumlah energi yang disimpan dalam semua derajat kebebasan adalah sama. Ini disebut "teori ekuipartisi".

Bukti umum dari teori ini belum dapat diberikan disini, tetapi dengan menggunakan pendekatan statistik, energi rata-rata pada tiap-tiap derajat kebebasan (\bar{E}) sebanding dengan temperatur mutlak (T)

$$\bar{E} = \frac{1}{2} kT$$

dimana k adalah konstanta Boltzmann ($k = 1,381 \times 10^{-23} \text{J/K}$).

D. Hukum I Termodinamika

Energi internal bersifat kekal dan tidak dapat dimusnahkan dan tidak pula diciptakan. Energi internal dapat berubah dari suatu bentuk ke bentuk lain. Ada tiga cara untuk mengubah energi internal, yaitu:

1. Dengan menambah atau mengambil kalor dari sistem.
2. Dengan melakukan kerja pada sistem atau sistem melakukan kerja pada lingkungan.
3. Dengan menambah atau mengambil partikel dari sistem.

Jika dE menyatakan perubahan energi internal dari sistem, dQ adalah jumlah kalor yang ditambahkan pada sistem, dW adalah kerja yang dilakukan pada sistem dan dN adalah perubahan (penambahan) partikel pada sistem, maka hukum pertama termodinamika dapat ditulis

$$dE = dQ + dW + \mu dN$$

dimana μ adalah potensial kimia. Perlu diperhatikan bahwa dE adalah diferensial eksak sehingga nilainya bergantung pada keadaan awal dan akhir proses. Sedangkan dQ dan dW adalah diferensial tak eksak sehingga nilainya bergantung kepada jalannya proses.

III. TUGAS-TUGAS

W-1, Bab 5, No: 1, 2, 4, 5.

W-1, Bab 6, No: 2, 3, 4.

IV. BUKU SUMBER

Wajib (W)

1. Stowe, K., 1984, *Introduction to Statistical Mechanics and Thermodynamics*, John Wiley & Sons, New York.

Anjuran (A)

1. Sears, F.W., and Salinger, G.L., 1975, *Thermodynamics, Kinetic Theory, and Statistical Thermodynamics*, Addison-Wesley Publishing Company, California.
2. Pointon, A.J., 1967, *An Introduction to Statistical Physics for Students*, Longman, New York.

HAND OUT

Mata Kuliah	: Fisika Statistik
Kode Mata Kuliah	: FIS 014
Bobot SKS	: 3 SKS
Pokok Bahasan	: Entropi
Sub Pokok Bahasan	: 1. State dari suatu sistem. 2. Entropi dan Hk. II Termodinamika.
Minggu ke	: 5 (lima)
Dosen Pembina	: Dr. H. Ahmad Fauzi, M.Si

I. SASARAN BELAJAR

Setelah mengikuti perkuliahan ini, mahasiswa diharapkan dapat :

1. Menjelaskan pengertian dari kuantum state.
2. Menjelaskan pengertian dari degenerasi energi sistem.
3. Merumuskan hubungan antara jumlah state yang tersedia dengan energi internal sistem pada setiap derajat kebebasan.
4. Merumuskan pernyataan hukum II Termodinamika.

II. RINGKASAN MATERI

A. State dari Sistem

Bila energi ditambahkan pada sistem, akan menambah jumlah state yang dapat dicapai pada sistem, karena memberikan kemungkinan populasi state energi tinggi yang tidak tersedia sebelumnya. Selama sistem makroskopik terdiri dari banyak partikel, masing-masingnya dapat berada pada suatu state tertentu, jumlah konfigurasi/state untuk sistem makroskopik benar-benar besar sekali. Selanjutnya, penambahan kecil dalam jumlah state yang tersedia pada individu partikel menghasilkan pertambahan besar dalam jumlah konfigurasi/state dari sistem makroskopik. Pada bagian ini, kita akan menguji kebergantungan jumlah state yang tersedia pada energi internal sistem.

Sebagai konsekuensi dari sifat gelombang dari partikel menyebabkan kita tidak dapat menentukan koordinat posisi dan momentum secara bersamaan. Malahan, kita dapat menemukan partikel dalam rentangan daerah yang sangat kecil. Rentangan minimum ini merupakan sebuah daerah kecil dari ruang fase 6D yang disebut 'kuantum state'. Walaupun dimensi dari kuantum state sangat kecil, besarnya adalah berhingga. Daerah ini menyatakan jumlah kuantum state berhingga merentang untuk semua nilai yang mungkin dari koordinat posisi dan momentum.

B. Ruang State

Beberapa state yang berbeda tetapi mempunyai energi yang sama, kita katakan bahwa state tersebut tergenerasi. Contohnya, sebuah sistem terdiri dari tiga partikel

dengan spin $\frac{1}{2}$. Kita dapat mengatakan bahwa state energi $E = \mu B$ adalah “tiga kali degenerasi”, Untuk kasus atom hidrogen, kita dapat mengatakan bahwa state energi $E = -3,4 \text{ eV}$ ($n = 2$) adalah “delapan kali degenerasi”.

C. Densitas State dan Energi Internal

Jumlah state yang tersedia untuk sebuah sistem (state total) adalah perkalian antara jumlah state yang tersedia dengan komponen sistem secara individu

$$\Omega_0 = \prod_{i=1}^{\eta} \Omega_i$$

dimana Ω_0 adalah jumlah state yang tersedia pada sistem total dan Ω_i adalah jumlah state yang tersedia untuk setiap derajat kebebasan. Jika energi internal sistem bertambah, kita melihat jumlah state yang tersedia untuk setiap derajat kebebasan juga bertambah

$$\Omega_i \propto E^{\chi}, \quad \chi > 0$$

dimana χ adalah bilangan positif. Jika sistem terdiri dari η derajat kebebasan, maka jumlah state yang tersedia untuk sistem total bertambah secara cepat terhadap energi internal

$$\Omega_0 \propto E^{\chi\eta}$$

Nilai χ dapat berharga 1 atau $\frac{1}{2}$. Untuk kebanyakan sistem biasanya nilai χ berharga $\frac{1}{2}$.

Jumlah state yang tersedia dalam beberapa derajat kebebasan sebanding dengan rentangan koordinat posisi dan momentum, q . Untuk kebanyakan sistem, energi disimpan dalam setiap derajat kebebasan sebanding dengan q^2 (seperti $\frac{1}{2m} p^2$, $\frac{1}{2} kx^2$, dsb.) sehingga jumlah state yang tersedia sebanding dengan akar dari energi internalnya

$$\Omega_i \propto E^{1/2}$$

atau

$$\Omega_0 \propto E^{\eta/2}$$

dimana η adalah derajat kebebasan. Dalam praktek, kita tidak dapat mengontrol energi internal suatu sistem secara eksak. Yang terbaik, kita mengontrolnya dalam rentangan E dan $E+\Delta E$. Selama jumlah state yang tersedia sebanding dengan $E^{\eta/2}$ dan ΔE , maka kita dapat menulis

$$\Omega_0(E, \Delta E) \propto g(E)\Delta E$$

dimana $g(E) = (\text{konst.})E^{\eta/2}$ disebut densitas keadaan

D. Entropi dan Hukum II Termodinamika

Untuk sistem makroskopik, jumlah state yang tersedia sangat bergantung pada energi internalnya. Konsekuensinya, bila dua sistem berinteraksi dalam beberapa cara, jumlah state yang tersedia terhadap sistem terkombinasi dipengaruhi oleh distribusi energi di antara keduanya. Perubahan yang sangat kecil dalam distribusi energi menyebabkan perubahan yang sangat besar dalam jumlah state yang tersedia.

Tinjau suatu sistem A_0 terdiri dari dua subsistem yang berinteraksi yaitu A_1 dan A_2 . Energi internal dari kedua sistem dapat berubah sebagai hasil dari interaksi, tetapi energi sistem terkombinasi adalah konstan.

$$E_0 = E_1 + E_2$$

dengan jumlah state yang tersedia pada sistem terkombinasi adalah perkalian jumlah state yang tersedia pada masing-masing subsistem

$$\Omega_0 = \Omega_1 \Omega_2$$

Misalkan sistem ini sangat kecil dengan A_1 mempunyai 6 derajat kebebasan dan A_2 mempunyai 10 derajat kebebasan. Jumlah state yang tersedia untuk sistem A_1 dan A_2 adalah

$$\Omega_1 \propto (E_1)^3$$

$$\Omega_2 \propto (E_2)^5$$

Misalkan energi berubah setiap 1 unit, dan jumlah energi dari sistem terkombinasi adalah 5, maka

$$E_0 = E_1 + E_2 = 5$$

Untuk melihat distribusi energi pada kedua sistem diatas, hasilnya dapat dilihat pada tabel dibawah ini.

Tabel 1. Jumlah keadaan yang tersedia untuk dua sistem kecil A_1 dan A_2 berinteraksi dengan $\eta_1 = 6$ dan $\eta_2 = 10$.

E_1	E_2	Ω_1	Ω_2	$\Omega_0 = \Omega_1 \Omega_2$
0	5	0	3125	0
1	4	1	1024	1024
2	3	8	243	1944
3	2	27	32	864
4	1	64	1	64
5	0	125	0	0

$$\text{Total} = 3896$$

Dari tabel terlihat bahwa distribusi energi dengan peluang terbesar adalah $E_1 = 2$ dan $E_2 = 3$ dengan peluang ($P = \frac{1944}{3896} = 0,5$). Sedangkan distribusi energi dengan peluang terkecil adalah $E_1 = 0$ dan $E_2 = 5$ atau $E_1 = 5$ dan $E_2 = 0$ dengan peluang nol..

Bila kedua sistem berada dalam kondisi kesetimbangan, maka distribusi energi diantara mereka seperti jumlah state yang tersedia adalah maksimum. Hasil ini tidak bergantung pada jenis interaksi, apakah termal, mekanik dan difusi ataupun kombinasi dari ketiganya.

Bila dua sistem makroskopik berinteraksi menuju kesetimbangan, perubahan variabel sistem seperti seperti jumlah state yang tersedia pada sistem terkombinasi selalu bertambah. Dengan kata lain, penambahan jumlah state yang tersedia selalu positif

$$\Delta\Omega_0 \geq 0$$

dimana tanda ($>$) berlaku untuk sistem menuju kesetimbangan dan tanda ($=$) berlaku untuk sistem berada dalam kesetimbangan. Pernyataan di atas dikenal dengan nama "hukum II Termodinamika".

III. TUGAS-TUGAS

W-1, Bab 7, No: 2, 3, 4, 6, 7, 8

W-1, Bab 8, No: 1, 2, 3, 15, 18

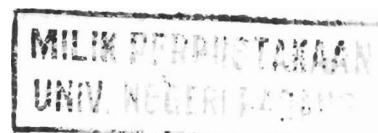
IV. BUKU SUMBER

Wajib (W)

1. Stowe, K., 1984, *Introduction to Statistical Mechanics and Thermodynamics*, John Wiley & Sons, New York.

Anjuran (A)

1. Sears, F.W., and Salinger, G.L., 1975, *Thermodynamics, Kinetic Theory, and Statistical Thermodynamics*, Addison-Wesley Publishing Company, California.
2. Pointon, A.J., 1967, *An Introduction to Statistical Physics for Students*, Longman, New York.



HAND OUT

Mata Kuliah	: Fisika Statistik
Kode Mata Kuliah	: FIS 014
Bobot SKS	: 3 SKS
Pokok Bahasan	: Interaksi
Sub Pokok Bahasan	: 1. Interaksi termal 2. Interaksi mekanis
Minggu ke	: 6 (enam)
Dosen Pembina	: Dr. H. Ahmad Fauzi, M.Si

I. SASARAN BELAJAR

Setelah mengikuti perkuliahan ini, mahasiswa diharapkan dapat :

1. Menjelaskan tiga cara transfer energi internal.
2. Mendefinisikan temperatur sistem berdasarkan pada interaksi termal.
3. Merumuskan pernyataan tentang hukum ke-nol termodinamika.
4. Menjelaskan hubungan antara temperatur dan energi internal.
4. Menuliskan hubungan antara kerja yang dilakukan dengan perubahan volume sistem pada interaksi mekanik.
4. Menjelaskan hubungan antara state yang tersedia dengan kerja yang dilakukan oleh sistem pada interaksi mekanik.

II. RINGKASAN MATERI

A. Interaksi

Energi (internal) adalah kekal. Energi tidak dapat dimusnahkan dan tidak dapat diciptakan. Energi dapat bertambah pada suatu sistem dan berkurang pada sistem yang lain. Ada beberapa proses untuk mentransfer energi internal yaitu melalui interaksi antar sistem. Transfer energi tersebut dibagi kedalam tiga kelompok besar.

- 1). Transfer energi panas dari sistem yang satu ke sistem yang lain.
- 2). Kerja dilakukan oleh sistem yang satu ke sistem yang lain.
- 3). Transfer partikel dari sistem yang satu ke sistem yang lain.

Berikut ini akan dipelajari tipe-tipe interaksi dan melihat efeknya terhadap sifat-sifat dari sistem.

B. Interaksi Termal

1. Temperatur dan hukum ke-nol termodinamika

Tinjau dua sistem A_1 dan A_2 berinteraksi secara termal, membentuk sistem terkombinasi A_0 . Bila dua sistem berada dalam kesetimbangan, distribusi energi diantara

mereka seperti entropi S_0 dari sistem terkomposisi berada pada nilai maksimum. Bila sistem hanya berinteraksi secara termal, dan tidak secara mekanik dan difusi maka berlaku

$$dQ = dE = TdS$$

Dari hubungan diatas, dapat didefinisikan temperatur sistem T

$$\left(\frac{\partial S}{\partial E}\right)_{V,N} \equiv \frac{1}{T}$$

dimana V dan N adalah volume sistem dan jumlah partikel dianggap konstan. Dengan menggunakan hubungan

$$S_0 = S_1 + S_2$$

dan (asumsi tidak ada perubahan energi internal sistem terkomposisi)

$$dE_1 = -dE_2$$

maka pada kondisi setimbang didapatkan

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial S_0}{\partial E_1}\right)_{V,N} &= \left(\frac{\partial S_1}{\partial E_1}\right)_{V,N} + \left(\frac{\partial S_2}{\partial E_1}\right)_{V,N} \\ &= \left(\frac{\partial S_1}{\partial E_1}\right)_{V,N} - \left(\frac{\partial S_2}{\partial E_2}\right)_{V,N} = 0 \end{aligned}$$

atau

$$\left(\frac{\partial S_1}{\partial E_1}\right)_{V,N} = \left(\frac{\partial S_2}{\partial E_2}\right)_{V,N} \rightarrow \frac{1}{T_1} = \frac{1}{T_2}$$

Jadi dapat disimpulkan bila dua sistem dalam kesetimbangan termal, maka temperatur keduanya adalah sama.

Sekarang tinjau dua sistem A_1 dan A_2 , masing-masing setimbang termal dengan sistem ketiga, A_3 , maka didapat

$$T_1 = T_3 \text{ dan } T_2 = T_3$$

Jadi dapat disimpulkan jika dua sistem masing-masing setimbang termal dengan sistem ketiga, maka temperatur ketiganya adalah sama. Pernyataan ini dikenal dengan "hukum ke nol termodinamika".

2. Temperatur dan Energi Internal

Dengan menggunakan informasi sebelumnya, kita akan mengembangkan sebuah pemikiran untuk mengukur temperatur T. Entropi diukur dari jumlah state yang tersedia dan $1/T$ diukur dengan berbagai variasi sistem energi internal.

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial E} \right)_{V,N} = \frac{1}{\partial E} (k \ln \Omega(E)) = \frac{1}{\partial E} [k \ln((\text{konst.})E^{\chi\eta})]$$

sehingga didapatkan

$$E = \chi\eta kT$$

Untuk kebanyakan sistem biasanya $\chi = \frac{1}{2}$, energi internal sistem dapat ditulis

$$E = \frac{1}{2}\eta kT$$

dimana η adalah derajat kebebasan.

C. Interaksi Mekanik

Kita dapat melakukan kerja pada sistem dengan memberi gaya pada jarak tertentu. Kerja yang dilakukan pada sistem dapat menyebabkan perubahan temperatur. Jika temperatur sistem adalah konstan, kemudian kerja yang dilakukan dapat merefleksikan perubahan dalam sifat-sifat sistem seperti jumlah state yang tersedia atau entropi. Jika sistem mempunyai tekanan p mengubah volume sebesar dV , maka kerja yang dilakukan pada sistem ditulis

$$dW = p dV$$

Catatan : $dW+$, artinya kerja dilakukan pada sistem.

$dW-$, artinya kerja dilakukan oleh sistem sistem.

Perubahan volume dV adalah diferensial eksak karena bergantung pada keadaan awal dan keadaan akhir, tetapi perubahan kerja dW adalah diferensial tak eksak dan tidak bergantung pada keadaan awal dan akhir melainkan pada jalannya proses.

D. Kerja dan Jumlah State yang Tersedia

Untuk sistem berinteraksi secara termal, mekanik dan difusi, perubahan energi internalnya berdasarkan hukum I Termodinamika dapat ditulis

$$dE = TdS - pdV + \mu dN$$

atau

$$dS = \frac{1}{T} dE + \frac{p}{T} dV - \frac{\mu}{T} dN$$

Dari hubungan ini didapat

$$\left(\frac{\partial S}{\partial E} \right)_{V,N} = \frac{1}{T}, \quad \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_{E,N} = \frac{p}{T}, \quad \left(\frac{\partial S}{\partial N} \right)_{E,V} = -\frac{\mu}{T}$$

Berdasarkan hubungan antara entropi dan jumlah state yang tersedia ($S = k \ln \Omega$), tekanan sistem dapat didefinisikan

$$p = T \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_{E,N} = kT \left(\frac{\partial \ln \Omega}{\partial V} \right)_{E,N} = kT \left(\frac{\Delta \ln \Omega}{\Delta V} \right)_{E,N} = kT \left(\frac{\ln \Omega_2 - \ln \Omega_1}{\Delta V} \right)_{E,N} = \frac{kT}{\Delta V} \ln \frac{\Omega_2}{\Omega_1}$$

atau

$$\frac{\Omega_2}{\Omega_1} = e^{\frac{p\Delta V}{kT}}$$

dimana Ω_2 dan Ω_1 adalah jumlah state yang tersedia pada sistem 2 dan 1. Jika volume sistem berubah sebesar ΔV pada E dan N tetap, maka jumlah state yang tersedia berubah secara eksponensial terhadap perubahan volume ΔV .

III. TUGAS-TUGAS

W-1, Bab 9, No: 1, 2, 3, 5, 6,

W-1, Bab 10, No: 1, 2, 5, 7, 8, 9

IV. BUKU SUMBER

Wajib (W)

1. Stowe, K., 1984, *Introduction to Statistical Mechanics and Thermodynamics*, John Wiley & Sons, New York.

Anjuran (A)

1. Sears, F.W., and Salinger, G.L., 1975, *Thermodynamics, Kinetic Theory, and Statistical Thermodynamics*, Addison-Wesley Publishing Company, California.

2. Pointon, A.J., 1967, *An Introduction to Statistical Physics for Students*, Longman, New York.

HAND OUT

Mata Kuliah	: Fisika Statistik
Kode Mata Kuliah	: FIS 014
Bobot SKS	: 3 SKS
Pokok Bahasan	: Interkasi (lanjutan)
Sub Pokok Bahasan	: 1. Interaksi diffusi. 2. Kesetimbangan.
Minggu ke	: 7 (tujuh)
Dosen Pembina	: Dr. H. Ahmad Fauzi, M.Si

I. SASARAN BELAJAR

Setelah mengikuti perkuliahan ini, mahasiswa diharapkan dapat :

1. Menjelaskan pengertian potensial kimia.
2. Menjelaskan hubungan antara jumlah state yang tersedia dengan perubahan jumlah partikel pada interaksi diffusi.
- 3 Menjelaskan syarat-syarat dua sistem berada dalam kondisi kesetimbangan.
4. Menjelaskan syarat-syarat dua sistem menuju kondisi kesetimbangan..

II. RINGKASAN MATERI

A. Potensial Kimia

Pada Hand Out sebelumnya kita telah membahas tentang efek interaksi termal dan mekanik terhadap sifat-sifat sistem, pada bagian ini kita akan membahas pengaruh interaksi diffusi terhadap perubahan sifat-sifat sistem.

Bila sejumlah partikel baru masuk ke dalam sistem, mereka dapat mengubah energi termal sistem sebagai hasil interaksi di antara mereka dengan partikel lainnya yang sudah ada pada sistem. Pada prinsipnya kita dapat menentukan potensial kimia partikel dalam sistem yang diisolasi dengan mengukur energi partikel yang sangat kecil atau mengukur pertambahan energi termalnya.

$$\mu = -\Delta Q$$

Dalam prakteknya, tidak mungkin mengukur energi partikel yang sangat kecil. Untuk itu kita perlu mengetahui jumlah partikel ΔN dan energi internal sistem pada volume konstan. Jika ΔQ adalah pertambahan energi termal dan ΔN adalah jumlah partikel pada sistem terkombinasi, maka potensial kimia sistem dapat ditulis

$$\mu = -\frac{\Delta Q}{\Delta N}$$

B. Potensial Kimia dan Jumlah State yang Tersedia

Untuk sistem berinterkasi secara termal, mekanik dan diffusi, hukum I Termodinamika dapat ditulis

$$dE = TdS - pdV + \mu dN$$

atau

$$dS = \frac{1}{T}dE + \frac{p}{T}dV - \frac{\mu}{T}dN$$

Dari hubungan di atas dapat ditulis

$$\left(\frac{\partial S}{\partial N}\right)_{E,V} = -\frac{\mu}{T}$$

Misalkan ΔN adalah sejumlah partikel yang ditambahkan pada sistem (pada V dan E konstan), maka jumlah state yang tersedia dapat ditulis

$$\mu = -T\left(\frac{\partial S}{\partial N}\right)_{E,V} = -kT\left(\frac{\partial \ln \Omega}{\partial N}\right)_{E,V} = -kT\left(\frac{\Delta \ln \Omega}{\Delta N}\right)_{E,V} = -kT\left(\frac{\ln \Omega_2 - \ln \Omega_1}{\Delta N}\right)_{E,V} = -\frac{kT}{\Delta N} \ln \frac{\Omega_2}{\Omega_1}$$

atau

$$\frac{\Omega_2}{\Omega_1} = e^{-\frac{\mu \Delta N}{kT}}$$

dimana Ω_2 dan Ω_1 adalah jumlah state yang tersedia pada sistem 2 dan 1. Jika jumlah partikel sistem berubah sebesar ΔN pada E dan V tetap, maka jumlah state yang tersedia juga berubah secara eksponensial terhadap perubahan jumlah partikel ΔN .

C. Kondisi Kesetimbangan

Tinjau kembali dua sistem A_1 dan A_2 berinteraksi secara termal, mekanik dan difusi. Kita dapat menyusun pola-polanya dalam bentuk hukum I Termodinamika.

$$\Delta E = T\Delta S - p\Delta V + \mu\Delta N$$

atau

$$\Delta S = \frac{1}{T}\Delta E + \frac{p}{T}\Delta V - \frac{\mu}{T}\Delta N$$

Pada dua sistem berinteraksi berlaku

$$S_0 = S_1 + S_2 \rightarrow dS_0 = dS_1 + dS_2$$

$$E_0 = E_1 + E_2 \rightarrow dE_0 = dE_1 + dE_2$$

$$V_0 = V_1 + V_2 \rightarrow dV_0 = dV_1 + dV_2$$

$$N_0 = N_1 + N_2 \rightarrow dN_0 = dN_1 + dN_2$$

Karena E_0 , V_0 , dan N_0 adalah konstan, maka perubahan energi internal, volume dan jumlah partikel sistem terkombinasi adalah nol, sehingga didapat

$$\begin{aligned}\Delta E_2 &= -\Delta E_1 \\ \Delta V_2 &= -\Delta V_1 \\ \Delta N_2 &= -\Delta N_1\end{aligned}$$

Perubahan entropi untuk sistem terkombinasi dapat ditulis.

$$\Delta S_0 = \Delta S_1 + \Delta S_2$$

atau

$$\Delta S_0 = \left(\frac{1}{T_1} \Delta E_1 + \frac{p_1}{T_1} \Delta V_1 - \frac{\mu_1}{T_1} \Delta N_1 \right) + \left(\frac{1}{T_2} \Delta E_2 + \frac{p_2}{T_2} \Delta V_2 - \frac{\mu_2}{T_2} \Delta N_2 \right)$$

atau

$$\Delta S_0 = \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) \Delta E_1 + \left(\frac{p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2} \right) \Delta V_1 - \left(\frac{\mu_1}{T_1} - \frac{\mu_2}{T_2} \right) \Delta N_1$$

Bila kedua sistem berada dalam kondisi kesetimbangan, maka perubahan entropi sistem terkombinasi adalah $\Delta S_0 = 0$, sehingga

$$\Delta S_0 = \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) \Delta E_1 + \left(\frac{p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2} \right) \Delta V_1 - \left(\frac{\mu_1}{T_1} - \frac{\mu_2}{T_2} \right) \Delta N_1 = 0$$

Ada tiga variabel yang saling bebas yaitu (E_1 , V_1 dan N_1). Bila $\Delta E_1 \neq 0, \Delta V_1 \neq 0, \Delta N_1 \neq 0$, maka berlaku

$$T_1 = T_2, \quad p_1 = p_2, \quad \mu_1 = \mu_2$$

Jadi dapat disimpulkan bahwa dalam kondisi setimbang, temperatur, tekanan dan potensial kimia kedua sistem adalah sama.

C. Menuju Kondisi Setimbang

Sekarang kita tinjau dua sistem berinteraksi secara termal, mekanik dan difusi, tetapi tidak dalam kondisi setimbang, maka entropi dari sistem terkombinasi selalu bertambah atau $\Delta S_0 > 0$. Tulis kembali persamaan di atas

$$\Delta S_0 = \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) \Delta E_1 + \left(\frac{p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2} \right) \Delta V_1 - \left(\frac{\mu_1}{T_1} - \frac{\mu_2}{T_2} \right) \Delta N_1$$

Sekarang perhatikan sistem A_1 . Energi internalnya dapat ditulis

$$\Delta E_1 = \Delta Q_1 - p_1 \Delta V_1 + \mu_1 \Delta N_1$$

Dengan menggunakan sedikit manipulasi matematik, persamaan entropi sistem terkombinasi menjadi

$$\Delta S_0 = \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) \Delta Q_1 + \frac{1}{T_2} (p_1 - p_2) \Delta V_1 - \frac{1}{T_2} (\mu_1 - \mu_2) \Delta N_1 > 0$$

Ada tiga variabel yang saling bebas yaitu (Q_1 , V_1 dan N_1). Bila $\Delta E_1 \neq 0, \Delta V_1 \neq 0, \Delta N_1 \neq 0$ dan $\Delta S_0 > 0$, maka berlaku

$$\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right) \Delta Q_1 > 0$$

$$\frac{1}{T_2} (p_1 - p_2) \Delta V_1 > 0$$

$$-\frac{1}{T_2} (\mu_1 - \mu_2) \Delta N_1 > 0$$

Implikasi dari ketiga kondisi diatas adalah

(1). Jika $\Delta Q_1 < 0$, maka $\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right) < 0$, $T_2 > T_1$

Artinya; kalor mengalir dari sistem yang bertemperatur lebih tinggi ke sistem yang bertemperatur lebih rendah.

(2). Jika $\Delta V_1 > 0$, maka $(p_1 - p_2) > 0$, $p_1 > p_2$

Artinya; usaha dilakukan oleh sistem yang bertekanan lebih tinggi ke sistem yang bertekanan lebih rendah.

(3). Jika $\Delta N_1 < 0$, maka $-(\mu_1 - \mu_2) < 0$, $\mu_2 > \mu_1$

Artinya; sejumlah partikel mengalir dari leh sistem yang berpotensi kimia lebih tinggi ke sistem yang berpotensi kimia lebih rendah.

Pernyataan di atas dikenal dengan bentuk lain dari "hukum II Termodinamika"

III. TUGAS-TUGAS

W-1, Bab 11, No: 1, 3, 4, 6, 7, 8, 10

IV. BUKU SUMBER

Wajib (W)

1. Stowe, K., 1984, *Introduction to Statistical Mechanics and Thermodynamics*, John Wiley & Sons, New York.

Anjuran (A)

1. Sears, F.W., and Salinger, G.L., 1975, *Thermodynamics, Kinetic Theory, and Statistical Thermodynamics*, Addison-Wesley Publishing Company, California.

2. Pointon, A.J., 1967, *An Introduction to Statistical Physics for Students*, Longman, New York.

HAND OUT

Mata Kuliah	: Fisika Statistik
Kode Mata Kuliah	: FIS 014
Bobot SKS	: 3 SKS
Pokok Bahasan	: Kendala.
Sub Pokok Bahasan	: 1. Model
Minggu ke	: 8 (delapan)
Dosen Pembina	: Dr. H. Ahmad Fauzi, M.Si

I. SASARAN BELAJAR

Setelah mengikuti perkuliahan ini, mahasiswa diharapkan dapat :

1. Menjelaskan pengertian dari persamaan keadaan
2. Menjelaskan enam anggapan tentang model gas ideal.
3. Menentukan persamaan keadaan dari gas ideal.
4. Menghitung kapasitas panas dari gas ideal.

II. RINGKASAN MATERI

A. Persamaan Keadaan Gas Ideal

Setiap sistem mempunyai karakteristik tertentu. Gas cenderung lebih kompresibel dari pada zat cair dan zat cair mengalir lebih baik dari pada zat padat. Karakteristik ini dapat diungkapkan dalam sebagai ketergantungan antar variabel seperti bagaimana volume berubah terhadap tekanan atau jumlah partikel, atau bagaimana energi internal berubah entropi dan volume. Ketergantungan antar variabel ini disebut “persamaan keadaan” dan hubungan ini sangat berguna karena dapat membantu kita untuk mentransfer informasi dari satu set persamaan ke set persamaan lain. Selama sifat-sifat dari sistem yang disebabkan oleh perilaku unsur-unsur mikroskopik, model-model untuk unsur mikroskopik dapat diterjemahkan kedalam persamaan keadaan .

Dari segi mikroskopik, maka suatu gas ideal dapat didefinisikan dengan membuat anggapan-anggapan sebagai berikut :

- 1) Suatu gas terdiri dari partikel-partikel yang dinamakan molekul-molekul.
- 2) Molekul-molekul bergerak ke segala arah menurut hukum-hukum gerak Newton.
- 3) Jumlah molekul-molekul adalah besar.
- 4) Volume molekul adalah pecahan kecil yang dapat diabaikan dari volume yang ditempati gas.
- 5) Tidak ada gaya-gaya yang cukup besar yang beraksi pada molekul-molekul kecuali selama tumbukan.
- 6) Tumbukan-tumbukan adalah elastik dan tumbukan-tumbukan terjadi didalam waktu yang sangat singkat.

Molekul-molekul gas ideal tidak berinteraksi sesamanya, sehingga molekul-molekul hanya mempunyai energi kinetik saja.

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{p_y^2}{2m} + \frac{p_z^2}{2m}$$

dimana p dan m adalah momentum dan massa molekul. Masing-masing molekul gas ideal mempunyai 3 derajat kebebasan dan untuk N molekul gas ideal mempunyai 3N derajat kebebasan.

Jumlah state yang tersedia untuk 1 partikel dalam daerah 6D sebanding dengan ukuran dari daerah tersebut

$$\Omega_{1 \text{ partikel}} = \frac{\Delta x \Delta y \Delta z \Delta p_x \Delta p_y \Delta p_z}{h^3}$$

Untuk N partikel, jumlah state yang tersedia adalah

$$\Omega_{N \text{ partikel}} = \prod_{i=1}^N \Omega_i = \prod_{i=1}^N \left(\frac{1}{h^3} \right) \int dx_i dy_i dz_i dp_{ix} dp_{iy} dp_{iz}$$

dimana pembatasan pada integral ditentukan oleh volume V gas yang terbatas. Pengintegralan terhadap persamaan di atas memberikan

$$\Omega_{N \text{ partikel}} = \left(\frac{1}{h^{3N}} \right) V^N \int \prod_{i=1}^N dp_{ix} dp_{iy} dp_{iz}$$

Karena

$$p_{ix}^2 + p_{iy}^2 + p_{iz}^2 + p_{2x}^2 + \dots + p_{Nx}^2 = 2mE$$

maka integral momentum diatas ekuivalen dengan luas permukaan bola 3N dimensi dengan radius $\sqrt{2mE}$. Luas permukaan bola 3N dimensi sebanding dengan radius pangkat (3N-1), sehingga jumlah state yang tersedia untuk N partikel gas ideal diberikan oleh

$$\Omega_{\text{gas ideal}} = (\text{konst.}) V^N E^{3N/2}$$

Dengan mendefenisikan entropi sistem adalah $S = k \ln \Omega$, maka entropi gas ideal dapat dirumuskan

$$S_{\text{gas ideal}} = \text{konst.} + Nk \ln V + \frac{3}{2} Nk \ln E$$

Dari hubungan diatas didapatkan

$$\left(\frac{\partial S}{\partial E} \right)_V = \frac{1}{T}$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_E = \frac{p}{T}$$

sehingga diperoleh

$$E = \frac{3}{2} NkT$$

$$pV = NkT$$

kedua persamaan diatas disebut “ persamaan keadaan” dari gas ideal.

B. Kapasitas Panas Gas Ideal

Tinjau sebuah sistem terdiri dari sejumlah N partikel (N = konstan). Menurut hukum I Termodinamika, energi panas yang ditransfer ke sistem diberikan oleh

$$dQ = dE + pdV$$

Jika setiap sistem dengan η derajat kebebasan mempunyai energi internal E, maka hubungan antara energi internal dengan temperatur T diberikan oleh

$$E = \frac{1}{2} \eta N k T$$

sehingga

$$dQ = \frac{1}{2} \eta N k dT + pdV$$

Kita dapat menulis ungkapan di atas dalam bentuk panas per mol (dq) sebagai

$$dq = E = \frac{1}{2} \eta R dT + pdv$$

dimana R = konstanta universal ($R = N_A k = 8,314 \times 10^3 \text{ J/mol}$)

Kapasitas panas molal pada volume konstan didefenisikan sebagai

$$c_v = \left(\frac{\partial q}{\partial T} \right)_v = \frac{\eta}{2} R$$

Kapasitas panas molal pada tekanan konstan didefenisikan sebagai

$$c_p = \left(\frac{\partial q}{\partial T} \right)_p = \frac{\eta}{2} R + p \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p$$

sehingga dari kedua hubungan diatas, diperoleh kapasitas panas molal dari gas ideal

$$c_v = \frac{3}{2} R$$

$$c_p = \frac{5}{2} R$$

dimana $\eta = 3$

III. TUGAS-TUGAS

W-1, Bab 12, No: 1, 2, 3, 4, 13, 14.

IV. BUKU SUMBER

Wajib (W)

1. Stowe, K., 1984, *Introduction to Statistical Mechanics and Thermodynamics*, John Wiley & Sons, New York.

Anjuran (A).

1. Sears, F.W., and Salinger, G.L., 1975, *Thermodynamics, Kinetic Theory, and Statistical Thermodynamics*, Addison-Wesley Publishing Company, California.
2. Pointon, A.J., 1967, *An Introduction to Statistical Physics for Students*, Longman, New York.

HAND OUT

Mata Kuliah	: Fisika Statistik
Kode Mata Kuliah	: FIS 014
Bobot SKS	: 3 SKS
Pokok Bahasan	: Statistik Klasik.
Sub Pokok Bahasan	: 1. Peluang dan perilaku mikroskopik.
Minggu ke	: 10 (sepuluh)
Dosen Pembina	: Dr. H. Ahmad Fauzi, M.Si

I. SASARAN BELAJAR

Setelah mengikuti perkuliahan ini, mahasiswa diharapkan dapat :

1. Menjelaskan pengertian tentang ensemble.
2. Merumuskan peluang sistem mikroskopik yang berinteraksi dengan reservoir.
3. Menjelaskan dua cara untuk mengaplikasikan persamaan peluang dari sistem mikroskopik
4. Menjelaskan perbedaan antara statistik klasik dengan statistik kuantum.

II. RINGKASAN MATERI

A. Ensemble

Pada bagian yang lalu, kita telah memfokuskan diri pada perkembangan sifat-sifat dari sistem besar seperti entropi, tekanan, temperatur, energi internal, dsb. Untuk sistem-sistem besar, sifat-sifat ini adalah fungsi berkelakuan baik (smooth-well behaved) yang membolehkan kita untuk menerapkan alat matematika dan statistik untuk memahami perilaku mereka. Dengan bantuan alat ini, kita dapat mentransfer informasi antara set persamaan apapun, kita memilih dan memanipulasi kendala-kendala (constraints) untuk memaksimalkan sejumlah informasi yang berguna tentang sifat-sifat dari sistem.

Sekarang kita akan mempelajari bagian akhir dari spektrum fenomena fisika. Kita akan mempelajari perilaku individu dari komponen mikroskopik dari sistem fisika seperti molekul-molekul, atom-atom atau elemen-elemen partikel dari individu.

Kita dapat membayangkan sejumlah besar sistem-sistem kecil identik (tak terbedakan) semuanya berinteraksi dengan reservoir yang sama. Sejumlah besar partikel identik yang ada dalam sistem kecil itu disebut "ensemble". Ensemble barangkali hanya ada dalam bayangan. Beberapa ensemble dapat dikategorikan berdasarkan bagaimana cara mereka berinteraksi dengan reservoir. Seperti telah kita ketahui, ada tiga jenis interaksi antara sistem-sistem yaitu interaksi termal, mekanik dan difusi yang menyebabkan terjadinya perubahan panas, kerja dan jumlah partikel pada sistem. Anggota "ensemble mikrokanonik" tidak berinteraksi dengan reservoir. Anggota "ensemble kanonik" berinteraksi secara termal dan mekanik dengan reservoir sedangkan

anggota “ensembel grandkanonik” berinteraksi secara termal, mekanik dan difusi dengan reservoir.

B. Peluang dari suatu State Tertentu

Ada sejumlah cara untuk menurunkan peluang dari sistem pada state tertentu.

- 1) Peluang dari sistem berada pada konfigurasi tertentu sebanding dengan jumlah state yang tersedia

$$P \propto \Omega$$

- 2) Entropi sistem didefinisikan sebagai pengukuran dari jumlah state yang tersedia

$$S = k \ln \Omega \text{ atau } \Omega = e^{S/k}$$

- 3) Perubahan entropi sistem berhubungan dengan perubahan energi internal, volume dan jumlah partikel diberikan oleh

$$\Delta S = \frac{1}{T}(\Delta E + p\Delta V - \mu\Delta N)$$

Sekarang kita tinjau suatu sistem mikroskopik A_Δ berinteraksi dengan reservoir besar A_R . Sistem terkombinasi (sistem total) terisolasi dari lingkungan sekitar. Jumlah state yang tersedia untuk sistem terkombinasi adalah hasil kali antara jumlah state yang tersedia untuk kedua komponen sistem

$$\Omega_0 = \Omega_\Delta \Omega_R$$

Jika sistem mikroskopik berada pada satu state tertentu saja, maka

$$\Omega_\Delta = 1$$

dan peluang sistem terkombinasi dapat ditulis

$$P \propto \Omega_0 = \Omega_\Delta \Omega_R = \Omega_R = e^{S_R/k}$$

Misalkan ΔE , ΔV , ΔN dari sistem kecil bertambah akibat interaksi dengan reservoir. Hal ini akan mengurangi entropi dari reservoir sejumlah

$$\Delta S_R = -\frac{1}{T}(\Delta E + p\Delta V - \mu\Delta N)$$

atau

$$S_R = S_R^0 - \frac{1}{T}(\Delta E + p\Delta V - \mu\Delta N)$$

dimana S_R^0 adalah entropi reservoir bila tidak ada energi internal, volume atau partikel masuk dari sistem mikroskopik A_Δ . Sehingga peluang sistem berada pada state tertentu dapat ditulis

$$P_s \propto \exp \frac{1}{k} \left[S_R^0 - \frac{1}{T}(\Delta E + p\Delta V - \mu\Delta N) \right]$$

atau

$$P_s \propto C^{-\beta(\Delta E + p\Delta V - \mu\Delta N)}$$

dimana C adalah konstanta pembanding dan $\beta = \frac{1}{kT}$

Ada dua cara untuk mengaplikasikan persamaan di atas :

Pendekatan pertama, kita meninjau sistem kecil terdiri dari sebuah partikel tunggal (atau grup partikel) yang dapat berada pada berbagai kemungkinan kuantum state. Dalam kasus ini kita beranggapan jumlah partikel dalam sistem mikroskopik adalah tertentu (tetap) dan tidak ada partikel dari reservoir sehingga

$$\Delta N = 0$$

Bentuk $p\Delta V$ dapat diabaikan karena jauh lebih kecil bila dibandingkan dengan energi internal ΔE . Sehingga peluang dari sistem kecil (mikroskopik) berada pada state s adalah

$$P_s = Ce^{-\beta E_s}$$

dimana E_s adalah energi internal sistem pada state s .

Pendekatan kedua, kita meninjau sistem kecil tadi adalah sebuah kuantum state tunggal yang dapat ditempati oleh berbagai macam partikel. Dalam kasus ini kita beranggapan jumlah partikel dalam sistem mikroskopik bertambah, sehingga

$$\Delta N \neq 0$$

Bentuk $p\Delta V$ dapat diabaikan sehingga peluang dari sistem kecil (mikroskopik) berada pada state tertentu s adalah

$$P_s = Ce^{-\beta(\Delta E - \mu\Delta N)}$$

atau

$$P_s = Ce^{-\beta(\epsilon_s - \mu)}$$

dimana ϵ_s adalah energi internal sistem per partikel dan μ adalah potensial kimia sistem. Pendekatan pertama disebut “statistik klasik” dan pendekatan kedua disebut “statistik kuantum”.

III. TUGAS-TUGAS

W-1, Bab 16, No: 2, 3, 4, 5, 6, 7

IV. BUKU SUMBER

Wajib (W)

1. Stowe, K., 1984, *Introduction to Statistical Mechanics and Thermodynamics*, John Wiley & Sons, New York.

Anjuran (A)

1. Sears, F.W., and Salinger, G.L., 1975, *Thermodynamics, Kinetic Theory, and Statistical Thermodynamics*, Addison-Wesley Publishing Company, California.
2. Pointon, A.J., 1967, *An Introduction to Statistical Physics for Students*, Longman, New York.

MELIA 2507514KAAN

HAND OUT

Mata Kuliah	: Fisika Statistik
Kode Mata Kuliah	: FIS 014
Bobot SKS	: 3 SKS
Pokok Bahasan	: Statistik Klasik(lanjutan)
Sub Pokok Bahasan	: 1. Aplikasi
Minggu ke	: 11 (sebelas)
Dosen Pembina	: Dr. H. Ahmad Fauzi, M.Si

I. SASARAN BELAJAR

Setelah mengikuti perkuliahan ini, mahasiswa diharapkan dapat :

1. Merumuskan fungsi distribusi Maxwell-Boltzmann.
2. Menjelaskan hubungan antara peluang dan jumlah keadaan yang tersedia.
3. Menjelaskan dua pendekatan untuk menemukan sistem dalam state tertentu.
4. Menjelaskan tiga contoh aplikasi dari statistik klasik.

II. RINGKASAN MATERI

A. Temperatur Eksitasi

Energi dari suatu state selalu diukur relatif terhadap energi keadaan dasar (ground state), tetapi dapat pula diukur relatif terhadap tingkat referensi. Ratio peluang untuk sistem berada pada dua state diberikan oleh

$$\frac{P_i}{P_j} = e^{-\beta(E_i - E_j)}$$

dimana i adalah state pada keadaan dasar dan j adalah state pada keadaan eksitasi.

Sedangkan Ratio peluang berada pada state eksitasi pertama (E_1) dan state dasar (E_0) diberikan oleh

$$\frac{P_1}{P_0} = e^{-\beta(E_1 - E_0)}$$

Dari sini kita melihat jika $(E_1 - E_0)$ lebih besar dibandingkan dengan kT maka peluang dalam keadaan eksitasi pertama lebih kecil dari pada keadaan dasar

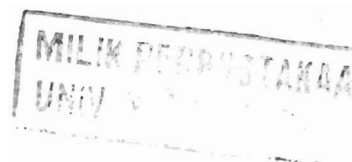
$$\frac{P_1}{P_0} \approx 0, \text{ untuk } (E_1 - E_0) \gg kT$$

dan jika $(E_1 - E_0)$ lebih kecil dibandingkan dengan kT maka peluang dalam keadaan eksitasi pertama lebih besar dari pada keadaan dasar

$$\frac{P_1}{P_0} \approx \infty, \text{ untuk } (E_1 - E_0) \ll kT$$

Temperatur eksitasi dari sistem T_e dapat didefinisikan sebagai

$$kT_e \equiv E_1 - E_0$$



Jadi dapat disimpulkan bahwa peluang eksitasi sangat rendah bila $T \ll T_e$, dan peluang eksitasi tinggi bila $T \gg T_e$.

B. Energi Ikat

Jika pemekaran karakteristik dalam energi keadaan dasar (ΔE_0) dan pemekaran karakteristik dalam energi dari keadaan eksitasi (ΔE_1) dibandingkan ruang antara dua grup state maka

$$\Delta E_g \ll E_e - E_g$$

$$\Delta E_e \ll E_e - E_g$$

kemudian ratio peluang berada pada keadaan eksitasi dan pada keadaan dasar adalah

$$\frac{P_{\text{keadaan eksitasi}}}{P_{\text{keadaan dasar}}} \approx \left(\frac{n_e}{n_g} \right) e^{-\beta(E_e - E_g)}$$

dimana n_e adalah jumlah state eksitasi dan n_g adalah jumlah state dasar. Hubungan ini menjadi eksak pada limit $\Delta E_g \rightarrow 0$, dan $\Delta E_e \rightarrow 0$.

C. Contoh-contoh

1. Sebuah atom hidrogen berada pada dua tingkat energi yaitu $E_0 = -13,6$ eV dan $E_1 = -3,4$ eV. Berapakah perbandingan atom hidrogen dalam keadaan eksitasi pertama dan keadaan dasar pada temperatur kamar ?.

Energi relatif terhadap keadaan dasar adalah $E_1 - E_0 = 10,2$ eV. Pada temperatur $T = 300$ K, ratio peluang kedua keadaan adalah

$$\frac{P_1}{P_0} = e^{-\beta(E_1 - E_0)} = e^{-\frac{1}{kT} 10,2 \text{ eV}} = 10^{-171} \approx 0$$

Jelaslah bahwa pada temperatur kamar, semua atom hidrogen berada pada keadaan dasar. Tidak ada peluang atom hidrogen berada pada keadaan eksitasi pertama, apalagi eksitasi yang lebih tinggi pada temperatur kamar.

2. Pada temperatur berapa kita akan menemukan setengah dari atom hidrogen berada dalam keadaan eksitasi pertama dan setengah lagi berada dalam keadaan dasar.

Dari persamaan peluang, didapatkan

$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{1}{2} = e^{-\beta(E_1 - E_0)} = e^{-\frac{1}{kT} 10,2 \text{ eV}}$$

atau ekuivalen dengan

$$\ln \frac{1}{2} = -\frac{1}{kT} 10,2 \text{ eV}$$

sehingga

$$T = 1,7 \times 10^{-5} \text{ K}$$

3. Sebuah molekul air dapat terdisosiasi menjadi ion-ion H⁺ dan OH⁻. Energi dalam keadaan disosiasi adalah 0,4 eV lebih tinggi dari keadaan nondisosiasi. Berapakah fraksi molekul dalam segelas air pada temperatur kamar dimana kita mengharapkan terjadi disosiasi setiap saat.

Peluang dari kedua keadaan diatas dapat ditulis

$$\frac{P_1}{P_0} = e^{-\beta(E_1 - E_0)} = e^{-\frac{1}{kT}0,4\text{eV}} = e^{-15,4} = 2 \times 10^{-7}$$

Jelaslah bahwa pada temperatur kamar, peluang molekul air berada pada keadaan terdisosiasi adalah kecil.

III. TUGAS-TUGAS

W-1, Bab 16, No: 8, 9, 10, 12, 13, 15

IV. BUKU SUMBER

Wajib (W)

1. Stowe, K., 1984, *Introduction to Statistical Mechanics and Thermodynamics*, John Wiley & Sons, New York.

Anjuran (A)

1. Sears, F.W., and Salinger, G.L., 1975, *Thermodynamics, Kinetic Theory, and Statistical Thermodynamics*, Addison-Wesley Publishing Company, California.
2. Pointon, A.J., 1967, *An Introduction to Statistical Physics for Students*, Longman, New York.

HAND OUT

Mata Kuliah : Fisika Statistik
Kode Mata Kuliah : FIS 014
Bobot SKS : 3 SKS
Pokok Bahasan : Statistik Klasik (lanjutan)
Sub Pokok Bahasan : 1. Prinsip ekuipartisi.

Minggu ke : 12 (dua belas)
Dosen Pembina : Dr. H. Ahmad Fauzi, M.Si

I. SASARAN BELAJAR

Setelah mengikuti perkuliahan ini, mahasiswa diharapkan dapat :

1. Menjelaskan pengertian energi rata-rata dari setiap derajat kebebasan.
2. Menentukan kapasitas panas gas ideal jumlah derajat kebebasan.
3. Merumuskan fungsi distribusi Maxwell-Boltzmann untuk gas dalam ruang momentum dan kecepatan.
4. Menerapkan fungsi distribusi Maxwell-Boltzmann untuk mencari nilai rata-rata.

II. RINGKASAN MATERI

A. Energi rata-rata per derajat kebebasan

Bila kita mengetahui peluang untuk sistem mikroskopik pada beberapa state, kita dapat menggunakan peluang untuk menentukan nilai rata-rata. Salah satu nilai rata-rata yang sangat penting yang akan ditentukan berdasarkan cara ini adalah energi rata-rata per derajat kebebasan.

Bayangkan suatu sistem mikroskopik yang diamati adalah sebuah sistem dengan satu derajat kebebasan, dan energi yang tersimpan dalam setiap derajat kebebasan biasanya dalam bentuk

$$E = bq^2$$

dimana b adalah konstanta dan q adalah koordinat momentum atau posisi.

Peluang dari sistem mikroskopik berada pada state tertentu s , nilai rata-rata energi untuk sistem ini adalah

$$\bar{E} = \sum_s P_s E_s = \sum_s (C e^{-\beta E_s} E_s) = \left(\sum_s e^{-\beta E_s} \right)^{-1} \sum_s e^{-\beta E_s} E_s$$

atau

$$E = \left[\int_{-\infty}^{\infty} dq e^{-\beta bq^2} \right]^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} dq e^{-\beta bq^2} (bq^2)$$

Integrasi terhadap suku sebelah kanan menghasilkan

$$\int_{-\infty}^{\infty} dq e^{-\beta bq^2} (bq^2) = 0 + \frac{1}{2\beta} \int_{-\infty}^{\infty} dq e^{-\beta bq^2}$$

sehingga energi rata-rata untuk setiap derajat kebebasan dapat ditulis

$$\bar{E} = \frac{1}{2\beta} = \frac{1}{2} kT$$

Rumusan di atas adalah bentuk lain dari “teori ekuipartisi”

B. Energi Internal Rata-rata dari Gas Ideal

Setiap molekul gas ideal (monoatomik) dapat bergerak dalam ruang 3D, dan masing-masing molekul mempunyai “3 derajat kebebasan kinetik translasi”

$$\bar{E}_{\text{translasi}} = \left(\frac{p_x^2}{2m} + \frac{p_y^2}{2m} + \frac{p_z^2}{2m} \right) = \frac{3}{2} kT$$

Sekarang misalkan molekul gas ideal diatomik, pusat massa dari molekul ini disamping dapat bergerak dalam “3 derajat kebebasan kinetik translasi”, tetapi dapat juga bergerak dalam “2 derajat kebebasan kinetik rotasi” dan “2 derajat kebebasan vibrasi”. Karena momen inersia rotasi hanya dapat bergerak terhadap dua sumbu (sumbu-y dan sumbu-x) kalau kedua atom terletak pada sumbu-x maka energi rata-rata kinetik rotasinya adalah

$$\bar{E}_{\text{rotasi}} = \left(\frac{L_y^2}{2I_y} + \frac{L_z^2}{2I_z} \right) = kT$$

Akhirnya, jarak antara dua atom menyebabkan adanya energi interaksi antara kedua atom. Kita melihat bahwa pergeseran kecil pada bagian bawah partikel menimbulkan osilator harmonik kecil pada kedua atom. Kita dapat mengatakan bahwa kedua atom mempunyai “2 derajat kebebasan vibrasi” dan dapat ditulis

$$\bar{E}_{\text{rotasi}} = \frac{p_{\text{rel}}^2}{2m} + \frac{1}{2} kx_{\text{rel}}^2 = kT$$

dimana p_{rel} adalah momentum dan x_{rel} adalah jarak relatif antara kedua atom dan k adalah konstanta osilator.

Jadi dapat disimpulkan bahwa energi internal rata-rata untuk N molekul gas adalah

$$\bar{E} = \frac{3}{2} NkT, \text{ untuk gas ideal monoatomik (3 derajat kebebasan)}$$

$$\bar{E} = \frac{7}{2} NkT, \text{ untuk gas ideal monoatomik (7 derajat kebebasan)}$$

III. TUGAS-TUGAS

W-1, Bab 17, No: 1, 3, 5, 7, 8

IV. BUKU SUMBER

Wajib (W)

1. Stowe, K., 1984, *Introduction to Statistical Mechanics and Thermodynamics*, John Wiley & Sons, New York.

Anjuran (A)

1. Sears, F.W., and Salinger, G.L., 1975, *Thermodynamics, Kinetic Theory, and Statistical Thermodynamics*, Addison-Wesley Publishing Company, California.
2. Pointon, A.J., 1967, *An Introduction to Statistical Physics for Students*, Longman, New York.

HAND OUT

Mata Kuliah	: Fisika Statistik
Kode Mata Kuliah	: FIS 014
Bobot SKS	: 3 SKS
Pokok Bahasan	: Statistika Klasik (lanjutan)
Sub Pokok Bahasan	: 1. Distribusi Maxwell-Boltzmann
Minggu ke	: 13 (tiga belas)
Dosen Pembina	: Dr. H. Ahmad Fauzi, M.Si

I. SASARAN BELAJAR

Setelah mengikuti perkuliahan ini, mahasiswa diharapkan dapat :

1. Menyatakan distribusi molekul gas terletak dalam rentangan p_x dan $p_x + dp_x$
2. Menyatakan distribusi molekul gas terletak dalam rentangan v_x dan $v_x + dv_x$
3. Menyatakan distribusi molekul gas terletak dalam ruang momentum.
4. Menyatakan distribusi molekul gas terletak dalam ruang kecepatan.
5. Menerapkan fungsi distribusi Maxwell-Boltzmann untuk menghitung nilai rata-rata.
6. Menentukan persamaan keadaan gas ideal berdasarkan nilai rata-rata.

II. RINGKASAN MATERI

A. Distribusi Peluang

Tinjau sebuah molekul gas terdiri dari satu derajat kebebasan translasi. Jika momentum linier dari molekul tersebut dalam arah x adalah p_x dan energi yang tersimpan dalam satu derajat kebebasan adalah $\frac{p_x^2}{2m}$, maka peluang sistem berada pada suatu kuantum state tertentu adalah

$$P_s \propto C e^{-(\beta/2m)p_x^2}$$

dimana m adalah massa molekul gas. Jika kita interes terhadap peluang momentum terletak dalam rentangan dp_x , maka peluang sistem tersebut adalah perkalian antara peluangnya dalam satu state dengan jumlah state

$$P(p_x)dp_x = \text{peluang berada pada satu state} \times \text{jumlah state}$$

atau

$$P(p_x)dp_x = C e^{-(\beta/2m)p_x^2} dp_x$$

Nilai konstanta C dapat dihitung dengan menyatakan bahwa jumlah peluang total sistem yang terletak dalam rentangan p_x adalah 1

$$\sum P(p_x)dp_x = \int_{-\infty}^{\infty} P(p_x)dp_x = C \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(\beta/2m)p_x^2} dp_x = 1$$

Dengan bantuan fungsi Gamma $\Gamma(n)$, nilai konstanta C didapat

$$C = \left(\frac{\beta}{2\pi m} \right)^{1/2}$$

sehingga peluang molekul gas mempunyai komponen momentum terletak dalam rentangan p_x dan $p_x + dp_x$ dapat ditulis

$$P(p_x)dp_x = \left(\frac{\beta}{2\pi m} \right)^{1/2} e^{-(\beta/2m)p_x^2} dp_x$$

Dengan cara yang sama, peluang molekul gas mempunyai komponen kecepatan terletak dalam rentangan v_x dan $v_x + dv_x$ dapat ditulis

$$P(v_x)dv_x = \left(\frac{\beta m}{2\pi} \right)^{1/2} e^{-(\beta m/2)v_x^2} dv_x$$

Peluang dimana suatu molekul gas mempunyai tiga komponen momentum berada dalam rentangan p_x, p_y, p_z dan $p_x + dp_x, p_y + dp_y, p_z + dp_z$ dapat ditulis

$$P(p_x, p_y, p_z)dp_x dp_y dp_z = \left(\frac{\beta}{2\pi m} \right)^{3/2} e^{-(\beta/2m)(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)} dp_x dp_y dp_z$$

atau

$$P(p)d^3p = \left(\frac{\beta}{2\pi m} \right)^{3/2} e^{-(\beta/2m)p^2} d^3p$$

Dengan cara yang sama, peluang dimana suatu molekul gas mempunyai tiga komponen kecepatan berada dalam rentangan v_x, v_y, v_z dan $v_x + dv_x, v_y + dv_y, v_z + dv_z$ dapat ditulis

$$P(v)d^3v = \left(\frac{\beta m}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-(\beta m/2)v^2} d^3v$$

Jika kita hanya interes pada amplitudo dari momentum molekul, tidak pada arah, maka ungkapan d^3p dapat ditulis dalam koordinat bola

$$d^3p = p^2 dp \sin\theta d\theta d\phi = 4\pi p^2 dp$$

sehingga distribusi peluang untuk magnitudo dari momentum molekul dalam rentangan dari 0 sampai ∞ adalah

$$P(p)dp = 4\pi \left(\frac{\beta}{2\pi m} \right)^{3/2} e^{-(\beta/2m)p^2} p^2 dp$$

Distribusi peluang untuk magnitudo dari kecepatan molekul dalam rentangan dari 0 sampai ∞ dapat ditulis

$$P(v)dv = 4\pi \left(\frac{\beta m}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-(\beta m/2)v^2} v^2 dv$$

dimana $\beta = \frac{1}{kT}$

B. Nilai rata-rata

1. Nilai rata-rata v_x untuk molekul gas pada temperatur T

$$\bar{v}_x = \int_{-\infty}^{\infty} v_x P(v_x) dv_x = \left(\frac{\beta m}{2\pi}\right)^{1/2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(\beta m/2)v_x^2} v_x dv_x = 0$$

Kita mungkin dapat mengantisipasi hasil ini. Molekul bergerak ke segala arah sehingga kecepatan rata-ratanya mesti nol.

2. Kelajuan rata-rata dari molekul gas pada temperatur T

Kelajuan adalah magnitudo dari kecepatan dan tidak bergantung pada arah, maka nilai rata-ratanya terletak dalam rentangan 0 sampai ∞ dalam ruang kecepatan.

$$\begin{aligned}\bar{v} &= \int_0^{\infty} v P(v) dv = 4\pi \left(\frac{\beta m}{2\pi}\right)^{3/2} \int_0^{\infty} e^{-(\beta/2m)v^2} v^3 dv \\ &= \left(\frac{8}{\pi m \beta}\right)^{1/2} = \left(\frac{8kT}{\pi m}\right)^{1/2}\end{aligned}$$

3. Nilai rata-rata dari kuadrat kecepatan.

Karena v^2 bergantung pada magnitudo dari kecepatan dan tidak bergantung pada arah, maka

$$\overline{v^2} = \int_0^{\infty} v^2 P(v) dv = 4\pi \left(\frac{\beta m}{2\pi}\right)^{3/2} \int_0^{\infty} e^{-(\beta/2m)v^2} v^5 dv = \frac{3kT}{m}$$

atau

$$E_k = \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT$$

Hasil ini eksak dan sesuai dengan teori ekuipartisi, dimana setiap derajat kebebasan memberikan energi rata-rata $\frac{1}{2}kT$.

C. Distribusi Partikel dan Fluks

Tinjau suatu gas berisi N molekul partikel identik. Jika gas menempati volume V maka densitas rata-rata molekul diberikan oleh

$$\rho = \frac{N}{V}$$

Jumlah molekul gas yang mempunyai kecepatan v_x dan terletak dalam rentangan dv_x dapat dinyatakan sebagai

$$dN = NP(v_x)dv_x$$

dimana $P(v_x)$ adalah peluang gas berada dalam rentangan dv_x . Bila persamaan diatas dibagi dengan volume V menghasilkan

$$\frac{dN}{V} = dp = \rho P(v_x) dv_x$$

dimana dp adalah densitas partikel yang terletak dalam rentangan dv_x . Fluks dari partikel pada titik ini dapat ditulis

$$df_x = \rho P(v_x) v_x dv_x$$

Sebagai aplikasi dari rumusan di atas, kita dapat menghitung tekanan rata-rata dari suatu molekul gas yang menumbuk dinding kontainer. Tekanan adalah impuls (tumbukan) yang diberikan oleh dinding per satuan luas persatuan waktu (atau gaya persatuan luas). Tekanan dapat pula dinyatakan sebagai perkalian antara fluks partikel dengan impulsnya.

$$dp = df_x (2mv_x)$$

Dengan menggunakan fungsi peluang, tekanan rata-rata partikel dapat dihitung

$$p = \int_{v_x=0}^{v_x=\infty} dp = \int_{v_x=0}^{v_x=\infty} df_x (2mv_x) = 2m\rho \int_0^{\infty} P(v_x) v_x^2 dv_x$$

Suku sebelah kanan dapat dievaluasi dengan menggunakan bantuan fungsi Gamma dan hasilnya

$$\int_0^{\infty} P(v_x) v_x^2 dv_x = \frac{kT}{2m}$$

sehingga tekanan rata-rata dari molekul gas dapat ditulis

$$p = \left(2m \frac{N}{V} \right) \left(\frac{kT}{2m} \right) = \frac{NkT}{V}$$

atau

$$pV = NkT$$

Persamaan di atas dikenal sebagai “persamaan keadaan” dari gas ideal.

III. TUGAS-TUGAS

W-1, Bab 18, No: 1, 2, 3, 4, 6, 7, ,8, 9, 10, 12, 13, 14

IV. BUKU SUMBER

Wajib (W)

1. Stowe, K., 1984, *Introduction to Statistical Mechanics and Thermodynamics*, John Wiley & Sons, New York.

Anjuran (A).

1. Sears, F.W., and Salinger, G.L., 1975, *Thermodynamics, Kinetic Theory, and Statistical Thermodynamics*, Addison-Wesley Publishing Company, California.
2. Vointon, A.J., 1967, *An Introduction to Statistical Physics for Students*, Longman, New York.

HAND OUT

Mata Kuliah	: Fisika Statistik
Kode Mata Kuliah	: FIS 014
Bobot SKS	: 3 SKS
Pokok Bahasan	: Statistik Klasik (lanjutan)
Sub Pokok Bahasan	: 1. Fungsi Partisi.
Minggu ke	: 14 (empat belas)
Dosen Pembina	: Dr. H. Ahmad Fauzi, M.Si

I. SASARAN BELAJAR

Setelah mengikuti perkuliahan ini, mahasiswa diharapkan dapat :

1. Mendefinisikan fungsi partisi suatu sistem.
2. Menggunakan fungsi partisi untuk menghitung nilai rata-rata.
3. Merumuskan fungsi partisi gas ideal monoatomik dan diatomik.

II. RINGKASAN MATERI

A. Fungsi Partisi

Nilai rata-rata dapat dihitung dengan menggunakan pengetahuan tentang peluang partikel dalam berbagai keadaan. Tetapi dalam prakteknya, perhitungannya memerlukan waktu lama sehingga diperlukan pengetahuan tentang “fungsi partisi” untuk menghitung nilai-nilai rata-rata tersebut.

Jika E_s adalah energi sistem pada state s , maka fungsi partisinya dapat didefinisikan sebagai berikut

$$Z = \sum e^{-\beta E_s}$$

Peluang sistem pada state s tersebut diberikan oleh

$$P_s = C e^{-\beta E_s} = \left(\sum_s e^{-\beta E_s} \right)^{-1} e^{-\beta E_s} = Z^{-1} e^{-\beta E_s}$$

dimana Z adalah fungsi partisi.

Dari hukum pertama kita mengetahui bahwa energi sistem bergantung pada tiga variabel, yaitu (S, V, N) dimana entropi dapat diukur dari jumlah state ($S = k \ln \Omega$). Bila sistem berada pada satu state tertentu, $\Omega = 1$, maka $S = k \ln 1 = 0$. Artinya pada sistem mempunyai peluang maksimum dan tidak terjadi perubahan entropi, sehingga hukum pertama pada sistem dapat dalam bentuk

$$dE_s = -p_s dV + \mu_s dN$$

Dari hubungan diatas, tekanan dan potensial kimia sistem pada state s dapat ditulis

$$p_s = -\left(\frac{\partial E_s}{\partial V}\right)_N$$

$$\mu_s = \left(\frac{\partial E_s}{\partial N}\right)_V$$

B. Perhitungan Nilai Rata-rata

Dengan menggunakan pengetahuan tentang “fungsi partisi” suatu sistem, kita dapat nilai-nilai rata-rata yang berkaitan dengan deskripsi keadaan sistem. Berikut ini akan dibicarakan beberapa nilai-nilai rata-rata yang dianggap penting.

1. Energi internal rata-rata

$$\bar{E} = \sum_s P_s E_s = Z^{-1} \sum_s e^{-\beta E_s} E_s = Z^{-1} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\sum_s e^{-\beta E_s} \right) = -Z^{-1} \frac{\partial}{\partial \beta} Z$$

$$\bar{E} = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln Z$$

2. Energi internal kuadrat rata-rata

$$\overline{E^2} = \sum_s P_s E_s^2 = Z^{-1} \sum_s e^{-\beta E_s} E_s^2 = Z^{-1} \frac{\partial^2}{\partial^2 \beta} \left(\sum_s e^{-\beta E_s} \right)$$

$$\overline{E^2} = Z^{-1} \frac{\partial^2}{\partial^2 \beta} Z$$

3. Standar deviasi

$$\sigma^2 = \overline{(\Delta E)^2} = \overline{(E - \bar{E})^2} = \overline{(E^2 - 2E\bar{E} + \bar{E}^2)} = \overline{E^2} - \bar{E}^2$$

$$\sigma^2 = \frac{\partial^2}{\partial^2 \beta} \ln Z$$

4. Tekanan rata-rata

$$\bar{p} = \sum_s P_s p_s = Z^{-1} \sum_s e^{-\beta E_s} \left(\frac{\partial E}{\partial V} \right)_N = \frac{1}{\beta} Z^{-1} \frac{\partial}{\partial V} \left(\sum_s e^{-\beta E_s} \right) = \frac{1}{\beta} Z^{-1} \frac{\partial Z}{\partial V}$$

$$\bar{p} = \frac{1}{\beta} \frac{\partial}{\partial V} \ln Z$$

5. Potensial kimia rata-rata

$$\bar{\mu} = \sum_s P_s \mu_s = -Z^{-1} \sum_s e^{-\beta E_s} \left(\frac{\partial E}{\partial N} \right)_V = -\frac{1}{\beta} Z^{-1} \frac{\partial}{\partial N} \left(\sum_s e^{-\beta E_s} \right) = -\frac{1}{\beta} Z^{-1} \frac{\partial Z}{\partial N}$$

$$\bar{\mu} = -\frac{1}{\beta} \frac{\partial}{\partial N} \ln Z$$

6. Entropi rata-rata

Misalkan $Z = f(\beta, V, N)$

$$d(\ln Z) = \frac{\partial}{\partial \beta} (\ln Z) d\beta + \frac{\partial}{\partial V} (\ln Z) dV + \frac{\partial}{\partial N} (\ln Z) dN$$

atau

$$d(\ln Z) = -Ed\beta + \beta p dV - \beta \mu dN$$

Jika $d(\beta E) = \beta dE + E d\beta$, maka

$$d(\ln Z + \beta E) = \beta (dE + p dV - \mu dN) = \beta (TdS) = (1/k) dS$$

Konsekuensinya,

$$S = k \ln Z + \frac{\bar{E}}{T}$$

7. Energi Bebas Helmholtz

$$F = E - TS = E - T \left(k \ln Z + \frac{\bar{E}}{T} \right)$$

$$F = -kT \ln Z$$

C. Fungsi Partisi dari Gas Ideal

1. Gas ideal monoatomik

Energi internal yang dimiliki oleh gas ideal monoatomik tersipan dalam bentuk energi kinetik

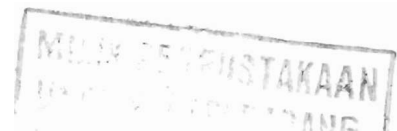
$$E = \sum_{i=1}^3 \frac{p_i^2}{2m} = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{p_y^2}{2m} + \frac{p_z^2}{2m}$$

Fungsi partisinya dapat ditulis

$$Z = \sum_i e^{-\beta E_i} = \frac{V}{h^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(\beta/2m)(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)} dp_x dp_y dp_z$$

Dengan bantuan fungsi Gamma, integral di atas dapat diselesaikan. Hasilnya adalah

$$Z = \frac{V}{h^3} \left(\frac{2\pi m}{\beta} \right)^{3/2}$$



dimana V adalah volume yang membatasi ruang molekul, h adalah konstanta Plack dan m adalah massa molekul. Untuk N molekul, fungsi partisi dari gas ideal monoatomik gas dapat ditulis

$$Z = \frac{1}{N!} \left[\frac{V}{h^3} \left(\frac{2\pi m}{\beta} \right)^{3/2} \right]^N$$

atau dalam bentuk logaritma,

$$\ln Z = \text{konst.} + N \ln V - \frac{3}{2} N \ln \beta$$

dimana $\beta = \frac{1}{kT}$.

Jelaslah bagi kita bahwa pengetahuan tentang fungsi partisi memudahkan kita untuk mencari parameter-parameter yang berkaitan dengan deskripsi dari gas ideal. "Persamaan keadaan" dari gas ideal juga dapat diturunkan dari fungsi partisi ini.

2. Gas Ideal Diatomik

Energi internal dari gas ideal diatomik terdiri dari tujuh derajat kebebasan yaitu tiga dari derajat kebebasan kinetik translasi, dua dari derajat kebebasan kinetik rotasi dan dua dari derajat kebebasan vibrasi. Bentuk matematisnya dapat ditulis

$$E = \left(\frac{p_x^2}{2m} + \frac{p_y^2}{2m} + \frac{p_z^2}{2m} \right) + \left(\frac{L_y^2}{2I_y} + \frac{p_z^2}{2I_z} \right) + \left(\frac{p_x^2}{2m} + \frac{kx^2}{2} \right)$$

Fungsi partisinya total dari gas ideal diatomik adalah perkalian dari fungsi partisi dari masing-masing derajat kebebasan.

$$Z = Z_T Z_R Z_V$$

dimana Z_T adalah fungsi partisi derajat kebebasan kinetik translasi, Z_R adalah fungsi partisi derajat kebebasan kinetik rotasi dan Z_V adalah fungsi partisi derajat kebebasan vibrasi.

Fungsi partisi dalam derajat kebebasan kinetik translasi dari gas ideal diatomik sama dengan fungsi partisi gas ideal monoatomik, yaitu

$$Z_T = \frac{V}{h^3} \left(\frac{2\pi m}{\beta} \right)^{3/2}$$

atau

$$Z_T = C_1 V \beta^{-3/2}$$

dimana $C_1 = \left(\frac{2\pi m}{h^2} \right)^{3/2}$ konstanta.

Fungsi partisi dalam derajat kebebasan kinetik rotasi dapat ditulis

$$Z_R = C_2 \beta^{-1}$$

dimana $C_2 = \left| \frac{-}{x^2} \right|$ adalah konstanta.

Fungsi partisi dalam derajat kebebasan vibrasi dapat ditulis

$$Z_v = C_3 \beta^{-1}$$

dimana $C_3 = \frac{1}{\hbar \omega}$ adalah konstanta.

Fungsi partisi total dari gas ideal diatomik dapat dinyatakan sebagai

$$Z = Z_T Z_R Z_v = C V \beta^{-7/2}$$

dimana $C = C_1 C_2 C_3$ adalah konstanta. Untuk N molekul, fungsi partisi totalnya dapat ditulis

$$Z = \frac{1}{N!} [C V \beta^{-7/2}]^N$$

atau, dalam bentuk logaritma

$$\ln Z = \text{konst.} + N \ln V - \frac{7}{2} N \ln \beta$$

dimana β adalah fungsi temperatur (T)

III. TUGAS-TUGAS

W-1, Bab 21, No: 1, 4, 6, 7, 8, 9, 12, 16, 17, 23, 24.

IV. BUKU SUMBER

Wajib (W)

1. Stowe, K., 1984, *Introduction to Statistical Mechanics and Thermodynamics*, John Wiley & Sons, New York.

Anjuran (A)

1. Sears, F.W., and Salinger, G.L., 1975, *Thermodynamics, Kinetic Theory, and Statistical Thermodynamics*, Addison-Wesley Publishing Company, California.
2. Pointon, A.J., 1967, *An Introduction to Statistical Physics for Students*, Longman, New York.

HAND OUT

Mata Kuliah	: Fisika Statistik
Kode Mata Kuliah	: FIS 014
Bobot SKS	: 3 SKS
Pokok Bahasan	: Statistik Kuantum
Sub Pokok Bahasan	: 1. Populasi dari kuantum state.
Minggu ke	: 15 (lima belas)
Dosen Pembina	: Dr. H. Ahmad Fauzi, M.Si

I. SASARAN BELAJAR

Setelah mengikuti perkuliahan ini, mahasiswa diharapkan dapat :

1. Merumuskan fungsi distribusi untuk statistika kuantum.
2. Menjelaskan pengertian populasi rata-rata.
3. Merumuskan populasi rata-rata dari partikel untuk statistik kuantum.
3. Merumuskan statistik untuk partikel fermion.
4. Merumuskan statistik untuk partikel boson.
5. Merumuskan statistik untuk partikel klasik.

II. RINGKASAN MATERI

A. Statistik Kuantum

Pada pembahasan sebelumnya sudah dinyatakan bahwa bila kita meninjau sebuah sistem kecil adalah sebuah kuantum state yang dapat ditempati oleh banyak partikel, maka peluangnya dapat ditulis

$$P_s = C e^{-\beta(\epsilon_s - \mu)}$$

dimana ϵ_s dan μ adalah energi dan potensial kimia per partikel pada state s . Pendekatan ini melahirkan bidang baru yang disebut “statistik kuantum”.

B. Populasi rata-rata

Problem utama dalam statistik kuantum dapat dibedakan kedalam dua kelompok: pertama, bagaimana menentukan spektrum dari state yang tersedia, dan kedua, bagaimana menentukan jumlah partikel rata-rata yang dapat menempati masing-masing state. Pembahasan pada kelompok pertama biasanya lebih sulit karena problemnya lebih kompleks sedangkan pembahasan pada kelompok kedua biasanya lebih mudah karena problemnya lebih sederhana. Pada Hand Out ini, pembahasan hanya dititik beratkan pada bagian kedua.

Jumlah partikel rata-rata yang dapat menempati kuantum state tertentu disebut “populasi rata-rata (\bar{n})”. Populasi rata-rata yang dapat menempati pada state s diberikan

$$\bar{n} = \sum_n P_s n = \left(\sum_n e^{-\beta n(\epsilon_s - \mu)} \right)^{-1} \sum_n e^{-\beta n(\epsilon_s - \mu)} n$$

dimana n adalah jumlah partikel.

Misalkan $x = \beta(\epsilon_s - \mu)$, populasi rata-rata ini dapat ditulis

$$\bar{n} = \frac{\sum_n e^{-\beta n x} n}{\sum_n e^{-\beta n x}} = \frac{-\frac{d}{dx} \sum_n e^{-\beta n x}}{\sum_n e^{-\beta n x}} = -\frac{\partial}{\partial x} \ln \left(\sum_n e^{-\beta n x} \right)$$

Ada dua kemungkinan untuk mengaplikasikan rumusan di atas.

1). Jika satu state tidak dapat ditempati oleh lebih dari satu partikel, maka partikel-partikelnya disebut partikel "fermion". Dalam kasus ini ,

$$\sum_{n=0}^1 e^{-\beta n x} = 1 + e^{-x}$$

sehingga populasi rata-ratanya dapat ditulis

$$\bar{n}_{\text{fermion}} = -\frac{\partial}{\partial x} \ln(1 + e^{-x}) = \frac{e^{-x}}{1 + e^{-x}} = \frac{1}{e^x + 1}$$

atau

$$\bar{n}_{\text{fermion}} = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon - \mu)} + 1}$$

Statistik untuk partikel fermion disebut "statistik Fermi-Dirac".

2). Jika satu state dapat ditempati oleh lebih dari satu partikel, maka partikel-partikelnya disebut partikel "boson". Dalam kasus ini,

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta n x} = \frac{1}{1 - e^{-x}}, \quad x > 0$$

sehingga populasi rata-ratanya dapat ditulis

$$\bar{n}_{\text{boson}} = -\frac{\partial}{\partial x} \ln(1 - e^{-x})^{-1} = \frac{\partial}{\partial x} \ln(1 - e^{-x}) = \frac{e^{-x}}{1 - e^{-x}} = \frac{1}{e^x - 1}$$

atau

$$\bar{n}_{\text{boson}} = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon - \mu)} - 1}$$

Statistik untuk partikel boson disebut "statistik Bose-Einstein".

Bandingkan hasilnya dengan statistik klasik.

Populasi rata-ratanya adalah

$$\bar{n}_{\text{klasik}} \approx n P_s = N C e^{-\beta \epsilon_s}$$

atau

$$\bar{n}_{\text{klasik}} = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon - \mu)}}$$

Untuk kasus, $\epsilon - \mu \gg kT$, populasi rata-rata untuk ketiga statistik diatas

$$\bar{n}_{\text{fermion}} \approx \bar{n}_{\text{klasik}} \approx \bar{n}_{\text{boson}} \approx e^{-\beta(\epsilon - \mu)}$$

Untuk kasus, $\epsilon = \mu$, populasi rata-rata untuk ketiga statistik diatas

$$n_{\text{fermion}} = \frac{1}{e^0 + 1} = \frac{1}{2}$$

$$\bar{n}_{\text{klasik}} = \frac{1}{e^0} = 1$$

$$\bar{n}_{\text{boson}} = \frac{1}{e^0 - 1} = \infty$$

dan untuk kasus, $\epsilon - \mu \ll kT$, populasi rata-rata untuk ketiga statistik diatas adalah

$$\bar{n}_{\text{fermion}} < \bar{n}_{\text{klasik}} < \bar{n}_{\text{boson}}$$

Secara grafik hasilnya dapat dilihat pada buku W-1, hal. 410.

III. TUGAS-TUGAS

W-1, Bab 24, No: 1, 2, 3, 4, 10, 12, 13, 15 s/d 23.

IV. BUKU SUMBER

Wajib (W)

1. Stowe, K., 1984, *Introduction to Statistical Mechanics and Thermodynamics*, John Wiley & Sons, New York.

Anjuran (A)

1. Sears, F.W., and Salinger, G.L., 1975, *Thermodynamics, Kinetic Theory, and Statistical Thermodynamics*, Addison-Wesley Publishing Company, California.
2. Pointon, A.J., 1967, *An Introduction to Statistical Physics for Students*, Longman, New York.

